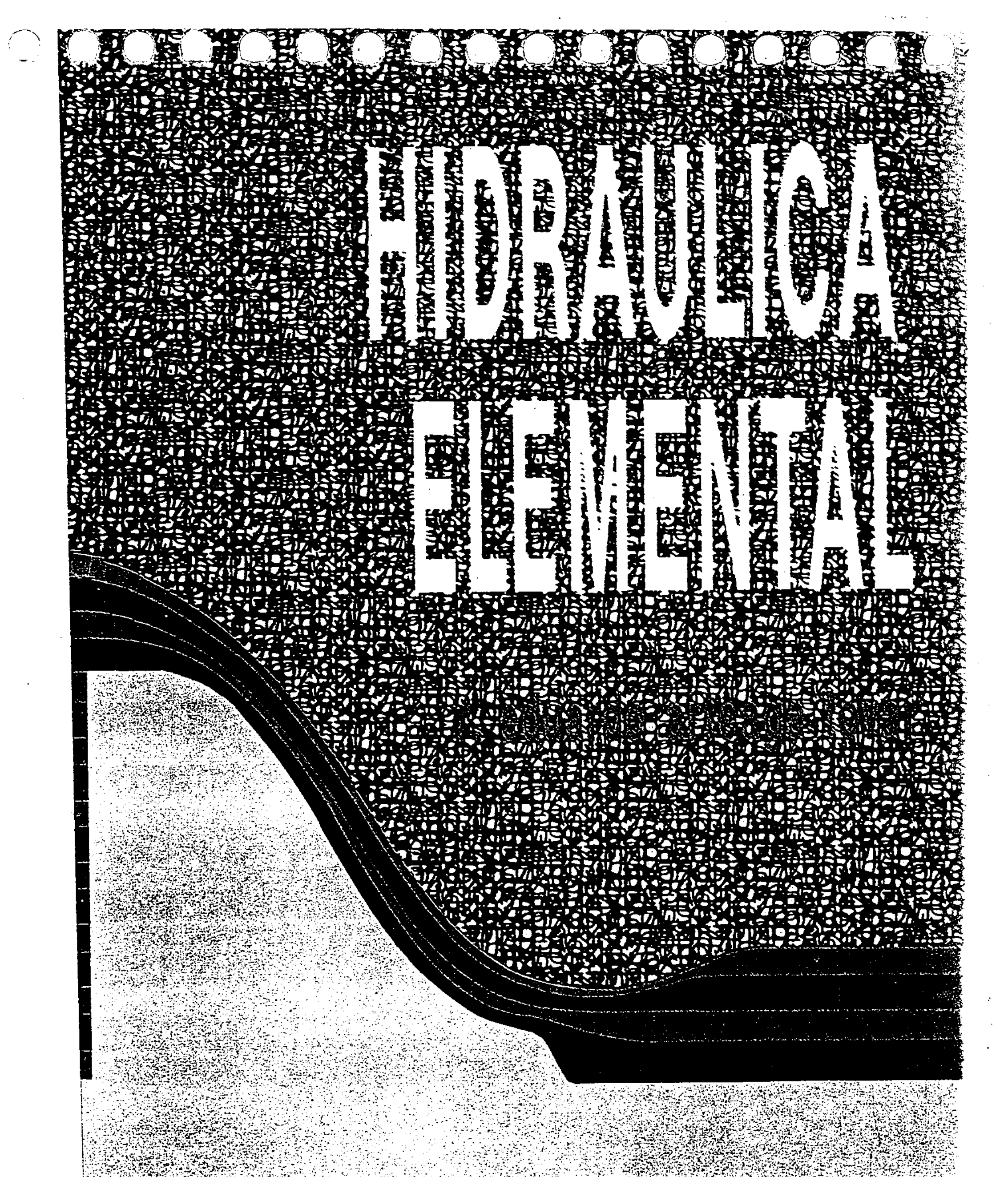


UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPING(

HIDRAULICA ELEMENTAL

HIDRAULICA ELEMENTAL

R. Eduardo Arteaga Tovar
Investigador de la sección de
Aprovechamientos Hidráulicos del
Departamento de Irrigación

UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO
Dirección de Difusión Cultural
Departamento de Irrigación

Edición: Aurora González Calderón
Portada: José García Guerrero

Carretera México Texcoco. Km.38.5
Chapingo Edo. de México. CP. 56230
Tel. 01(595) 952-1500
Depto. de Publicaciones. ext. y fax 5142
Ofna. de Dist. y Venta. ext. y fax 5306

Primera edición en español, 1000 ej., 1993
Primera reimpresión en español, 500 ej., 1999
Segunda reimpresión en español, 500 ej., 2002
ISBN 968-884- 238 -9
Impreso en México.

INDICE

PROLOGO

El presente texto tiene como antecedente el libro de **Apuntes de Hidráulica General**, editado en el año de 1983 por el Departamento de Irrigación de la Universidad Autónoma Chapingo, presentado como primera intención del autor por divulgar el material bibliográfico necesario para la impartición del curso.

Por la aceptación de la publicación, al haberse agotado en aproximadamente dos años, habiendo recibido diversas observaciones a esa edición, se han reforzado y ampliado varios temas; retroalimentado otros con la impartición de cursos de Hidráulica I (fundamentos) e Hidráulica II (Sistemas de tuberías y canales), los cuales mostraron la necesidad de fortalecer el primero, pero ahora con un trabajo que destacará los aspectos elementales de la materia, por lo cual se generó la idea de desarrollar este material como libro de texto pero ahora con el nombre de **HIDRAULICA ELEMENTAL**, cubriendo íntegramente el curso de Hidráulica I.

Este trabajo es una recopilación del autor, basada en varios textos que sobre el tema existen, de su experiencia profesional en el estudio, proyecto y construcción de pequeñas obras hidráulicas, así como en la planeación, diseño y asesoría en la instalación de sistemas de riego presurizado; de cursos de capacitación a personal técnico de instituciones oficiales y privadas, y medularmente del curso impartido durante 22 años, por el Ing. Gustavo Camargo Hernández, a varias especialidades de la extinta Escuela Nacional de Agricultura, como Maestro y posteriormente como compañero de trabajo motivó en el autor, la recepción del conocimiento práctico de la Ingeniería Hidráulica, lo cual se deja como testimonio de gratitud.

Con el objetivo básico de satisfacer el programa de estudio de la materia, el presente texto no pretende ser ninguna aportación novedosa a la enseñanza de la Hidráulica, sino solamente una interpretación sencilla, con términos al alcance de educandos

no familiarizados con la materia; por lo cual se evitan en la medida de lo posible desarrollos matemáticos profundos, limitados a algunas demostraciones de fórmulas, conducidas a la presentación con que son utilizadas en la práctica. Los temas son justificados debidamente y ejemplificados con problemas prácticos de la Ingeniería Hidráulica con fines de riego, mostrándose problemarios para su resolución por parte del alumno.

Como todo quehacer humano está sujeto a errores, es indudable que este trabajo no se escapa de esta situación, por lo que el autor agradecerá todas las correcciones, observaciones y/o comentarios que se hagan al contenido del mismo, haciéndoselas llegar para proceder según corresponda.

El autor desea expresar su gratitud a las personas que directa o indirectamente colaboraron en la realización de este texto, en especial al Ing. Miguel Angel López Zavala, por la resolución del problemario de Hidrostática, orificios y vertedores; a la Sra. Ma. del Carmen Z. por su labor mecanográfica, a los integrantes de la oficina de Dibujo del Departamento de Irrigación y a la Lic. Concepción Ruíz Ramírez por sus observaciones y labor editorial.

R. Eduardo Arteaga Tovar

Capítulo 1

INTRODUCCION Y GENERALIDADES

1.1. Definición.

Hidráulica, de acuerdo con su significado etimológico, que viene del griego *hydros* (agua), *aulos* (conducción) e *icos* (relativo), quiere decir **relativo a la conducción del agua**.

Se puede definir como la parte de la física que estudia las leyes naturales, que gobiernan a los fenómenos mecánicos de los líquidos, especialmente el agua.

Los fenómenos mecánicos más importantes de los líquidos son: los fenómenos de equilibrio y los fenómenos de movimiento.

Las finalidades de la hidráulica son dos: **Científicas y prácticas.**

La finalidad científica es la investigación de fenómenos y dispositivos relacionados con la Mecánica de Fluidos.

La finalidad práctica es la planeación, diseño, construcción, operación y mantenimiento de obras y estructuras de Ingeniería para almacenamiento, conducción; manejo de aprovechamientos fluviales y control de ríos, avenidas, etc., así como líquidos industriales (Referencia 6).

La Hidráulica denominada también como Hidráulica elemental o clásica, basa su estudio en un líquido llamado ideal o perfecto cuyas características son: **Homogéneo, incompresible, contínuo, antiviscoso e isotrópico**. Líquido Homogéneo es aquel

que carece de partículas ajenas a él, esto es que no tiene impurezas; líquido incompresible, es aquel que soporta grandes presiones sin modificar su volumen; continuo, que al tener movimiento, su masa no varía; antiviscoso, que no ofrece resistencia a la acción de una fuerza, esto es que no se presenta ninguna deformación al aplicarla; isotrópico, que posee las mismas propiedades en todas direcciones y sentidos.

El líquido ideal así concebido facilita el estudio de los líquidos, tanto en reposo como en movimiento, pero en la mayoría de los casos prácticos este líquido cae fuera de la realidad, por lo que continuamente hay que estar usando coeficientes para cubrir las deficiencias teóricas, por lo que a la Hidráulica se le conoce como la **ciencia de los coeficientes.**

1.2. Breve Historia de la Hidráulica.

En el año 3750 a. de J.C. en Babilonia se presentó la primera manifestación de alcantarillado sanitario **(colectores de aguas negras)**. El primer sistema público de abastecimiento de agua, que se tiene noticia es el acueducto de Jerwan, construido en Asiria en el año 691 a. de J.C.

La primera manifestación de drenaje se le atribuye a Empédocles en Grecia en el año 450 a. de J.C., grandes acueductos fueron construidos por los romanos en varias partes del mundo a partir del año 312 a. de J.C., posteriormente en Grecia en el año 250 a. de J.C., algunos principios hidrostáticos fueron enunciados por Arquímedes en su tratado sobre cuerpos flotantes. En la misma Grecia en el período de los años 200 a 120 a. de J.C., la bomba de pistón fue entendida por el físico Ctesibius e inventada por su discípulo Hero.

Posteriormente en el siglo XVI, en los proyectos de aguas monumentales en Italia, se encontraron varios problemas que exigieron la atención de varios filósofos, así fue como Leonardo Da Vinci percibió la importancia de observaciones en ese sentido. Un nuevo tratado, publicado por Stevin en 1586 y las contribuciones de Galileo, Torricelli y Bernoulli constituyeron la base para la nueva rama científica.

En el siglo XVIII cinco matemáticos geniales: Clairaut, D'Alembert, Bernoulli, Lagrange y Euler habían elaborado, con el naciente cálculo diferencial e integral, una síntesis hidrodinámica perfecta; pero sin haber obtenido grandes resultados prácticos.

Las investigaciones experimentales hicieron famosos a varios físicos de la Escuela Italiana, pudiendo citar a Venturi, Bidone y otros.

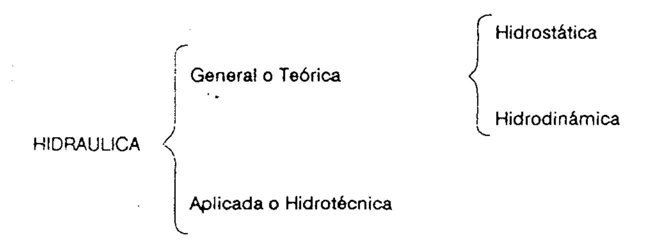
En el siglo XIX con el desarrollo de la producción de tubos de fierro fundido capaces de resistir presiones internas relativamente elevadas, con el crecimiento de las ciudades y la importancia cada vez mayor de los servicios de abastecimiento de agua; consecuencia del empleo de nuevas máquinas hidráulicas, la Hidráulica tuvo un proceso de avance rápido y acentuado.

Las investigaciones de Reynolds, los trabajos de Rayleigh y los experimentos de Froude constituyeron la base científica para ese progreso.

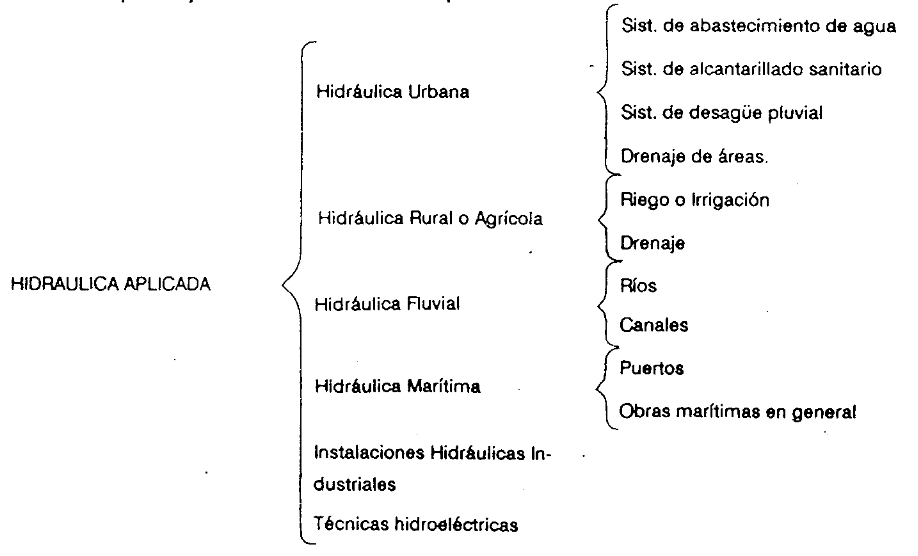
Las centrales hidroeléctricas comenzaron a ser construidas hacia el fin del siglo pasado. A los laboratorios de Hidráulica deben atribuirse las investigaciones que posibilitaron las conquistas más recientes.

1.3. Clasificación.

La Hidráulica (10), se puede dividir en:

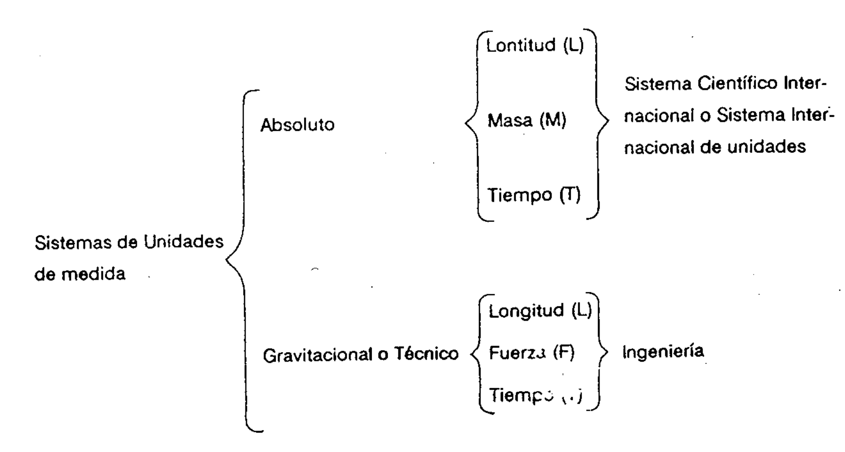


La Hidrostática estudia las propiedades de los líquidos en reposo y la Hidrodinámica tiene por objetivo el estudio de los líquidos en movimiento.



1.4. Sistemas de Unidades.

A través de los siglos la inquietud permanente del hombre por aprovechar en su beneficio los elementos que la Naturaleza le ofrece, en donde éste se encuentra, ha sido necesario que la mantenga en observación directa con el objeto de compenetrarse y conocerla con más detalle; esto requiere de la constante medición de una serie de magnitudes físicas que en función de la unidad de medida elegida se determinan ciertas cantidades que varían según sean: dimensiones fundamentales o derivadas; considerando las primeras, es como se establecen los sistemas de unidades de medida que se clasifican en:



Magnitud física es aquella cualidad de la materia que es susceptible de medición. Esta magnitud puede ser fundamental o derivada.

Magnitudes fundamentales son aquellas propiedades esenciales de la materia sin las cuales ésta no puede existir o, por lo menos, nuestra razón por abstracción de datos experimentales, no pueden concebirla.

Magnitudes derivadas son aquellas cuyo patrón no está en la naturaleza sino que se derivan, en virtud de procesos racionales, de la relación entre las fundamentales.

Para relacionar las unidades de medida entre los sistemas absoluto y gravitacional, se usa la segunda Ley de Newton:

$$F \simeq Ma \quad \text{o bien:} \quad F = kMa$$

Donde:

M = Masa (M)

a = aceleración (LT^{-2})

$k = \frac{1}{f_c}$ = Recíproco de un factor de conversión entre las distintas unidades, tiene dimensiones dependientes de las elegidas para M, F, L y T.

Masa es, la cantidad de materia que tiene un cuerpo, independiente de que sobre ella no haya atracción terrestre, ni fuerza alguna aplicada. La noción de masa no se adquiere en función de la experiencia sensorial directa y por eso su medida se ha de hacer indirectamente a través de las propiedades derivadas.

Peso es, la acción atractiva debida a la masa terrestre que ejerce sobre un cuerpo y que sigue la Ley de Newton $F = k\left[(m.m') \div d^2\right]$, su manifestación exterior es una fuerza dirigida hacia el centro de la Tierra que produce una aceleracion cuyo valor, en condiciones normales (Altitud 0° y Latitud 45°), es el valor de la **gravedad estándar**:

$$g^* = 9.80665 \text{ m/seg}^2$$

Forma geométrica. Se llama así la disposición externa que la materia presenta en el espacio; la porción de éste, delimitado en la forma, se llama volumen. La forma en sí no tiene propiamente medida, sin perjuicio de que sus propiedades sean expresadas analíticamente, lo que es objeto de la geometría.

El elemento geométrico más sencillo capaz de dar medida, es la longitud, que se designa por el símbolo L. Su medida puede efectuarse por aplicación directa de un patrón convencional.

Las propiedades de las superficies y los volúmenes permiten realizar su medida respectiva, por medio del producto de dos o tres longitudes; así, se utilizará $L \times L = L^2$ como símbolo de las magnitudes superficiales y $L \times L \times L = L^3$ como símbolo de las volumétricas o espaciales.

---

* **En la mayoría de los problemas de la práctica en Ingeniería hidráulica, basta tomar $g = 9.81$ m/seg^2. En otros problemas en que se requiere más exactitud puede utilizarse la fórmula: $g = 9.80665 - 0.025028 \cos^2 \phi - 3 \times 10^{-6} h$ que tiene en cuenta la variación de g con la latitud (ϕ) y con la altitud sobre el nivel del mar (h).**

Sistemas de Unidades. De acuerdo a diferentes convenciones, las unidades de medida se pueden agrupar en dos grandes sistemas: El Sistema Métrico (S.M.) y el Sistema Ingles (S.I.), los cuales pueden ser absolutos o gravitacionales.

Dentro del Sistema Metrico hay cuatro sistemas básicos: MKS absoluto, MKS gravitacional, CGS absoluto y CGS gravitacional.

Dentro del Sistema Inglés, se tienen tres sistemas básicos: Inglés absoluto, Inglés gravitacional y el Inglés Ingenieria.

Sistema MKS absoluto. En éste, las unidades fundamentales son: el metro (m) para la longitud; el kilogramo masa (Kg_m) para la masa y el segundo (seg) para el tiempo. La unidad derivada para la fuerza es el Newton (N) definido como la fuerza que aplicada sobre 1 Kg_m le produce una aceleración de 1 m/seg^2.

De acuerdo con esta definición, se tiene:

$$F = k\ M\ a$$

$$1N = \frac{1}{f_c}\ (1\ Kg_m)\ (1\ m/seg^2)$$

$$f_c = 1\frac{Kg_m\ m}{N\ seg^2}$$

y de la definición, resulta:

$$1N = 1\ Kg_m.\ m/seg^2$$

Sistema MKS Gravitacional. Las unidades fundamentales son el metro (m) para la longitud, el kilogramo fuerza (kg) para la fuerza y el segundo (seg) para el tiempo. La unidad derivada de masa es el Kg_m que adquiere la aceleración gravitacional estándar, $a = 9.80665\ m/seg^2$ cuando se le aplica una fuerza de 1 kg, así se tiene:

$$F = kMa$$

$$1kg = \frac{1}{f_c}\ (1\ kg_m)\ (9.80665\ m/seg^2)$$

por lo que:

$$f_c = 9.80665\ m/seg^2$$

y de la definición:

$$1\ Kg_m = \frac{1}{9.80665}\ kg\ seg^2/m = 0.101972\ kg\ seg^2/m$$

Combinando las ecuaciones resultantes de los dos sistemas anteriores, se tiene:

$$1\ kg = 9.80665\ N$$

Este último será el sistema que generalmente se utilice en ese texto, y la anterior igualdad es una de las principales diferencias del sistema MKS gravitacional con el sistema internacional de unidades o MKS absoluto.

TABLA I.1. Sistemas de unidades (Referencia 26).

SISTEMA	LONGITUD (L)	MASA (M)	FUERZA (F)	fc
MKS Absoluto	Metro (m)	Kilogramo masa (kg_m) **(fundamental)**	Newton (N) **(derivada)**	$\frac{1 kg_m\ m}{N\ seg^2}$
MKS Gravitacional	Metro (m)	Geokilo ($\frac{kg\ seg^2}{m}$) ó U.T.M.* **(derivada)**	Kilogramo Fuerza (kg) o Kilopondio **(fundamental)**	$9.80665 \frac{kg_m\ m}{kg\ seg^2}$
CGS Absoluto	Centimetro (cm)	Gramo Masa (g_m) **(fundamental)**	Dina **(derivada)**	$\frac{1 g_m\ cm}{Dina\ seg^2}$
CGS Gravitacional	Centimetro (cm)	g seg^2/cm **(derivada)**	Gramo Fuerza (g) **(fundamental)**	$980.665 \frac{g_m\ cm}{g\ seg^2}$
Inglés Absoluto	Pie	Libra masa (lb_m) **(fundamental)**	Poundal (Pdl) **(derivada)**	$1 \frac{lb_m\ pie}{pdl.\ seg^2}$
Inglés Gravitacional	Pie	Slug **(derivada)**	Libra fuerza (lb) **(fundamental)**	$\frac{1\ slug.\ pie}{lb.\ seg^2}$
Inglés Ingenieria	Pie	Libra masa (lb_m) **(fundamental)**	Libra fuerza (lb **(fundamental)**	$32.174 \frac{lb_m.\ pie}{lb.\ seg^2}$

*** U.T.M. (Unidad Técnica de Masa).**

TABLA I.2. Factores de conversión entre unidades Métricas e Inglesas.

para convertir de	a	multiplique por	para convertir de	a	multiplique por
		LONGITUD			
Metros (m)	pulg	39.370079	Millas terrestres (Milla)	m	1609.35
	pie	3.2808399		pulg	63360.2
	yd	1.09361		pie	5280.02
	Milla	6.2137×10^{-4}		yd	1759.60
	Km	0.001		Km	1.60935
	cm	1×10^{2}		cm	1.60935×10^{5}
	mm	1×10^{3}		mm	1.60935×10^{6}
Pies (pie)	m	0.3048	Kilómetros (km)	m	1000
	pulg	12.0		pulg	39370.08
	yd	0.3333		pie	3280.84
1 braza = 6 pie	Milla	1.8939×10^{-4}		yd	1093.61
1 Vara = 16.5 pie	Km	3.048×10^{-4}		Milla	0.62137
	cm	30.48		cm	1×10^{5}
	mm	304.8		mm	1×10^{6}
Pulgadas (pulg)	m	0.0254	Centímetros (cm)	m	0.01
	pie	0.08333		pulg	0.393701
	yd	0.02778		pie	3.28084×10^{-2}
	Milla	1.5783×10^{-5}		yd	1.0936×10^{-2}
	km	2.54×10^{-5}		Milla	6.2137×10^{-6}
	cm	2.54		Km	1×10^{-5}
	mm	25.4		mm	10
Yardas (yd)	m	0.9144	Milímetros (mm)	m	1×10^{-3}
	pulg	36		pulg	3.93701×10^{-2}
	pie	3		pie	3.28084×10^{-3}

para convertir de	a	multiplique por	para convertir de	a	multiplique por
	Milla	5.6818×10^{-4}		yd	1.0936×10^{-3}
	km	9.144×10^{-4}		Milla	6.2137×10^{-7}
	cm	91.44		Km	1×10^{-6}
	mm	914.4		cm	1×10^{-1}
		SUPERFICIE			
Metros cuadrados (m^2)	Ha	1×10^{-4}	Pies Cuadrados (pie^2)	m	9.29030×10^{-2}
	$Pulg^2$	1550.0031		Ha	9.29030×10^{-6}
$1\ m^2 = 1.196\ yd^2$	pie^2	10.763910		$pulg^2$	144
	Acres	2.471×10^{-4}		Acres	2.2957×10^{-5}
	cm^2	1×10^{4}		cm^2	929.0304
Hectáreas (Ha)	m^2	1×10^{4}	Acres	m^2	4046.87
	$pulg^2$	1.550×10^{7}	$1\ Milla^2 = 640$ Acres	Ha	0.404687
	pie^2	1.0764×10^{5}		$pulg^2$	6.27264×10^{6}
	Acres	2.47104		pie^2	43560
	cm^2	1×10^{8}		cm^2	4.04687×10^{7}
Pulgadas cuadradas ($pulg^2$)	m^2	6.4516×10^{-4}	Centímetros cuadrados	m^2	1×10^{-4}
	Ha	9.45×10^{-8}		Ha	1×10^{-8}
	pie^2	6.9444×10^{-3}	(cm^2)	$pulg^2$	0.1550
	Acres	1.59×10^{-7}		pie^2	1.076391×10^{-3}
	cm^2	6.4516		Acres	2.471×10^{-8}
		VOLUMEN			
Metro cúbico (m^3)	l	1000	Pies cúbicos (pie^3)	m^3	0.028317
	$pulg^3$	61023.74		l	28.317
	pie^3	35.31467		$pulg^3$	1728

para convertir de	a	multiplique por	para convertir de	a	multiplique por
	Gal	264.17	Acrepie = 43.56 pie^3	gal	201.97
	yd^3	1.307951		yd^3	0.037037
Litros (l)	m^3	1×10^{-3}	Galones Americanos (Gal)	m^3	3.7854×10^{-3}
	$pulg^3$	61.0237		l	3.78547
Bushel = 35.24 l	pie^3	0.035315		$pulg^3$	231
	Gal	0.26417		pie^3	0.13368
	yd^3	1.308×10^{-3}		yd^3	4.951×10^{-3}
Pulgada cúbica ($pulg^3$)	m^3	1.63871×10^{-5}	Yardas cúbicas (yd^3)	m^3	0.76456
	l	1.63871×10^{-2}		l	764.56
	pie^3	5.787037×10^{-4}		$pulg^3$	46656
	Gal	4.329×10^{-3}		pie^3	27
	yd^3	2.14335×10^{-5}		Gal	201.97
FUERZA (o Peso)					
Kilogramos (kg)	lb	2.204623	Toneladas Cortas (ton corta)	kg	907.18
	ton	1×10^{-3}		lb	2000
1 onza troy = 0.0311 kg	ton corta	1.10231×10^{-3}		ton	0.90718
	ton larga	9.84207×10^{-4}		ton larga	0.89286
1 kg = 9.80665 N	onza	35.27337		onza	32000
Libras (lb)	kg	0.453592	Toneladas Largas (ton larga)	kg	1016.10
1 lb = 4.44822 N = 7000 granos = 32.17 Poundals	ton	4.53592×10^{-4}		lb	2240
	ton corta	5×10^{-4}		ton	1.0161
	ton larga	4.46429×10^{-4}		ton corta	1.120
quintal = 100 lb	onza	16		onza	35840

para convertir de	a	multiplique por	para convertir de	a	multiplique por
Toneladas métricas (ton)	kg	1000	Onzas	kg	0.02835
	lb	2204.62		lb	0.06250
	ton corta	1.1023		ton	2.835×10^{-5}
	ton larga	0.98421		ton corta	3.125×10^{-5}
	onza	35273.37		ton larga	2.790×10^{-5}
PRESION					
Kilogramo/centímetro cuadrado (Kg/cm^2)	ton/m^2	10	Libras/pie cuadrado (lb/pie^2)	kg/cm^2	4.88243 x [illegible]
	$lb/pulg^2$	14.223		ton/m^2	4.88243 x [illegible]
	lb/pie^2	2048.161		$lb/pulg^2$	6.9445 x [illegible]
$1 kg/cm^2 = 98.06 \times 10^3$ pascal	Atm	0.96784	$1 lb/pie^2$ = 47.88 pascal	Atm	4.7254 [illegible]
	pie	32.808		pie	0.0160[illegible]
Tonelada/metro cuadrado (ton/m^2)	Kg/cm^2	0.1	Atmósferas (Atm)	Kg/cm^2	1.033[illegible]
	lb/pug^2	1.4223		ton/m^2	10.33[illegible]
	lb/pie^2	204.8161	1 Atm = 0.76m de Hg	$lb/pulg^2$	14.697
$1 ton/m^2$ = lm de columna de agua	Atm	0.096784	1 Bar = 0.9869 Atm	lb/pie^2	[illegible]
	pie	3.2802	1 Atm = 101.325 K Pa	pie	33.89945
Libras/pulgada cuadrada ($lb/pulg^2$) -psi-	kg/cm^2	0.070307	Pies de columna de agua a 4 C (pie)	kg/cm^2	0.03047[illegible]
	ton/m^2	0.70307		ton/m^2	0.304[illegible]
	lb/pie^2	144		$lb/pulg^2$	0.43352
	Atm	0.06804		lb/pie^2	62.427
	pie	2.3066		atm	0.029499

para convertir de	a	multiplique por	para convertir de	a	multiplique por
VELOCIDAD					
Metros/segundo (m/seg)	Km/h	3.6	Pies/minuto (pie/min)	m/seg	5.08×10^{-3}
	pie/seg	3.28080		km/h	1.829×10^{-2}
	pie/min	196.85		pie/seg	1.667×10^{-2}
	milla/ha	2.237		milla/h	1.136×10^{-2}
Kilómetros/hora (kg/h)	m/seg	0.277778	Millas/hora (milla/h)	m/seg	0.447041
	pie/seg	0.91134		km/h	1.6093
	pie/min	54.6806		pie/seg	1.46667
1 Nudo = 1.853 km/h	milla/h	0.62137		pie/min	88
Pies/segundo (pie/seg)	m/seg	0.304801			
	km/h	1.0973			
	pie/min	60			
	milla/ha	0.68182			
PESO ESPECIFICO					
Toneladas/metro cúbico (ton/m^3)	kg/m^3	1000	Libras/pie cúbico (lb/pie^3)	ton/m^3	1.601846×10^{-2}
(1ton/m^3 = 19/cm^3)	lb/pie^3	62.427961		kg/m^3	16.01846
	lb/pulg^3	3.612729×10^{-2}		lb/pulg^3	5.787037×10^{-4}
Kilogramo/metro cúbico (kg/m^3)	ton/m^3	0.001	Libras/pulgada cúbica (lb/pulg^3)	ton/m^3	27.6799
	lb/pie^3	6.242796×10^{-2}		kg/m^3	2.76799×10^{-4}
	lb/pulg^3	3.612729×10^{-5}		lb/pie^3	1728
GASTO					
Metros cúbicos/segundo (m^3/seg)	l/seg	1000	Pies cúbicos/segundo (pie^3/seg)	m^3/seg	0.028317

para convertir de	a	multiplique por	para convertir de	a	multiplique por
	pie^3/seg	35.3145		l/seg	28 317
	Gal/min	1.58502×10^{4}		Gal/min	443.83
Litros/segundo (l/seg ó l.p.s.)	m^3/seg	0.001	Galones Americanos/minuto (Gal/min)	m^3/seg	6.3091×10^{-5}
	pie^3/seg	3.53315×10^{-2}		l/seg	0.063091
	Gal/min	15.8502		pie^3/seg	2.228×10^{-3}
TRABAJO					
Kilográmetros (kg.m)	lb-pie	7.233	Caballo vapor-hora (CV-H)	kgm	2.70×10^{5}
	KW-H	2.7241×10^{-6}		lb-pie	1.9529×10^{6}
1 kgm = 9.804 Joules = 9.804×10^{7} ergs	CV-H	3.7037×10^{-6}		KW-H	0.7355
	HP-H	3.653×10^{-6}		HP-H	0.98631
	BTU	9.292×10^{-3}		BTU	2509
Libras-pie (lb-pie)	kg m	0.13826	Horse Power-hora (HP-H)	kg m	2.7375×10^{5}
	KW-H	3.7677×10^{-7}		lb-pie	1.98×10^{6}
1 kg-cal = 3088 lb-pie	CV-H	5.1207×10^{-7}		KW-H	0.74571
	HP-H	5.0505×10^{-7}		CV-H	1.0139
	BTU	1.285×10^{-3}		BTU	2544
Kilowatt-hora (KW-H)	kg m	3.671×10^{5}	Unidades térmicas Británicas (BTU)	kg m	107.62
	lb-pie	2.65416×10^{6}		lb-pie	778.4
	CV-H	1.3592		KW-H	2.932×10^{-4}
	HP-H	1.3410	1 caloría = 4 BTU	CV-H	3.986×10^{-4}
	BTU	3411		HP-H	3.931×10^{-4}
POTENCIA					
Kilográmetros/segundo (kg m/seg)	lb-pie/seg	7.233	Caballos Vapor métrico (CV)	kg m/seg	75

para convertir de	a	multiplique por	para convertir de	a	multiplique por
	KW	9.8066×10^{-3}		lb-pie/seg	542.5
	CV	0.01333		KW	0.7355
	HP	0.01315		HP	0.9873
	BTU/seg	9.292×10^{-3}		BTU/seg	0.6969
Libras pie/segundo (lb-pie/seg)	kg m/seg	0.1383	Horse Power (HP) o Caballo vapor inglés	kg m/seg	76.04
	KW	1.356×10^{-3}		lb-pie/seg	550
	CV	1.843×10^{-3}		KW	0.7457
	HP	1.8182×10^{-3}		CV	1.0139
	BTU/seg	1.285×10^{-3}		BTU/seg	0.7066
Kilowatts (KW)	kg m/seg	101.97	Unidades térmicas británicas/segundo (BTU/seg)	kg m/seg	107.62
	lb-pie/seg	737.5		lb-pie/seg	778.40
	CV	1.36		KW	1.055
	HP	1.3405		CV	1.435
	BTU/seg	0.9475		HP	1.415
		TEMPERATURA			
Temp °C + 17.778	°F	1.8	Temp °F-32	°C	5/9
Temp °C + 273.16	°K	1.0	Temp °F + 459.69	°R	1.0

°C = grados Centígrados o Celsius   °F = grados Fahrenheit

°K = grados Kelvin o centígrados absolutos   °R = grados Rankine o °F absolutos

TABLA I. 3. Símbolos y dimensiones de cantidades físicas empleadas en Hidráulica.

Concepto	Símbolo	Unidades usuales	Dimensiones [FLT]
Longitud	l	m	L
Tiempo	t	seg	T
Masa	M	kg seg^2/m	F L^{-1} T^2
Fuerza	F	kg	F
Peso	W	kg	F
Velocidad	v	m/seg	LT^{-1}
Aceleración	a	m/seg^2	Lt^{-2}
Area	A	m^2	L^2
Volumen	V	m^3	L^3
Peso volumétrico	ω	kg/m^3	FL^{-3}
Gasto	Q	m^3/seg	L^3 T^{-1}
Presión	P	ton/m^2	FL^{-2}
Gravedad	g	m/seg^2	LT^{-2}
Densidad	ρ	kg seg^2/m^4	FL^{-4} T^2
Peso específico	γ	kg/m^3	F L^{-3}
Viscosidad dinámica	μ	kg seg/m^2	FL^{-2} T
Viscosidad cinemática	ν	m^2/seg	L^2T^{-1}
Tensión superficial	σ	kg/m	F L^{-1}
Trabajo, energía	ε	kgm	FL
Potencia	P	kg m/seg	F LT^{-1}

Capítulo 2

PROPIEDADES FISICAS DE LOS FLUIDOS

La materia, de acuerdo con la manifestación física que presenta en la naturaleza, se puede clasificar en tres estados: **sólido, líquido y gaseoso**; a los dos últimos se les conoce como fluidos. Característica peculiar de un fluido es que no tiene forma propia, adquiriendo la del recipiente que lo contiene.

Aquel fluido cuyo volumen varía ligeramente con la presión y la temperatura, que al estar contenido en un depósito deja una superficie libre o de contacto entre él y su propio vapor, o la atmósfera u otro gas presente, se le denomina líquido. Al fluido, que al colocarlo en un recipiente se expande hasta ocupar el máximo volumen sin presentar una superficie libre, se le conoce como gas.

A continuación se definen las principales propiedades físicas de los fluidos, que permiten describir los aspectos más importantes de la Hidráulica.

Peso específico (γ) es, el peso por unidad de volumen de una sustancia, sus dimensiones son $\left[F\,L^{-3}\right]$. También se le conoce como peso volumétrico (ω).

Densidad (ρ) es, la masa por unidad de volumen de una sustancia. Sus dimensiones son $\left[M\,L^{-3}\right]$ en el sistema absoluto y $\left[F\,T^{2}\,L^{-4}\right]$ en el sistema gravitacional.

Las dos propiedades anteriores se relacionan mediante la Ley; $\gamma = g\,\rho$ en donde: γ es el peso específico, g es la aceleración local de la gravedad, que resulta de aplicar la segunda Ley de Newton a la unidad de volumen de un fluido y ρ la densidad.

Gravedad específica (s) es, la relación entre el peso específico de una sustancia y el peso específico del agua a 4°C. También se le denomina densidad relativa, y puede

ser expresada como la relación del peso de la sustancia y el peso de un volumen igual de agua o como la relación de densidades.

Viscosidad dinámica, absoluta o simplemente viscosidad (μ), es la medida de la resistencia a fluir de un fluido como resultado de la interacción y cohesión de sus moléculas. Las dimensiones de la viscosidad dinámica en el sistema absoluto son: $\left[M L^{-1} T^{-1}\right]$ y en el gravitacional $\left[L^{2} T^{-1}\right]$.

Viscosidad cinemática (ν) es, la relación de la viscosidad dinámica del fluido entre su densidad. La viscosidad cinemática interviene en aplicaciones como el Número de Reynolds ($Re = \frac{V D}{\nu}$) las dimensiones de ν, son:

$$\nu=\frac{\mu}{\rho} = \frac{[F L^{-2} T]}{[F L^{-4} T^{2}]} = \left[L^{2} T^{-1}\right]$$

Tensión superficial (σ) es, la fuerza por unidad de longitud que se genera sobre la superficie libre de un líquido, o de contacto entre dos fluidos que no se mezclan, debido a las fuerzas de cohesión que actúan entre las moléculas integrantes de esos fluidos, sus dimensiones $\left[F L^{-1}\right]$. Un ejemplo de la tensión superficial se tiene al colocar una aguja de coser cuidadosamente sobre la superficie del agua, formando una pequeña depresión permaneciendo en reposo sin hundirse, aunque su densidad puede llegar a ser hasta diez veces mayor que la del agua.

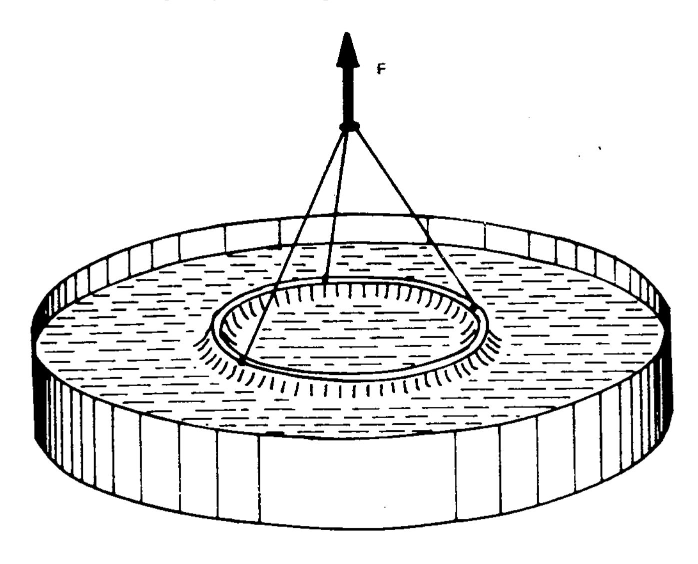


Figura II.1. La extracción de un anillo de longitud L fuera de un líquido requiere una fuerza adicional F para equilibrar las fuerzas de la superficie 2 σ L. Este método se utiliza corrientemente para medir la tensión superficial.

Capilaridad es, la acción (elevación o descenso), de un líquido en un tubo capila (o en situaciones físicas análogas tales como en medios porosos), provocada por l tensión superficial y originada en la relación que presenta la adhesión entre líquido sólido con la cohesión del líquido. Los líquidos ascienden en tubos que mojan (adhesión > cohesión) y el menisco que se forma será cóncavo (Figura II.2.a), y descienden en tubos a los que no mojan (cohesión > adhesión), en cuyo caso el menisco ser convexo (Figura II. 2.b). Como frecuentemente se emplean tubos de vidrio o plástic para medir presiones (piezómetros), es aconsejable el uso de tubos de diámetro mayo de 5 mm, para que los efectos de capilaridad sean despreciables y no haya necesida de corregir la posición del menisco.

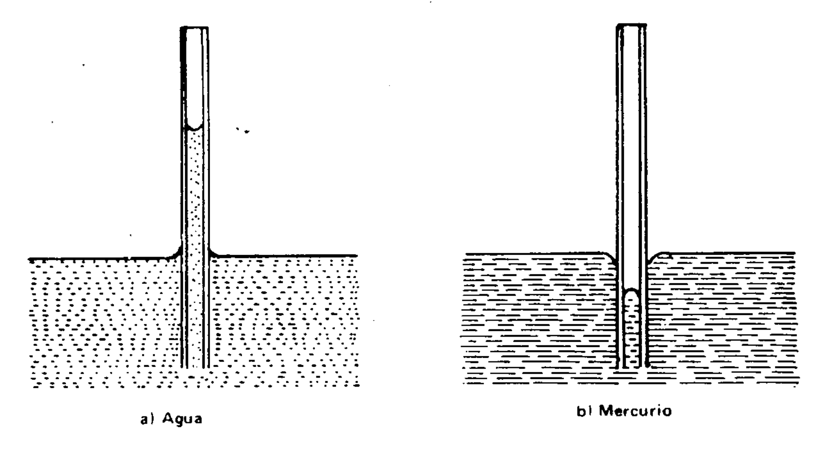


Figura II.2. Tubos capilares.

Compresibilidad es, la propiedad que tienen los cuerpos de reducir su volume bajo la acción de presiones externas. De esta definición se deriva el concepto de Módulo de Elasticidad volumétrica (E) de los líquidos y se define por el cambio de intensida de la presión (Δp), dividido por el cambio correspondiente de volumen (ΔV) por unida de volumen, como se indica en la fórmula:

$$E = \frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$

El valor de E varía principalmente con la temperatura, para el agua se tiene un variación de 20 600 kg/cm^2 a 0° hasta 23 500 kg/cm^2 a 55°C, teniendo un valor aproximado de 22 250 kg/cm^2 a 20°C y de 21 000 kg/cm^2 a 100°C. Estos valores son lo suficientemente elevados para permitir el supuesto de que los líquidos so incomprensibles en la resolución de la mayoría de los problemas de Hidráulica.

Es común designar la comprensibilidad como el recíproco del módulo de elasticidad volumétrica: $\beta = 1/E$, de dimensiones $\left[L^2 F^{-1}\right]$.

Presión de vapor es, la presión parcial que ejercen, en un espacio cerrado, las moléculas que escapan de la superficie de un líquido al producirse el fenómeno de evaporación. Como este fenómeno depende de la actividad molecular y ésta a su vez es función de la temperatura, la presión de vapor de un fluido depende de la temperatura y aumenta con ella. Cuando la presión que actúa sobre un líquido es igual a su presión de vapor, se presenta la ebullición. La ebullición del agua por ejemplo puede ocurrir a la temperatura ambiente si se reduce la presión suficientemente.

En muchos casos de escurrimiento de líquidos, es posible que se produzcan presiones muy bajas en determinados puntos de un sistema. Cuando esto ocurre, el líquido se evapora espontáneamente presentándose el fenómeno de **cavitación**. La bolsa de vapor o cavidad que se forma se expande con rapidez y suele ser arrastrada por la corriente a regiones donde la presión es mayor que la presión de vapor. En dichas regiones, la cavidad se condensa bruscamente. El crecimiento y destrucción de las burbujas de vapor, afectan en forma considerable la operación de bombas y turbinas hidráulicas, éstas pueden ocasionar la erosión de las partes metálicas en la región donde se presenta la cavitación.

TABLA II.1. Propiedades Físicas del Agua a la Presión Atmosférica Normal en Función de la Temperatura (Referencia 31).

Temperatura T (°C)	Peso Específico γ (Kg/m^3)	Viscocidad Cinemática ν (10^{-6} m^2/seg)	Presión de Vapor P_v/γ (m H_2O)	Tensión Superficial σ (10^{-3} kg/m)	Módulo de Elasticidad E (10^8 kg/m^2)
0	999.9	1.77	0.062	7.71	2.03
4	1000.0	1.57	0.083	7.66	2.07
10	999.7	1.31	0.125	7.57	2.14
20	998.2	1.01	0.239	7.43	2.23
30	995.7	0.83	0.433	7.26	2.30
40	992.2	0.66	0.753	7.10	2.33
50	988.1	0.55	1.258	6.90	2.34
60	983.2	0.46	2.033	6.76	2.32
80	971.8	0.37	4.831	6.38	2.24
100	958.4	0.29	10.333	6.00	2.13

Capítulo 3

HIDROSTATICA

Hidrostática es, la rama de la Hidráulica que estudia las presiones y fuerzas producidas por un líquido en reposo y sus condiciones de equilibrio.

3.1. Presión Hidrostática (p).

Es la fuerza por unidad de área que obra sobre una superficie real o imaginaria situada dentro de un fluido o su periferia.

Considerándose en el interior de cierta masa líquida un cuerpo de volumen V, limitado por la superficie A, según Figura III.1 si dA representa un elemento del área en esta superficie y dF la fuerza que en ella actúa (perpendicularmente), la presión será:

$$p = \frac{dF}{dA}$$

Si se tiene en cuenta toda el área, el efecto de la presión producirá una fuerza resultante que es llamada empuje, siendo a veces llamada presión total que es dada por el valor de la siguiente integración:

$$F = \int p\, dA$$

Figura III.1. Fuerzas producidas por un líquido en reposo.

Si la presión fuese la misma en toda el área, el empuje sería:

$$F = pA \qquad (III.1)$$

La presión hidrostática, según Camargo y Salazar (6), se clasifica en:

Absoluta, cuando se toma en cuenta la presión atmosférica (utilizada en investigación).

Relativa, cuando no se toma en cuenta la presión atmosférica, en Ingeniería se le denomina presión hidrostática.

Unitaria, cuando su intensidad se refiere a la unidad de área.

Total, cuando se refiere a toda una superficie y corresponde a la intensidad del empuje hidrostático.

La presión hidrostática unitaria se mide en unidades de fuerza entre unidades de área (kg/m^2, kg/cm^2, lb/pie^2 o derivadas).

En vista de que un fluido en reposo no sufre fuerzas tangenciales, la fuerza ejercida por la presión sobre cualquier superficie debe actuar en la dirección perpendicular a ésta.

Aplicaciones de la presión hidrostática; en prensas hidráulicas, frenos, transmisión y dirección hidráulicas, retropropulsión, etc.

3.2. Teorema de Pascal.

El teorema de Pascal dice ...**En cualquier punto, en el interior de un líquido en reposo, la presión es igual en todas direcciones.**

Para demostrarlo se tiene un prisma líquido de dimensiones pequeñas Δx, Δy, Δz, dentro de un cuerpo líquido en reposo, ubicado en tres coordenadas rectangulares (según Figura III.3).

Las presiones hidrostáticas totales en las caras del prisma son perpendiculares a ellas por carencia de rozamiento, al encontrarse en reposo.

Según la Figura III.2:

por perpendicularidad $\alpha_1 = \alpha_2$ (a)

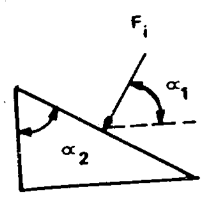
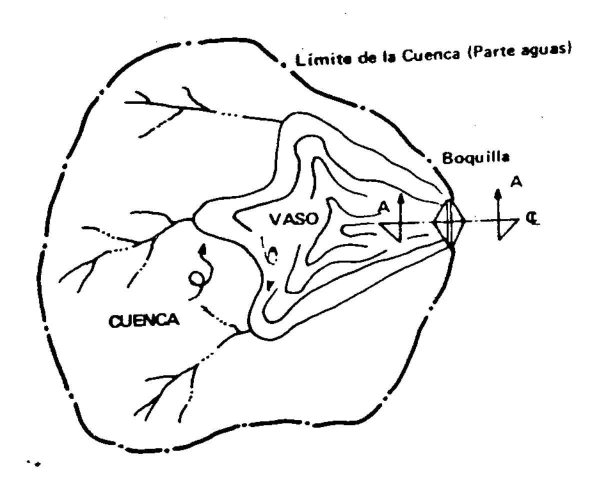
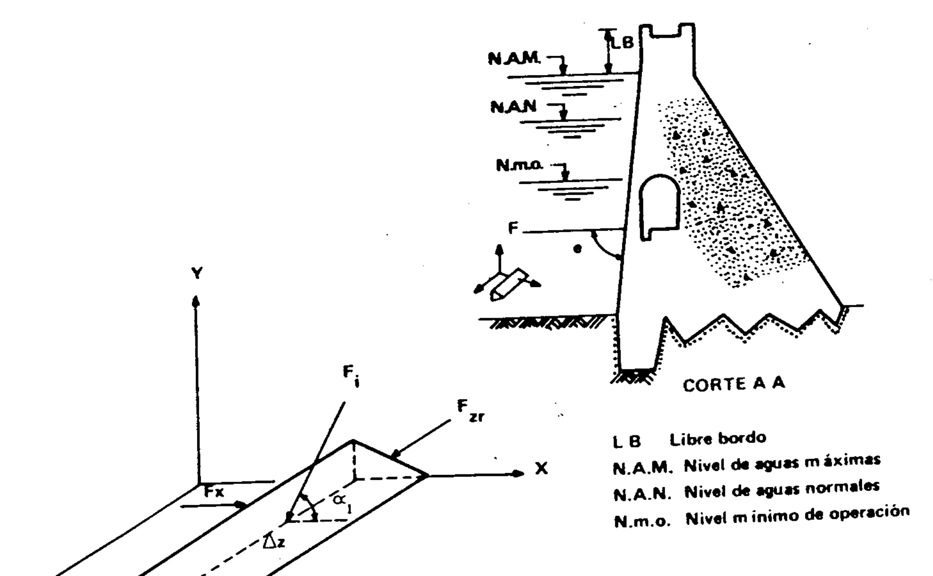


Figura III.2. Posición de presión hidrostática total sobre la cara inclinada de un prisma líquido.





L B Libre bordo
N.A.M. Nivel de aguas máximas
N.A.N. Nivel de aguas normales
N.m.o. Nivel mínimo de operación

Figura III.3. Prisma de un cuerpo líquido en reposo.

por reposo, se tiene la ecuación estática de equilibrio ($\Sigma F = 0$):

$$F_x - F_i \cos \alpha_1 = 0 \qquad \text{(b)}$$

$$p_x\, a_x - p_i\, a_i \cos \alpha_1 = 0 \qquad \text{(c)}$$

si las dimensiones del prisma son pequeñas, las caras son de área muy reducida y es admisible, por la continuidad natural de los fenómenos, que su presión unitaria no variará para fines prácticos.

$$a_i \cos \alpha_1 = a_x \,, \text{ porque } \alpha_1 = \alpha_2$$

entonces:

$$p_x = p_i \qquad \text{(d)}$$

por el estado de reposo en que se encuentra el prisma ($\Sigma F_y = 0$):

$$F_i \operatorname{sen} \alpha_1 + W - F_y = 0$$

o sea:

$$p_i\, a_i \operatorname{sen} \alpha_1 + \frac{1}{2} \Delta x\, \Delta y\, \Delta z\, w = p_y\, a_y \qquad \text{(e)}$$

como:

$$a_i \operatorname{sen} \alpha_1 = a_y \,; \text{ porque } \alpha_1 = \alpha_2$$

y por ser el volumen un finito pequeño al cubo ($\Delta x\, \Delta y\, \Delta z$), se puede considerar nulo el término que le contiene:

$$\frac{1}{2} \Delta x\, \Delta y\, \Delta z\, \omega = 0$$

entonces:

$$p_i\, a_y = p_y\, a_y$$

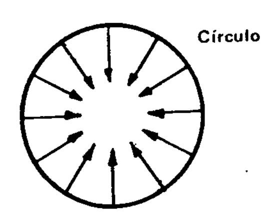
reduciendo:

$$p_i = p_y \qquad \text{(f)}$$

de las ecuaciones (d) y (f), se tiene que:

$$p_x = p_y = p_i = p$$

Si cambiamos las dimensiones pequeñas a infinitesimales el prisma pasa a ser un punto, el ángulo α_1 puede tener cualquier valor y el plano ZX puede girar alrededor del eje Y, este análisis puede hacerse para cualquier dirección. Por lo cual, el diagrama de presiones hidrostáticas unitarias de un punto, dentro de un cuerpo líquido, es un círculo y el volumen de presiones hidrostáticas unitarias, es una esfera.



Esfera

a) Diagrama de presiones

b) Volumen de presiones

Figura III.4. Presiones hidrostáticas unitarias en un punto.

3.3. Teorema principal de la hidrostática.

Al teorema principal de la hidrostática, también se le conoce como la diferencia de presiones hidrostáticas unitarias y su enunciado es el siguiente: "En un líquido ideal en reposo la diferencia de presiones de dos puntos en su interior, vale la diferencia de sus respectivos tirantes por el peso volumétrico del líquido".

Para demostrarlo, imagínese un prisma líquido recto de bases pequeñas dentro de un líquido en reposo y homogéneo.

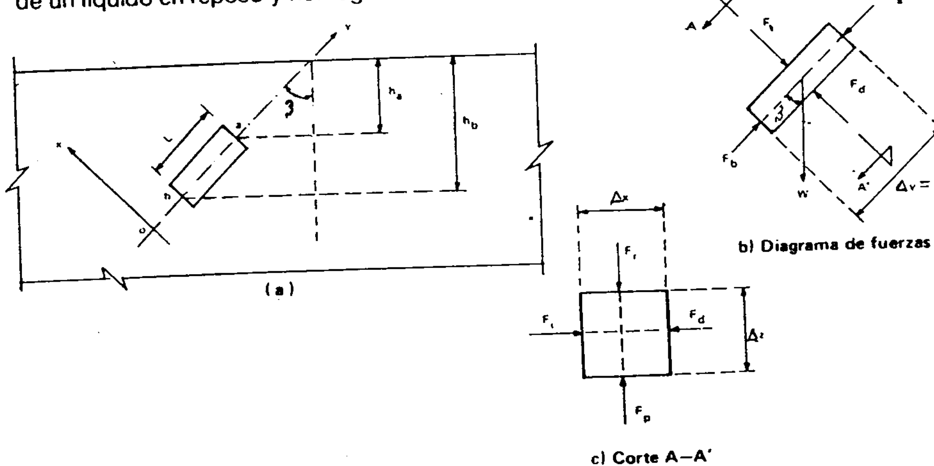


Figura III.5. Prisma líquido en reposo.

Como el prisma líquido se encuentra en estado de reposo, se deben cumplir las ecuaciones de equilibrio:

$$\Sigma F_y = 0$$

por lo que:

$$F_b - F_a - W \cos\beta = 0$$

donde:

W = peso propio del prisma líquido

F_a y F_b = Empujes hidrostáticos en las bases del prisma, cuyo estado de reposo se analiza

como:

$F = A.p$ y $W = V.\omega$ (V = Volumen y ω = peso volumétrico)

$$(\Delta x\, \Delta z\, p_b) - (\Delta x\, \Delta z\, p_a)\ (\Delta x\, \Delta y\, \Delta z\, \omega \cos\beta) = 0$$

dividiendo todo entre $\Delta x\, \Delta z$ y como $\Delta y = L$, se tiene:

$$p_b - p_a - L\,\omega \cos\beta = 0$$

pero:

$L \cos\beta = h_b - h_a$ Según se observa en la Figura III.5, entonces:

$$p_b - p_a = \omega\,(h_b - h_a) \qquad \text{(III. 2.)}$$

Teorema de la diferencia de presiones hidrostáticas unitarias o principal de la hidrostática.

donde:

p_a y p_b = presiones hidrostáticas unitarias en los puntos a y b (centroides de las bases del prisma líquido en reposo), en kg/m^2, lb/pie^2 o unidades derivadas.

ω = peso volumétrico del líquido donde se ubica el prisma, en kg/m^3, lb/pie^3 o unidades derivadas.

h_a y h_b = tirantes o profundidades de los puntos a y b (distancia de los puntos a la superficie libre del líquido (SLL) donde se les localiza), en m o pie.

Para el agua normalmente se le considera un peso volumétrico (ω) de 1000 kg/m^3.

Este teorema presenta tres corolarios, según lo describe Camargo y Salazar, 1980.

Corolario 1 ...*La magnitud de la presión hidrostática unitaria (relativa) en un punto vale el tirante del punto por el peso volumétrico del líquido* (ω)...

$$p_x = \omega\, h_x \qquad \text{(III.3)}$$

despojando el tirante se tiene:

$$hx = \frac{p\,x}{\omega}$$

a esta ecuación se le denomina **carga de presión** e indica la profundidad (en metros) necesaria para producir una presión p_x; de un líquido de peso volumétrico ω.

Para demostrar el corolario anterior, se tiene que; si el punto **a** (Figura III.5.a), se traslada a la superficie libre del líquido (S.L.L.), la presión en el punto será la atmosférica (P_a = 0, por ser presiones hidrostáticas) y su tirante h_a valdrá cero; al aplicar estos valores a la ecuación III.2, queda:

$$P_b = \omega\, h_b$$

en este caso el punto x = b, y esta expresión, analíticamente corresponde a la ecuación de una recta que pasa por el origen.

Corolario 2. ...*Puntos localizados en un plano a nivel, dentro o ligados por un líquido homogéneo, tienen la misma presión hidrostática unitaria...*

La razón es que tales puntos al ser el mismo líquido, tienen igual tirante e igual peso volumétrico, por lo cual, la presión hidrostática unitaria puntual es la misma.

Corolario 3. ...*La presión aplicada a un fluído encerrado se trasmite sin disminución a cada punto del fluído y de las paredes del recipiente que le contiene...*

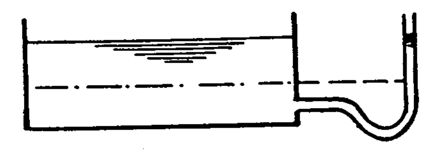


Figura III.6. Ubicación de puntos en el plano a nivel ligados por el mismo líquido.

Ubicándose en el prisma de la Figura III.5.a, con el punto **a** trasladado a la S.L.L., y si la presión p_a se aumenta de algún modo, por ejemplo: ajustando un pistón sobre la parte superior y ejerciendo una fuerza (f) sobre él, a una cierta profundidad, la presión p, aumenta exactamente en la misma cantidad. Este corolario viene a representar otra expresión del principio de Pascal y se aplica para el funcionamiento de la prensa hidráulica; representada esquemáticamente en la Figura III.7.

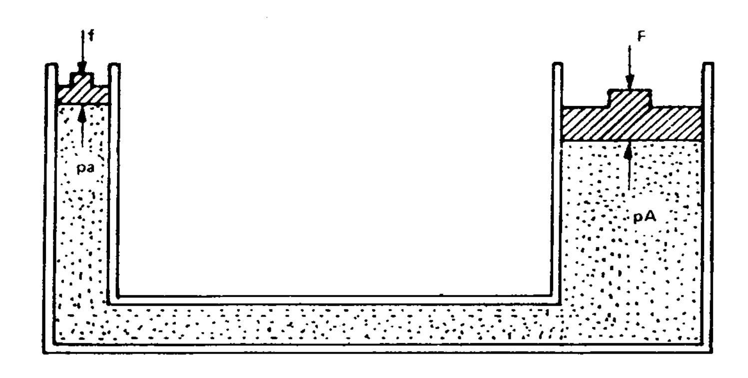


Figura III.7. Fundamento de la prensa hidráulica.

En una zona pequeña de un pistón cuya sección transversal es **a**, ésta se utiliza para ejercer directamente una pequeña fuerza **f** sobre el pistón contra un líquido, tal como el aceite. La presión (p = f/a), se transmite a lo largo de un tubo, de la misma forma se tiene un cilindro más ancho; provisto también de un pistón más ancho, de área A en la cual se ejerce una fuerza F. Puesto que la presión es la misma en ambos cilindros se tiene la siguiente igualdad:

$$p = \frac{f}{a} = \frac{F}{A} \quad y \quad F = \frac{A}{a} \times f$$

se deduce de esto, que la prensa hidráulica es un dispositivo para multiplicar la fuerza con una ventaja mecánica ideal igual a la razón de las áreas de los dos pistones.

Los sillones de los barberos y de los dentistas, los gastos hidráulicos para levantar coches y los frenos hidráulicos; son dispositivos basados en el mismo principio que la prensa hidráulica.

Las características vectoriales de la presión hidrostática en un punto dentro o en la periferia de un cuerpo líquido, son:

DIRECCION	Radial (en el espacio).
MAGNITUD	Tirante del punto por el peso volumétrico del líquido (en kg/m^2, lb/pie^2, etc.).
SENTIDO	Hacia el punto.
LINEA DE ACCION	Recta.

Ejemplo 3.1

Un tanque de gasolina tiene un conducto de ventilación en condiciones estándar a nivel del mar, como se ilustra en la Figura III.8. La lectura del medidor de gasolina, es proporcional a la presión manométrica en la parte inferior del tanque. Si éste tiene 35 cm de profundidad y contiene 2.5 cm de agua. ¿Cuántos centímetros de aire quedan en la parte superior si el medidor indica que el tanque está lleno? El peso volumétrico del agua es 1.0 ton/m^3 y el de la gasolina 0.69 ton/m^3.

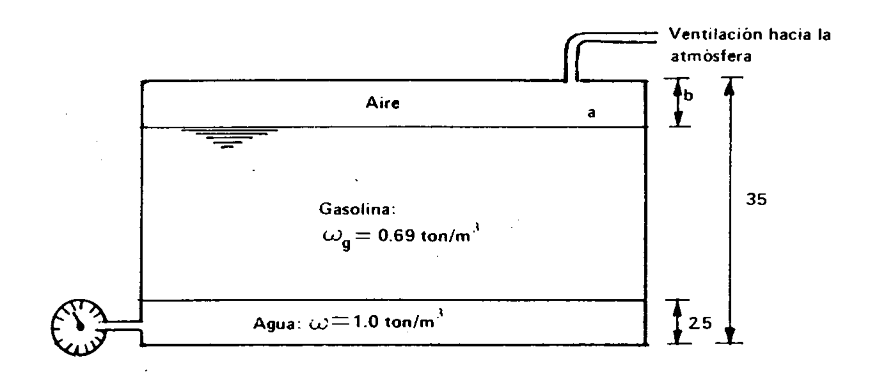


Figura. III.8. Esquema del ejemplo 3.1.

Solución: Suponiendo que existen b cm de aire. Entonces se tienen (32.5 - b) cm de gasolina. Como la superficie libre del líquido está en contacto con la atmósfera, la presión en ese punto se considera nula por estar midiendo presiones relativas. Por consiguiente, la presión manométrica en la parte inferior del tanque es:

$$p_f = p_g + p_a = \omega_g h_g + \omega h_f = \omega_g (0.325 - b) + \omega(0.025)$$

$$p_f = 0.69(0.325 - b) + 1.0(0.025) = 0.24925 - 0.69\ b$$

$$p_f = 0.24925 - 0.69\ b \qquad (1)$$

por otro lado, el valor de la presión en el fondo es igual a la presión que deberá existir si el tanque esta lleno de gasolina.

$$p_f = \omega_g\, h_f = 0.69(0.35) = 0.2415$$

$$p_f = 0.2415\ \text{ton/m}^2 \qquad (2)$$

Igualando las expresiones (1) y (2), se tiene:

$$0.24925 - 0.69\ b = 0.2415$$

$$b = \frac{0.24925 - 0.2415}{0.69} = 0.01123m$$

$$b = 1.123\ \text{cm de aire en la parte superior}$$

3.4. Dispositivos para medir la presión.

Las presiones pueden expresarse con referencia a un origen arbitrario; los orígenes más usuales son el vacío absoluto y la presión atmosférica, cuando se toma como origen el vacío absoluto, la presión se llama **presión absoluta** y cuando se toma como origen la presión atmosférica local, se llama **presión relativa o presión manométrica**.

Para ilustrar lo anterior, se tiene:

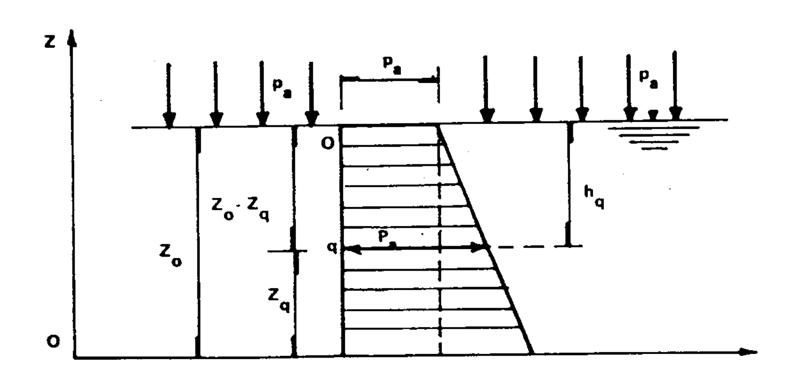


Figura III.9. Diagrama de Distribución de presiones Hidrostáticas en un líquido.

$$p_{abs} = p_{bar} + p_{man} = p_a + \omega\,(z_o - z_q)$$

donde:

p_a = presión atmosférica local o presión barométrica sobre la superficie libre del líquido, en kg/m^2

p_{man} = presión relativa del punto q, medida con manómetro, en kg/m^2

$z_o - z_q$ = profundidad o tirante del punto q, en m

p_{abs} = presión absoluta del punto q, medida a partir del cero absoluto de presiones, en kg/m^2

La presión atmosférica local depende de la altitud (elevación del sitio con respecto al nivel del mar), del lugar en que se encuentra el líquido, así como de las condiciones climatológicas del sitio.

La presión hidrostática que comúnmente se mide, es tomando como cero de referencia a la presión atmosférica local y a esta presión se le denomina **Manométrica.**

En la Figura III.10, se ilustran los diferentes niveles de referencia para medir la presión.

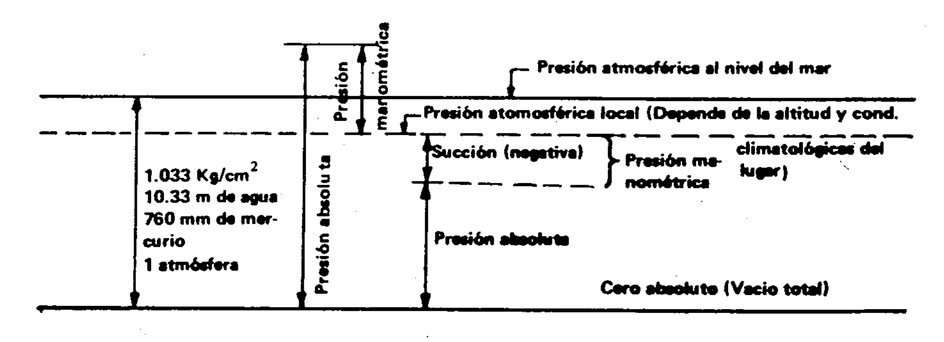


Figura III.10. Representación esquemática de las diferentes presiones.

A. BAROMETROS:

El dispositivo para medir la presión atmosférica local se llama Barometro, consiste en un tubo de vidrio lleno de mercurio con un extremo cerrado y el otro abierto con una escala adosada (para poder medir determinados valores de h), sumergido dentro de un recipiente que contiene dicho elemento (Figura III.11).

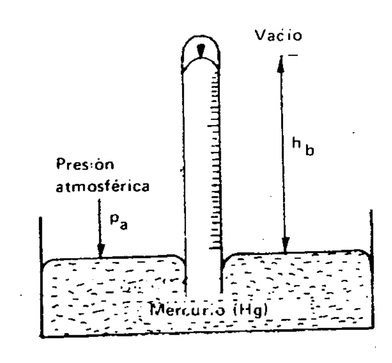


Figura III.11. Barómetro.

La presión atmosférica ejercida sobre la superficie del mercurio en el recipiente, lo fuerza a elevarse dentro del tubo hasta alcanzar la columna una altura h que equilibra la presión atmosférica, expresándose así:

$$p_a = \omega_{Hg}\, h_b$$

donde:

ω_{Hg} = peso volumétrico del mercurio = 13595 kg/m^3

A nivel del mar a la temperatura de 15°C la presión atmosférica es de 10 333 kg/m^2, denominada presión atmosférica normal o estándard.

Entonces la correspondiente altura barométrica del mercurio es:

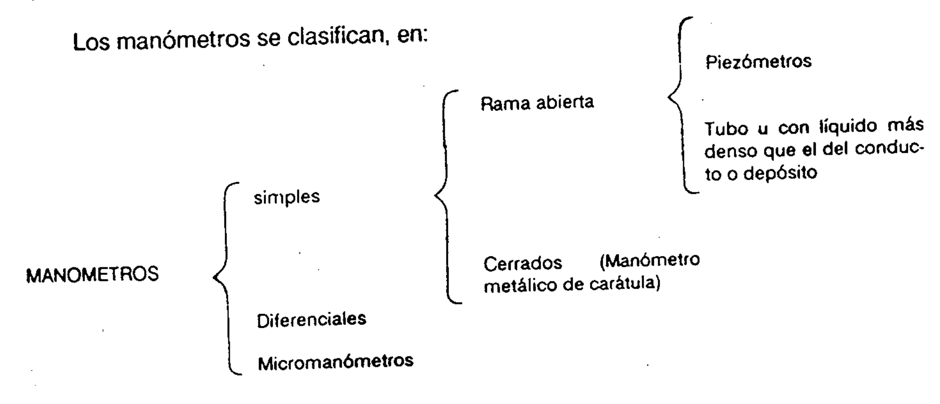
$$h_b = \frac{10333}{13595} = 0.76\, m$$

La presión barométrica varía con la altitud (altura m.s.n.m.) y con las condiciones climatológicas.

B. MANOMETROS:

Los dispositivos para medir las presiones relativas, denominadas simplemente presiones hidrostáticas, se llaman Manómetros y son tubos unidos a depósitos, tuberías o canales con el fin de medir su presión.

Los manómetros se clasifican, en:



a. Piezómetros.

Los piezómetros son manómetros simples de rama abierta cuya característica principal es que contienen solamente el líquido que pasa por el conducto, éste consiste en un tubo transparente de cristal o plástico, recto o con un codo, de diámetro pequeño (mayor de 5 mm para evitar el fenómeno de capilaridad y tener que hacer correcciones por menisco). Este tubo se conecta al punto en que se quiere medir la presión, prácticando cuidadosamente en la pared del recipiente o tubería un orificio, que se llama orificio piezómetrico; el otro extremo se deja abierto a la atmósfera.

El líquido que lleva en su interior el conducto o depósito, asciende hasta alcanzar el equilibrio, determinándose entonces la presión mediante la distancia vertical h desde el menisco (en la superficie libre del líquido), hasta el punto de interés; en unidades de altura de columna del líquido o en el piezómetro, pudiendo expresarse en unidades de carga de presión o multiplicando éstos por el peso volumétrico del líquido, para obtener unidades de presión.

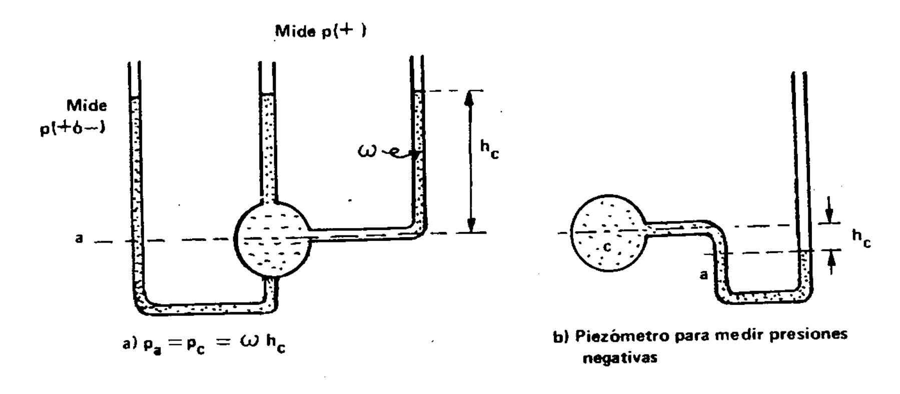


Figura III.12. Piezómetros.

Estos aparatos son medidores de presión muy sensibles, pero no prácticos para la medición de grandes presiones, por la longitud excesiva de tubo que se requiere; quedando limitado su uso exclusivamente a la medición de presiones en líquidos.

b. Manómetros simples de tubo U, con líquido más denso al fluido del conducto o depósito.

Estos aparatos se usan para medir grandes presiones, el líquido más usado es el mercurio, aunque algunas veces se pueden usar otros líquidos para medir pequeñas

presiones: agua, alcohol (coloreados estos), tetracloruro de carbono, tetrabromuro de acetileno o bencina, más densos que el fluido circulante en el conducto, siempre que los dos no sean mezclables entre sí.

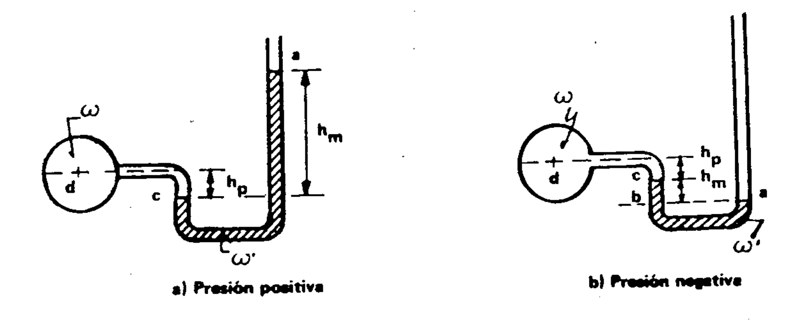


Figura III.13. Manómetro de rama abierta.

En la que:

h_m = Altura del líquido manométrico (diferencia de cotas entre meniscos).

h_p = Diferencia de cotas entre el eje del conducto y menisco interior del líquido manométrico.

ω = Peso volumétrico del fluido en d, en ton/m^3.

ω' = Peso volumétrico del líquido indicador o el mercurio, en ton/m^3.

Para la Figura III.13.a). Las presiones en los puntos a, b, c y d, son:

Presión en a: p_a = presión atmosférica

Presión en b: $p_a + \omega' h_m$

Presión en c: $p_a + \omega' h_m$

Presión en d: $p_a + \omega h_m - \omega h_p$

Para la Figura III.13. b). Las presiones en los puntos a, b, c y d, son:

Presión en a: p_a = presión atmosférica

Presión en b: $p_b = p_a$

Presión en c: $p_a - \omega h_m$

Presión en d: $p_a - \omega h_m - \omega h_p$

c. **Manómetro simple cerrado.**

Un manómetro de este tipo es el manómetro tipo Bourdon (**metálico de carátula**), es un aparato integrado por una carátula y una aguja que es accionada por un elemento que soporta la presión, este es un tubo metálico curvado, cerrado por un extremo y por el otro se conecta al recipiente que contiene el fluido cuya presión va a medirse.

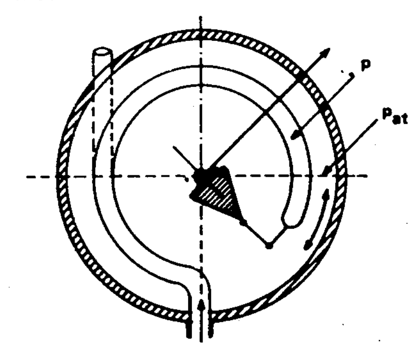


Figura III.14. Manómetro Bourdon para presiones relativas.

La esfera puede ser graduada con las unidades que se prefieran tales como: kg/cm^2, mm de mercurio, metros de agua o lb/pulg^2

d. **Manómetros diferenciales.**

Por lo general son manómetros que miden la diferencia de presiones entre dos puntos, cuando la presión real en cualquier otro punto del sistema no puede o no se desea, determinar.

$$p_A + \omega_1 h_1 + \omega_3 h_3 - \omega_2 h_2 = p_B$$

$$p_B - p_A = \omega_1 h_1 - \omega_2 h_2 + \omega_3 h_3$$

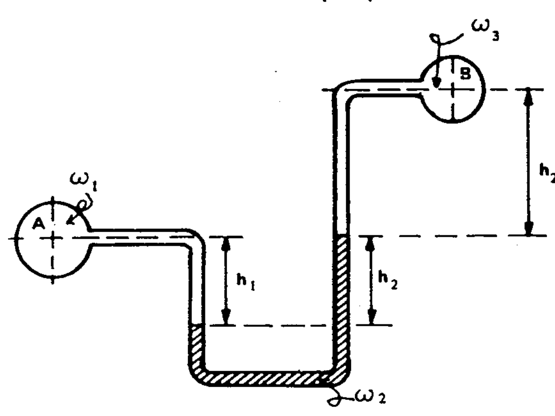


Figura III.15. Manómetro diferencial.

METODOS DE RESOLUCION DE MANOMETROS

Método Americano. Este método consiste en seguir el desarrollo del manómetro partiendo de uno de los puntos extremos, hasta llegar al otro.

$$p_A + \omega_1 h_1 - \omega_2 h_2 + \omega_3 h_3 = p_B$$

$$p_A - p_B = -\omega_1 h_1 + \omega_2 h_2 + \omega_3 h_3$$

Método del plano de equilibrio. Este método consiste en determinar un plano de equilibrio en el interior del manómetro, partiendo hacia los puntos extremos del manómetro, de acuerdo con el corolario 2, del Teorema principal de la Hidrostática, se tiene que:

$$p_1 = p_2$$

$$p_1 = p_A + h_1 \omega_1$$

$$p_2 = p_B + h_3 \omega_3 + h_2 \omega_2$$

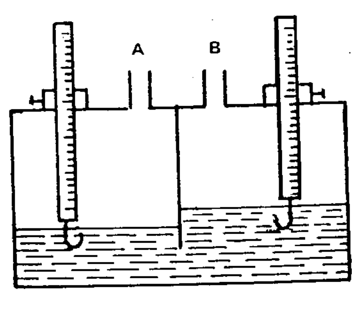
Sustituyendo

$$p_A + h_1 \omega_1 = p_B + h_3 \omega_3 + h_2 \omega_2$$

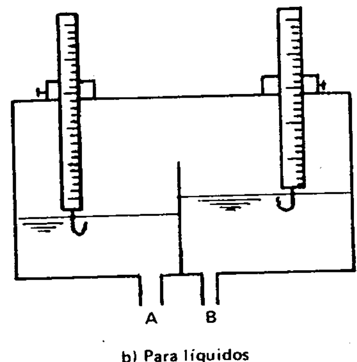
$$p_A - p_B = -h_1 \omega_1 + h_2 \omega_2 + h_3 \omega_3$$

e). Micromanómetros

Los micromanómetros son aparatos que sirven para determinar diferencias de presión muy pequeñas o presiones con mucha precisión.



a) Para gases



b) Para líquidos

Figura III.16. Micromanómetros de gancho.

Ejemplo 3.2. Para manómetro simple.

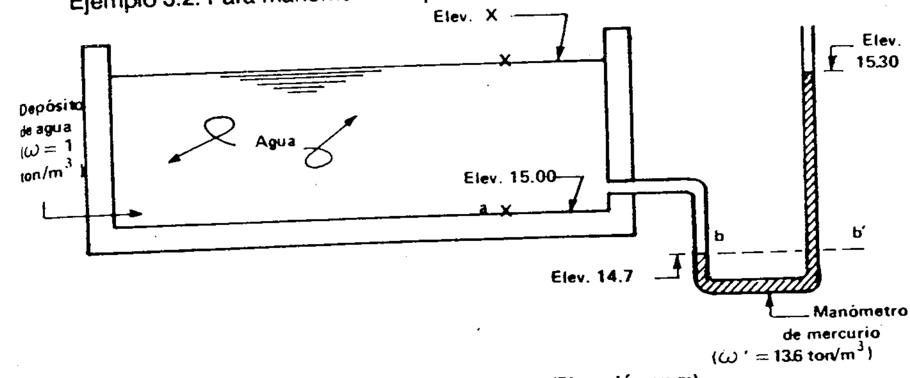


Figura III.17. Perfil (Esquemático) de un depósito de agua (Elevación en m).

¿Se desea conocer la elevación de la superficie libre del agua en el depósito?

$$\text{Elevación } x = \text{Elevación } a + h_a \qquad (1)$$

Datos:

Elevación a = 15.00 m

ω = peso volumétrico del agua = 1 ton/m^3

ω' = peso volumétrico del mercurio = 13.6 ton/m^3

De acuerdo con el método del plano de equilibrio para la resolución del manómetro, se tiene:

Presión en b = presión en b'

$$p_b = p_a + \omega h_p = p_a + 1.0\,(15 - 14.7)$$

$$= p_a + 0.3$$

$$p_b' = p_c + \omega' h_m = p_c + 13.6\,(15.3 - 14.7)$$

$$= p_c + 8.16$$

pero:
p_c = presión atmosférica = 0, por estar midiendo presiones manométricas.

$$p_b = 8.16$$

Sustituyendo en la igualdad:

$$p_a + 0.3 = 8.16\ ,\ p_a = 8.16 - 0.3$$

$$p_a = 7.86 \text{ ton/m}^2$$

$$p_a = \omega\, h_a,\ h_a = \frac{p_a}{\omega} = \frac{7.86}{1}\ \frac{Ton/m^2}{Ton/m^3} = 7.86\ m$$

h = 7.86 m, Sustituyendo en (1).

Elevación x = Elevación a + h_a = 15.00 + 7.86 ≐ 22.86 m
Elevación x = 22.86 m

Ejemplo 3.3. Para manómetro diferencial.

Se tienen dos tuberías, una de ellas conduce agua cruda a una planta de tratamiento para potabilización y la otra es de distribución del agua tratada; están unidas por una tubería con una llave de paso.

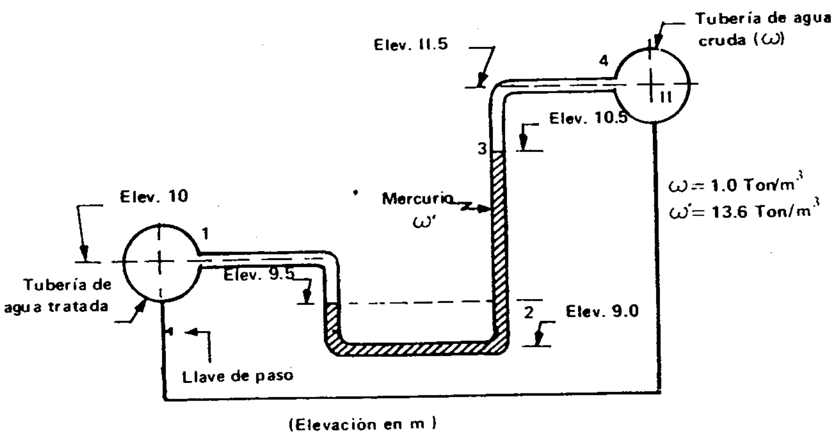


Figura III.18. Perfil esquemático (Elevación en m) del problema 3.3.

Se pregunta: ¿Cuál es el sentido del flujo al abrir la llave de paso?

¿La p_{I-II} es positiva o negativa?

Será:

Positiva, si el flujo va de izquierda a derecha

Negativa, si el flujo va de derecha a izquierda

$$p_I + h_1\,\omega - h_2\,\omega' - h_3\,\omega = p_{II}$$

$$p_I - p_{II} = -h_1\,\omega + h_2\,\omega' + h_3\,\omega$$

$$= -(10 - 9.5) \times 1.0 + (10.5 - 9.5) \times 13.6 + (11.5 - 10.5) \times 1.0$$
$$= -0.5 + 1.0\,(13.6) + 1.0 = 14.1 \text{ ton/m}^2$$

$$p_I - p_{II} = 14.1 \text{ ton/m}^2$$

Como $p_I - p_{II}$ es positivo, entonces el flujo es de izquierda a derecha.

3.5. Problemas propuestos.

3.5.1. Exprésese una presión de 8.0 lb/pulg² (psi), en: a) milímetros de mercurio (Hg), b) metros de columna de agua, c) metros de tetrabromuro de acetileno (s = 2.94) y d) kg/cm².

3.5.2. Exprésense 3 atm de presión absoluta, como una presión manométrica en metros de columna de agua, kg/cm² y psi, si la presión barométrica es de 750 mm de Hg.

3.5.3. Determínense las alturas de columna de agua, de queroseno (s = 0.83), de tetrabromuro de acetileno (s = 2.94), tetracloruro de carbono (s = 1.60) y Bromoformo (s = 2.87), equivalente a 18 cm de Hg.

3.5.4. Determinar la presión relativa y absoluta en el fondo de un recipiente abierto a) si está lleno de agua; b) si está lleno de gasolina de peso específico $\gamma = 700$ kg/m³. La profundidad del líquido en el recipiente es h = 4.0 m. La presión atmosférica es igual a 700 mm de Hg.

3.5.5. Imagínese una situación donde el petróleo de un depósito de almacenamiento se encuentra en reposo y el aire encima de su superficie libre se halla en condiciones atmosféricas estándar a nivel del mar. Si la gravedad específica (s) del petróleo es de 0.86, ¿a qué distancia abajo de la superficie la presión es de 2 atmósferas absolutas? ¿En qué punto la presión es de 1500 lb/pie²?

3.5.6. En los piezómetros de la Figura III.12.a, el líquido se eleva a 1.372 m por encima de C. ¿Cuál es la presión en C en ton/m², en kg/cm² y en lb/pulg² si el líquido es: a) agua, b) aceite (s = 0.9), c) mercurio y d) melazas (s = 1.5)?

3.5.7. El fluído de la Figura III.12.b) es agua y $hc = 3.17$ m. Suponiendo que la presión atmosférica sea normal, calcúlense la presión manométrica y la absoluta en C, en kg/cm^2 y en psi.

3.5.8. En la Figura III.13.a), determínense la carga de presión (en m y en pies) y la presión en d, en kg/cm^2 y en psi, cuando:

a) El fluído del conducto (en d) es agua y el líquido manométrico mercurio, h_p = 76.2 cm y h_m = 38.1 cm.

b) El fluído en d es aceite (s= 0.915), y el líquido manómetrico agua, h_p = 106.7 cm y h_m = 21.6 cm.

c) El fluído en d es gas (ω = 0.641 kg/m^3), y el líquido manométrico agua, h_p = 38.1 cm y h_m = 12.7 cm. ¿Hasta qué punto afecta al resultado el valor de h_m?

3.5.9. En la Figura III.13.b), suponiendo una presión atmosférica normal, calcúlese la presión absoluta en d, cuando:

a) El fluído en el conducto, punto d, es agua y el líquido manométrico mercurio, h_m = 38.1 cm y h_p = 1.07 m.

b) El fluído en d es aceite (s= 0.82) y el líquido manométrico una solución salina (s = 1.10) h_m = 54.6 cm y h_p = 19.1 m.

3.5.10. En la misma figura del problema anterior, la distancia $h_p + \frac{h_m}{3} = 1.22$ m. Cuando el fluído en d es agua, el líquido manométrico mercurio y la presión en d un vacío de 3.8 ton/m^2; calcúlese h_m.

3.5.11. En un fluído que tiene un peso específico variable, respecto a la profundidad, está dado por la relación funcional $\gamma = 450 + ah$, donde: $a = 12kg/m^4$ y h es la distancia en metros desde la superficie libre, ¿cuánto vale la presión en un punto 5m abajo de la superficie?

3.5.12. Determínese el peso W que puede sostenerse mediante la fuerza de 120 kg en el pistón de la Figura A.

3.5.13. En la Figura B, el fluído en los conductos es agua y el líquido manométrico mercurio, h_m = 1.372 m. Calcúlense las diferencias de presión y cargas de presión entre q y r.

3.5.14. En la Figura C, el fluído en los conductos es aceite (s = 0.90), el líquido manométrico es una solución de cloruro de calcio (s = 1.10), h_m = 81.3 cm. Calcúlense las diferencias de presión y cargas de presión entre s y t.

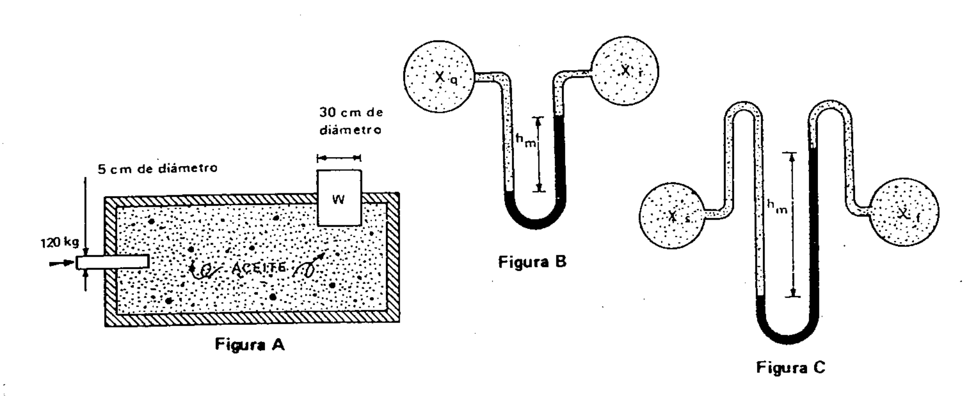


Figura A

Figura B

Figura C

3.5.15. En la Figura D, el líquido en los conductos es agua y el líquido manométrico aceite (s= 0.85), h_m 68.6 cm y Y = 76.2 cm. Calcúlese la diferencia de presión entre q y r.

3.5.16. En la Figura E, el fluído en los conductos es agua y el líquido manométrico es mercurio, h_m = 46 cm y Y = 0.61 m. Calcúlense las diferencias de presión y cargas de presión entre n y o.

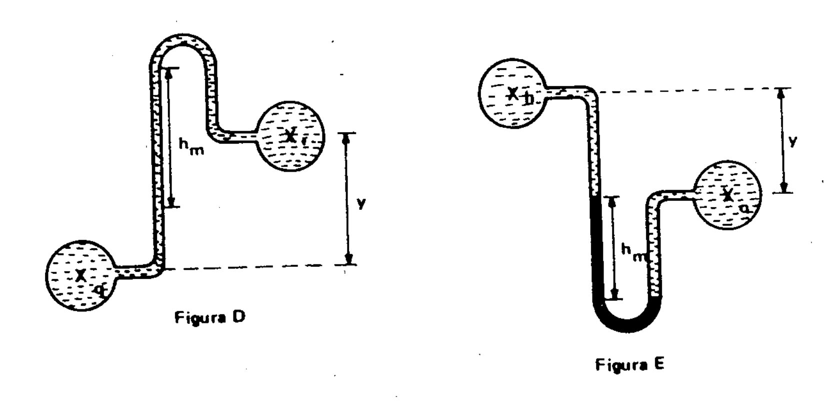


Figura D

Figura E

3.6. Empuje sobre superficies planas.

La presión hidrostática total (F), conocida como empuje, es la presión hidrostática unitaria, aplicada al centro de gravedad de una superficie multiplicada por el área de ésta.

La importancia de este tema reside en que frecuentemente el ingeniero encuentra problemas relativos al proyecto de estructuras que deben resistir presiones ejercidas por líquidos. Tales son los proyectos de compuertas, válvulas, diques, depósitos, tuberías, etc.

Las características vectoriales del empuje en una superficie plana, la dirección de la presión hidrostática total es perpendicular a ésta, ya que en reposo los líquidos no pueden generar fuerzas tangenciales.

El sentido es contra dicha superficie plana. El vector representativo es recto, por lo cual su línea de acción es recta (como la de toda fuerza), y pasa por el centro de presión, para el caso de superficies planas, se tiene:

$$y_{cp} = \frac{I_{CG}}{A.y_{CG}} + I_{CG}$$

La magnitud es igual a el área mojada de la superficie plana por la presión hidrostática unitaria que actúa en el centro de gravedad (centroide).

$$F = P_{CG}\,A = \omega h_{CG} A$$

Las fórmulas de la magnitud y localización del empuje, se determinan como sigue:

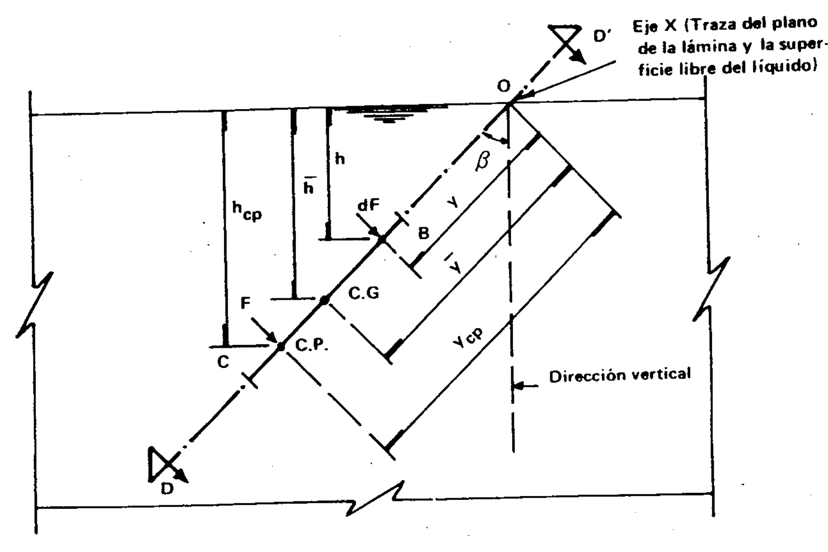


Figura III.19. Cuerpo de Agua (o líquido).

En las Figuras III. 19 y 20 se aprecia una lámina plana de agua de forma irregular, tanto en vista de perfil como frontal y su plano forma un ángulo β con la normal a la superficie libre del líquido.

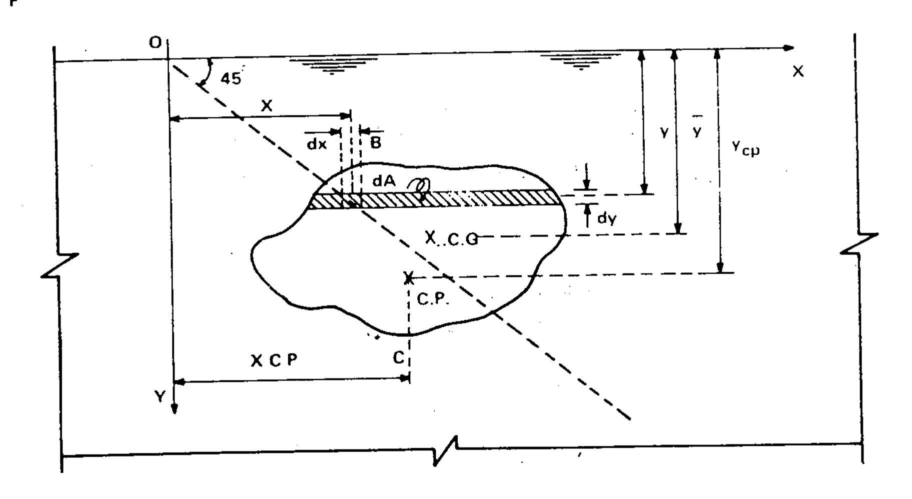


Figura III. 20 Corte DD'

a). Determinación de la magnitud y dirección del empuje.

Para la determinación del empuje que actúa en uno de los lados de la Figura III.20, primero el área será subdividida en elementos diferenciales dA, localizados en la profundidad genérica h, a una distancia y de la intersección O.

La fuerza que actúa en dA, es:

$$dF = p\,dA = \omega\, y \cos\beta\, dA$$

Cada una de las fuerzas dF, es normal al área correspondiente. La resultante de las fuerzas dF, que es el empuje (F) sobre el área total y es también normal, está dada por:

$$F = \int dF = \int \omega\, y \cos\beta\, dA = \omega \cos\beta \int y\, dA$$

donde: ω y β son constantes; la $\int y\, dA$ es el momento estático del área en relación al eje X; por tanto:

$$\int y\, dA = M_x = A\bar{y}$$

donde:

$\bar{y}$ = distancia del centro de graveoad del área hasta el eje X.

A = área total.

entonces:

$$F = \omega \cos\beta \, A \, \bar{y}$$

como:

$$\bar{y} \cos\beta = \bar{h}$$

$$F = \omega \, \bar{h} \, A = \omega \, h_{CG} \, A \quad \text{si} \quad \omega h_{CG} = p_{CG}$$

$$F = p_{CG} \, A \qquad \text{(III.4)}$$

donde:

F = presión hidrostática total (empuje) en la superficie plana mojada, en kg, (unidades de fuerza).

$p_{CG} = \bar{p}$ = presión hidrostática unitaria en el centroide de la superficie plana mojada, en unidades de fuerza entre unidades de área (kg/m^2).

A = área mojada de la superficie plana (m^2).

La dirección del empuje sobre superficies planas siempre es normal al área, el líquido que lo genera actúa, ya que no se presentan fuerzas tangenciales al encontrarse en reposo. Se definirá siempre un ángulo α respecto a la horizontal para identificar la dirección del empuje hidrostático.

b). Localización del centro de presión en superficies planas finitas.

Para determinar la fuerza F, hay que localizar el centro de presión (punto de aplicación del empuje), el que puede ser definido aplicándose el Teorema de los momentos o de Varignon: **El momento de la resultante con relación a la intersección O (eje x), debe igualar la suma de los momentos de las fuerzas elementales** dF.

$$M_o = F \, y_{CP} = \int y \; dF$$

De las deducciones anteriores, se tiene:

$$dF = \omega \, h \, dA = \omega \, (y \cos\beta) \, dA$$

$$F = \omega \cos\beta \, A \, \bar{y}$$

sustituyendo:

$$\omega \cos\beta \, A\bar{y} \, (y_{CP}) = \int y \, \omega \, (y \cos\beta \, dA$$

$$= \omega \cos\beta \int y^2 \, dA$$

como:

$\int y^2 \, dA$ es el momento de inercia del área plana respecto del eje X, o sea:

$$\int y^2 \, dA = I_x$$

entonces:

$$A\bar{y} \quad y_{CP} = I_x, \quad y_{CP} = \frac{I_x}{A\bar{y}}$$

como:

$$A\bar{y} = M_x$$

$$y_{CP} = \frac{I_x}{M_x} \qquad \text{(III.5)}$$

donde:

y_{CP} = distancia del eje X (superficie libre del líquido) al centro de presión del área mojada (punto de aplicación de F), en unidades lineales (m).

I_x = Momento de inercia de A respecto al eje X, en unidades lineales a la cuarta potencia (m^4).

M_x = Momento estático de A respecto al eje X, en unidades lineales al cubo (m^3).

Comúnmente el momento de inercia que es conocido, es el relativo al eje que pasa por el centroide (centro de gravedad), por tanto el momento de inercia con respecto al eje X (Ix), conociendo el correspondiente al eje de la figura, que pasa por el centroide, de acuerdo al teorema de los ejes paralelos en Mecánica, se tiene:

$$I_x = I_{CG} + A\bar{y}^2$$

Sustituyendo en la ecuación III.5.

$$y_{CP} = \frac{I_{CG} + A\bar{y}^2}{A\bar{y}} = \frac{I_{CG}}{A\bar{y}} + \bar{y}$$

$$y_{CP} = \frac{I_{CG}}{A\bar{y}} + \bar{y} \qquad \text{(III.6)}$$

como:

$\frac{I_{CG}}{A} = \rho^2$, que es el cuadrado del radio de giro (del área relativo al eje que pasa por el C.G.), se tiene:

$$y_{CP} = \bar{y} + \frac{\rho^2}{\bar{y}}$$

esto es, que el centro de presión está siempre abajo del centro de gravedad, a una distancia igual a $\frac{\rho^2}{y}$ medida en el plano del área.

Para situar lateralmente la posición del centro de presión, cuando no existe simetría en la figura, se tiene, de acuerdo con el corte DD', el área elemental dA, ahora esta formada por dx dy de manera que para los momentos puede tomarse la distancia x según convenga.

Tomando momentos respecto al eje Y, en relación con el Teorema de Varignon, se tiene:

$$M_y = F\,x_{CP} = \int x\, dF$$

Al utilizar los valores obtenidos anteriormente,

$$\omega \cos\beta\,(A\bar{y})\,x_{CP} = \int x\,\omega\, y \cos\beta\, dA$$

$$(A\bar{y})\,x_{CP} = \int x\, y\, dx\, dy$$

pero:

$\int x\,y\,dx\,dy$ es el producto de inercia del área plana respecto de los ejes X e Y seleccionados, representado por I_{xy}

por tanto;

$$\int x\,y\,dx\,dy = I_{xy}$$

$$A\bar{y}\,x_{CP} = I_{xy},\; x_{CP} = \frac{I_{xy}}{A\bar{y}}$$

como:

$$A\bar{y} = M_x$$

$$x_{CP} = \frac{I_{xy}}{M_x} \qquad \text{(III.7)}$$

donde:

x_{CP} = distancia del eje Y al centro de presión (punto de aplicación de F), en unidades lineales (m, pie, etc.).

I_{xy} = Producto de inercia de A respecto a los ejes X e Y, en unidades lineales a la cuarta potencia.

M_x = Momento estático de A respecto al eje X, en unidades lineales al cubo.

Por otro lado, de la teoría estática.

$$\therefore\; I_{xy} = 1/2\,(I_x + I_y) - I_{45°} \qquad \text{(III.8)}$$

donde:

I_x = Momento de inercia del área mojada plana respecto al eje X

I_y = Momento de inercia del área mojada plana respecto al eje Y.

$I_{45°}$ = Momento de inercia del área mojada plana respecto a un eje a 45° del eje X que pasa por el origen.

Ejemplo 3.6.1

Se tiene una toma lateral en un canal principal de un distrito de riego; de acuerdo con los esquemas siguientes, se desea conocer: ¿Cuáles son las características mecánicas del empuje de agua (F), en la compuerta deslizante rectangular?

Características del Empuje:

a). Magnitud: F = ?

b). Dirección

c). Sentido

d). Punto de aplicación de la fuerza (centro de presión).

Datos

b = 1.50 m

d = Elevación 98 - Elevación 95 = 3.0 m

TABLA III.I. Momentos de inercia, áreas y cuadrados del radio de giro de las principales figuras geométricas* (10 y 26)

	Figura e	Io	A	ρ^2
RECTANGULO		$\frac{1}{12} b d^3$	$b d$	$\frac{d^2}{12}$
TRIANGULO		$\frac{1}{36} d b^3$	$\frac{1}{2} b d$	$\frac{d^2}{18}$
CIRCULO		$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^2}{4}$	$\frac{d^2}{16}$
SEMICIRCULO		$0.00686 d^4$	$\frac{\pi d^2}{8}$	$01747 d^2$
SEMICIRCULO		$\frac{\pi r^4}{8}$	$\frac{\pi r^2}{2}$	$\frac{r^2}{4}$
PARABOLA		$\frac{b}{2} h^3$	$\frac{2}{3} b h$	$\frac{3}{4} h^2$
PARABOLA		$0.04571 \; bh^3$	$\frac{2}{3} b h$	$0.6857 h^2$
ELIPSE		$\frac{\pi a^3 b}{4}$	$\pi a b$	$\frac{a^2}{4}$
TRAPECIO	$\frac{d}{3} \frac{2B+b}{B+b}$	$\frac{d^3}{36} \frac{B^2+4Bb+b^2}{B+b}$	$\frac{(B+b)d}{2}$	$\frac{d^2}{18}\left[1+\frac{2bB}{(b+B)^2}\right]$

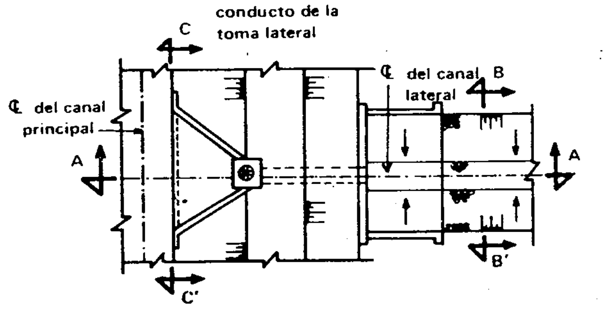
*Relativos a los ejes 0-0 (centroidal) o A-B indicados.

$\omega = 1.0$ Ton/m^3

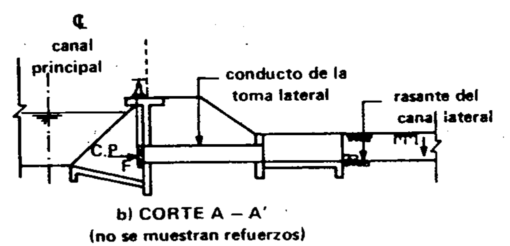
$\bar{h}$ = Elevación 100-Elevación 96.5 = 3.5 m

Elevación SLA = 100.0 m

$\bar{y}$ = Elevación 100-Elevación 96.5 = 3.5 m

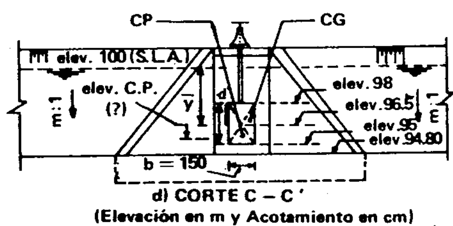


a) PLANTA ESQUEMATICA DE UNA TOMA LATERAL



b) CORTE A – A'
(no se muestran refuerzos)

c) CORTE B – B'



d) CORTE C – C'
(Elevación en m y Acotamiento en cm)

Figura III.21. Representación de una toma para canal lateral.

a) Determinación de la magnitud del empuje (F).

De acuerdo con la teoría hidrostática, según la Fórmula (III.4), se tiene:

$$F = A p_{CG} = b\, d\, \omega \bar{h}$$

Sustituyendo los datos:

$$F = 1.5 \times 3.0 \times 1.0 \times 3.5 = 15.75$$

$$F = 15.75 \text{ ton}$$

b). Dirección. Como el agua que se encuentra en contacto con la compuerta, al estar cerrada, no participa en su flujo en el canal, se considera que se tiene un cuerpo líquido en reposo, por tanto la dirección es perpendicular a la compuerta o sea horizontal.

c). Sentido. El sentido es contra la compuerta.

d). Punto de aplicación del empuje (Centro de presión). Por condición geométrica el punto de aplicación del empuje de agua (C.P.), en la compuerta, queda sobre el eje vertical de simetría de ésta, a la siguiente elevación:

Elevación C.P. = Elevación S.L.A. (eje X) - h_{cp}

como se encuentra vertical la compuerta: $h_{cp} = y_{cp}$

De acuerdo con la Fórmula (III.6).

$$y_{CP} = \frac{I_x}{M_x} = \frac{I_{CG}}{A\bar{y}} + \bar{y}$$

Para un rectángulo (forma geométrica de la compuerta), el momento de inercia con respecto a un eje que pasa por su centroide, es:

$$I_{CG} = \frac{bd^3}{12}$$

y su área;

$$A = b\,d$$

sustituyendo;

$$y_{cp} = \frac{\frac{1}{12} b d^3}{b d \bar{y}} + \bar{y} = \frac{d^2}{12\bar{y}} + \bar{y}$$

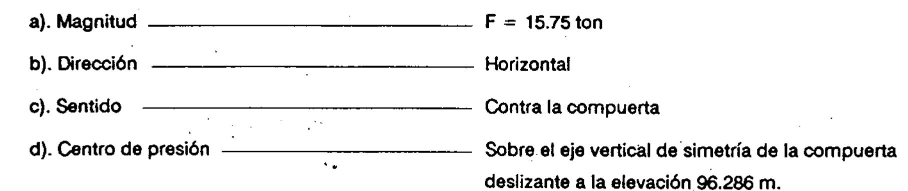
$$y_{cp} = \frac{1}{12} x \frac{3^2}{3.5} + 3.5 = 0.214 + 3.5 = 3.714$$

$y_{cp} = 3.714$ m

Elevación C.P. = 100 - 3.714 = 96.286 m

Elevación C.P. = 96.286 m

RESPUESTAS



CARACTERISTICAS DEL EMPUJE DE AGUA.

a). Magnitud	F = 15.75 ton
b). Dirección	Horizontal
c). Sentido	Contra la compuerta
d). Centro de presión	Sobre el eje vertical de simetría de la compuerta deslizante a la elevación 96.286 m.

3.7. Empuje sobre superficies curvas.

La resultante total de las fuerzas de presión (empuje), que obran sobre una superficie curva, está formada por la suma de los elementos diferenciales de fuerza (dF = pdA), normales a la superficie. La determinación de la magnitud y posición de la resultante de estas fuerzas elementales, por los métodos usados para superficies planas presentan objeciones de cierta dificultad, sin embargo, con facilidad pueden determinarse las componentes horizontal y vertical de la resultante para luego combinarlas vectorialmente.

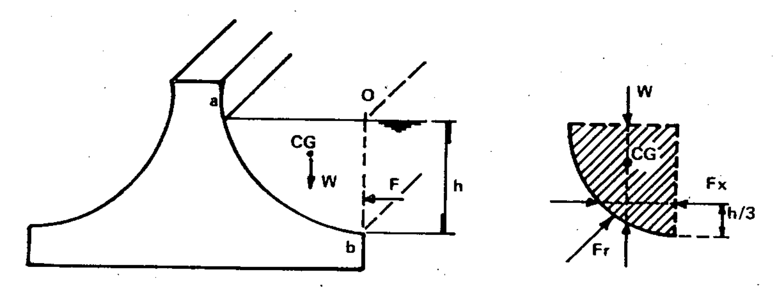


Figura III.22. Fuerzas de presión sobre superficies curvas.

Considerando las fuerzas que obran sobre el prisma líquido ilustrado en la Figura III.22, limitado por la superficie libre ao, por la superficie vertical ob y por la superficie curva ab. El peso de este volumen es una fuerza (W), vertical hacia abajo, y la acción

del resto del líquido al prisma considerado, es una fuerza horizontal (Fx), actuando de derecha a izquierda sobre ob.

Estas fuerzas (Fx, W), se mantienen en equilibrio al existir fuerzas iguales y opuestas de reacción de la superficie curva ab. Se deduce en consecuencia, que la componente horizontal (Fx) del empuje (resultante total de las presionês), sobre una superficie curva (aplicada en el mismo punto), es igual que la fuerza que actúa sobre la superficie plana vertical formada al proyectar la superficie curva en dirección horizontal.

De acuerdo con lo visto en **Empuje** sobre superficies planas, se tiene (Según fórmula III.4).

$$F_x = p_{CG}\, A_y = \omega \bar{h}'\, A_y \qquad \text{(III.9)}$$

donde:

F_x = componente horizontal del empuje sobre superficie curva.

ω = peso volumétrico del líquido.

$\bar{h}'$ = tirante del centroide de la superficie plana vertical imaginaria.

A_y = área de la superficie plana vertical imaginaria, uno de cuyos bordes es ob y que es producto de la proyección horizontal sobre el plano vertical, de la superficie curva ab.

Por otra parte, la componente vertical de dicho empuje sobre la superficie curva, es igual al peso del líquido que se encuentra encima de ésta y tiene su aplicación en el centro de gravedad del volumen líquido. Un razonamiento semejante demuestra que cuando el líquido se encuentra debajo de la superficie curva, la componente vertical del empuje (Fy), es igual al peso del volumen imaginario del líquido, que se encontraría en-

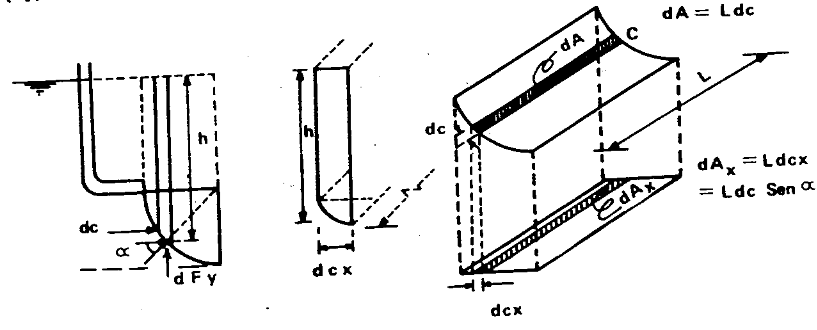


Figura III.23. Representación del componente vertical de empujes sobre superficies curvas.

cima de la superficie, y queda aplicada hacia arriba pasando por su centro de gravedad.

$$dF_y = dF \operatorname{sen}\alpha = p\, dA \operatorname{sen}\alpha = L\, dc\, \omega\, h \operatorname{sen}\alpha$$

$$= L\, h\, dc\, \omega \operatorname{sen}\alpha$$

como:

$$dc \operatorname{sen}\alpha = dc_x$$

y $Lh\, dc \operatorname{sen}\alpha = L\, h\, dc_x$ = volumen diferencial del pequeño prisma = dV

entonces:

$$dF_y = dV\, \omega = dW \text{ (diferencial de peso)}$$

integrando:

$$\int dF_y = \int dW = W \quad F_y = W \qquad \text{(III.10)}$$

Peso del prisma líquido gravitante imaginario (o real), actúa hacia arriba pasando por el C.G. del prisma (o hacia abajo cuando el líquido se encuentra sobre la superficie curva).

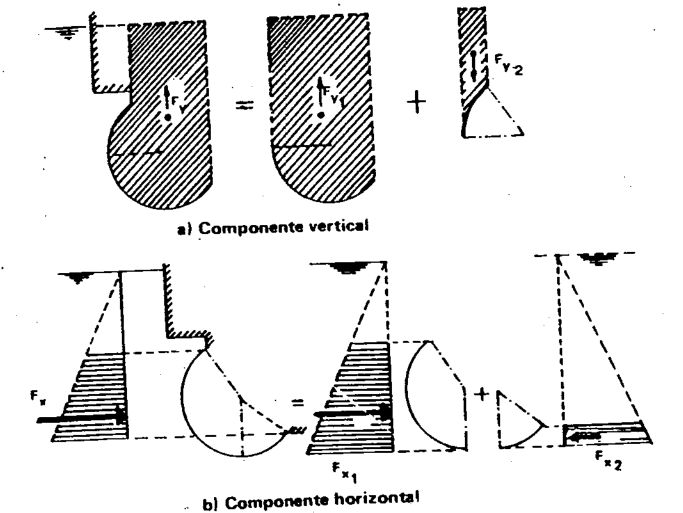


Figura III.24. Componentes vertical y horizontal del empuje hidrostático sobre superficie curva cilíndrica.

La magnitud del empuje, de acuerdo al Teorema de Pitágoras ("el cuadrado de la hipotenusa es la suma de los cuadrados de los catetos"...), vale:

$$F = \sqrt{Fy^2 + Fx^2} \qquad \text{(III.11)}$$

Para superficies curvas formadas por mantos de cilindro de generatriz horizontal, el centro de presión está dado por:

$$\text{Elevación CP} = \text{Elevación cc-R sen } \beta \qquad \text{(III.12)}$$

donde:

Elevación CP = Elevación del centro de presión

Elevación cc = Elevación al centro de curvatura

R = Radio

β = ángulo que forma el empuje con la horizontal.

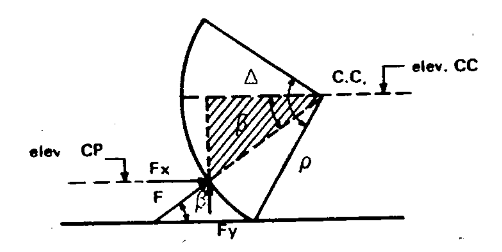


Figura III.25. Centro de presión del empuje en superficie curva.

La dirección para superficies curvas circulares siempre será radial y estará definida por el ángulo que forma el empuje con la horizontal (β), que por trigonometría, se tiene que:

$$\text{tg } \beta = \frac{Fy}{Fx}, \quad \beta = \text{áng } tg \, \frac{Fy}{Fx} \qquad \text{(III.13)}$$

El sentido del empuje es contra la superficie curva.

Ejemplo 3.7.1.

Se tiene una presa derivadora sobre el lecho de un río, con el fin de desviar parte de los escurrimientos que en él se presentan y poder aprovecharlos en el riego de una

determinada superficie localizada en la margen izquierda del mismo. En la bocatoma se tienen compuertas deslizantes rectangulares y en el canal desarenador una compuerta radial como mecanismo de obturación, de acuerdo con los siguientes esquemas se desea determinar las características estáticas del empuje del agua en la compuerta radial.

La compuerta radial tiene las siguientes características:

R = 7.07 m

Δ = 45°

L = 5.00 m

Elevación cc = 100.00 m

ω_{H_2O} = 1000 kg/m^3

PREGUNTA. Determinar las características mecánicas del empuje del agua sobre la compuerta radial.

1. Magnitud del empuje (F).

a). Determinación de las componentes rectangulares del empuje de agua en la compuerta.

a.1. Cálculo de Fx

según la Fórmula III.9:

$$Fx = \omega \bar{h}' Ay = \omega \bar{h}' (R \text{ sen } \Delta \times L)$$

$$Fx = \omega \left(\frac{R \text{ sen } \Delta}{2} + 103\text{-}100\right) (R \text{ sen } \Delta \times L)$$

$$= 1 \left(\frac{7.07 \text{ sen } 45°}{2} + 3\right) (7.07 \text{ sen } 45° \times 5)$$

$$Fx = 1\ (5.5)\ (25) = 137.5 \text{ ton}$$

$$Fx = 138 \text{ ton}$$

a.2. Cálculo de Fy.

de la Fórmula III. 10:

$$Fy = W_{prisma} = Vol._{prisma}\ \omega = Area_{base}\ L\,\omega \qquad \text{(a)}$$

$Area_{base}$ = Area rect.**abed** + Area sector **cef**- Area triángulo **cdf** (b)

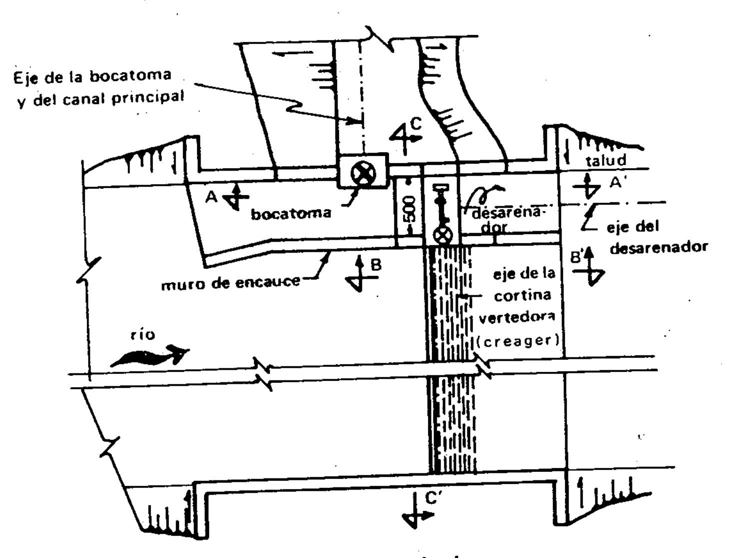
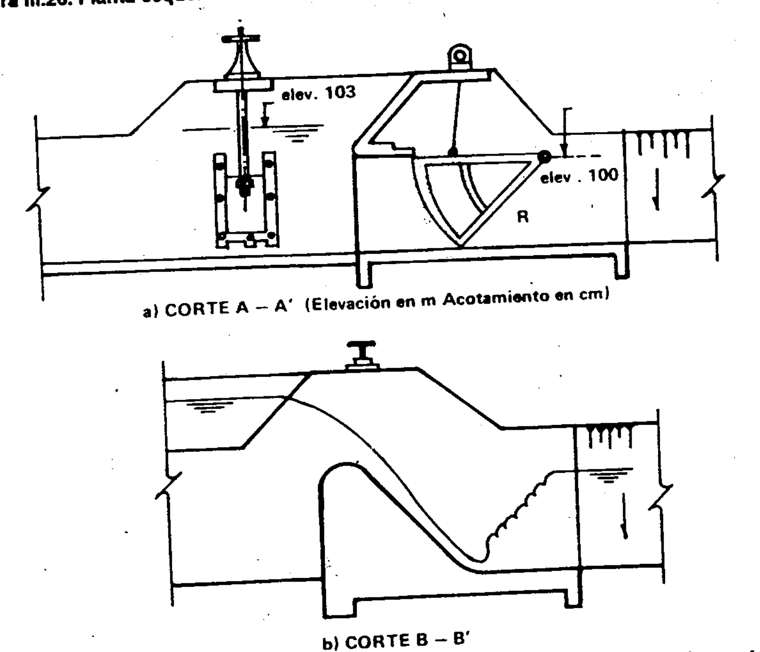


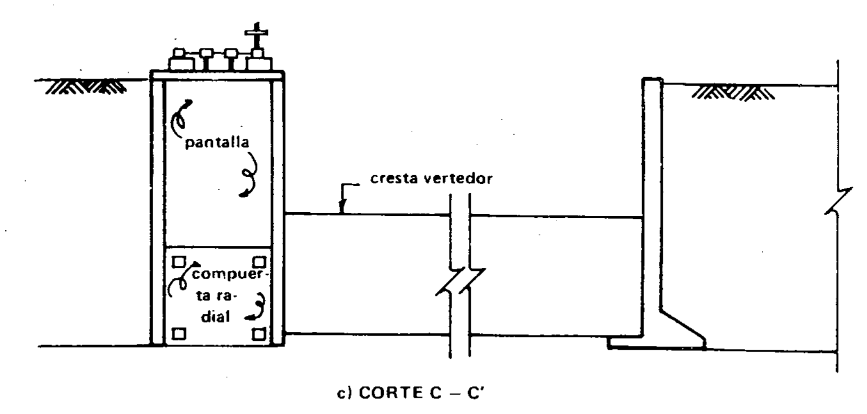
Figura III.26. Planta esquemática de una prensa derivadora



a) CORTE A – A' (Elevación en m Acotamiento en cm)

b) CORTE B – B'

Figura III.27. Corte longitudinal del Canal desarenador y transversal de la cortina vertedora.



c) CORTE C – C'

Figura III.28. Corte CC'. Vista de canal desarenador y cortina vertedora.

Area rectángulo **abed** = **(ed) (bd)**

= (R-R cos Δ)(103-100) = (7.07-7.07 cos 45°) (3)

= 2.071 x 3 = 6.212 m^2

= 2.071 x Area rectángulo **abed** = 6.212 m^2 (c)

Area del sector **cef** = $\pi R^2 (\frac{\Delta}{360})$

= $3.14\ (7.07)^2 \times \frac{45}{360} = 19.62\ m^2$

Area del sector **cef** = 19.62 m^2 (d)

Area del triángulo **cdf** = 1/2 **(dc) (df)**

= 1/2 (R cos Δ)(R sen Δ)

= 1/2 (7.07 cos 45°) (7.07 sen 45°) = 12.5 m^2

Area del triángulo **cdf** = 12.5 m^2 (e)

sustituyendo (c), (d) y (e) en (b):

$Area_{base}$ = 6.212 + 19.62 - 12.5 = 13.332m^2

$Area_{base}$ = 13.332 m^2 (f)

sustituyendo (f) en (a):

$Fy = 13.332 \times 5 \times 1 = 66.7 \approx 67$

$Fy = 67$ ton

b). Determinación de la magnitud del empuje

según la Fórmula III.11.

67

$$F = \sqrt{Fy^2 + Fx^2} = \sqrt{62^2 + 138^2} = \sqrt{4489 + 19044} = \sqrt{23533} = 153.4$$

F = 153 ton

2. Punto de aplicación del empuje (Centro de presión).

según la Fórmula III.12.

$$\text{Elevación C.P.} = \text{Elevación c.c.} - R \operatorname{sen}\beta \qquad \text{(a)}$$

y considerando la Fórmula III.13;

$$\beta = ang\ tg\ \frac{Fy}{Fx} = ang\ tg\ \frac{67}{138} = ang\ tg\ 0.4855 = 25.9°$$

$\beta = 25°54'$

$\operatorname{sen}\beta = \operatorname{sen} 25°54' = 0.4368$

$R = 7.07$ m

Elevación c.c. = 100.0 m

sustituyendo en (a):

Elevación C.P. = 100 - 7.07 x 0.4368

= 100 - 3.09 = 96.91

Elevación C.P. = 96.91 m

El centro de presión se encuentra sobre la compuerta radial en su traza con el plano de simetría a la elevación 96.91 m.

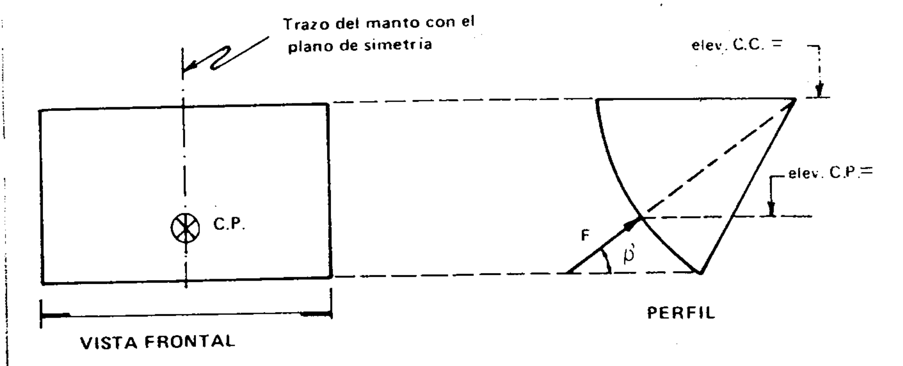


Figura III.29. Centro de presión compuerta radial.

3. Dirección.

La dirección es radial con un ángulo de 25°54' con respecto a la horizontal.

4. Sentido

El sentido es contra la compuerta.

Respuestas

Magnitud del empuje	F = 154 ton.
Sentido	contra la compuerta.
Dirección	Radial con un ángulo de 25°54' con respecto a la horizontal.
Centro de presión	Sobre la compuerta radial en su traza con el plano de simetría a la Elevación 96.91 m.

3.8. Métodos gráficos o de Mohr para determinar empujes (presiones hidrostáticas totales).

Para el cálculo o la verificación de presiones hidrostáticas, hay métodos gráficos bastante prácticos que son suficientemente aproximados, para fines de Ingeniería.

Los métodos gráficos se basan en la teoría de la Estática, para que resulten prácticos es necesario que las superficies planas o mantos cilíndricos tengan anchura constante, con el fin de que los volúmenes de presiones hidrostáticas sean fácilmente cubicables por técnicas geométricas simples.

Los métodos gráficos para la determinación de empujes, pueden ser de dos tipos de superficies.

a). **Superficies planas**

b). **Superficies curvas**

a). El método gráfico para determinar empujes en superficies planas, observa el siguiente procedimiento:

1. Se determinan las presiones hidrostáticas unitarias en los puntos extremos (en profundidad), de la superficie a la cual se desea obtener el empuje.

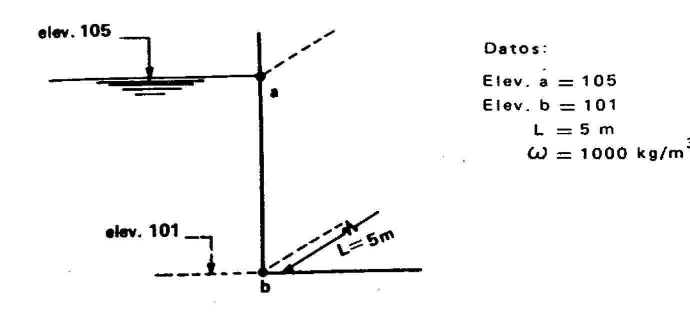
2. Se escoge una escala de líneas y otra de presiones hidrostáticas unitarias.

3. Se dibuja el diagrama de presiones hidrostáticas unitarias.

4. Se obtiene la magnitud del empuje, cubicando el volumen (prisma), de presiones hidrostáticas unitarias.

5. Se determina el punto de aplicación del empuje, obteniendo el centro de masa del prisma, en función del centroide de la superficie que forma la base del mismo.

Ejemplo. Se tiene una pantalla que sirve de retención de un volumen líquido (agua), se desea saber, por el método gráfico, cuál es el empuje que ejerce el volumen líquido que está en contacto con ella.



Datos:

Elev. a = 105

Elev. b = 101

$L = 5$ m

$\omega = 1000$ kg/m^3

Figura III.30. Diagrama de la pantalla del ejemplo.

1). Determinación de presiones hidrostáticas unitarias.

$$p_a = \text{presión atmosférica} = 0$$

$$p_b = \omega\, h = \omega\,(105 - 101) = 1000 \times 4 = 4000$$

$$p_b = 4000 \text{ kg/m}^2$$

2). Escala de líneas; 1 cm = 1 m

Escala de presión hidrostática unitaria 1 cm = 2000 kg/m^2.

3). Diagrama de presiones hidrostáticas unitarias de la pieza $\overline{ab}$

4). Magnitud del empuje.

El diagrama anterior se repite de flanco a flanco a lo largo de toda su anchura L(=5m), el conjunto genera un prisma de base triangular $\overline{abc}$ y altura L que recibe el nombre de **Volumen de presiones** de la pieza $\overline{ab}$ o paramento mojado vertical. La cubicación de este prisma proporciona el valor del empuje.

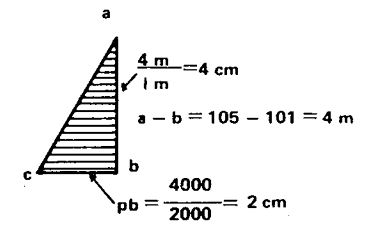


Figura III.31. Cuerpo libre de presiones hidrostáticas unitarias.

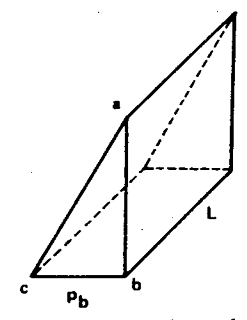


Figura III.32. Volumen de presiones.

$$F_{ab} = \frac{p_b\,\overline{ab}\,L}{2} = \frac{1}{2} \times 4000 \times 4 \times 5$$

$$F_{ab} = 40{,}000 \text{ kg}$$

$$F_{ab} = 40 \text{ ton}$$

5). Punto de aplicación del empuje.

El centro de masa está a la elevación del centroide del triángulo abc que será la elevación del centro de presiones (cp) de la pieza $\overline{ab}$; por ser el diagrama un triángulo, el cp está a un tercio de $\overline{ab}$ y sobre la recta ab (**en el eje de simetría del paramento mojado vertical de la pantalla**), obtenido por el cruce de las bisectrices que marca el centroide del triángulo. Fijando la Escala de Empujes: 1 cm = 10 000 kg.

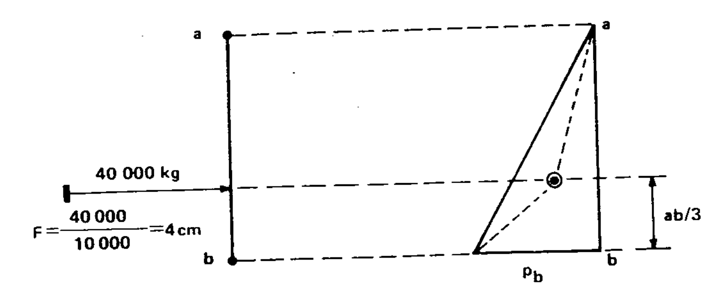


Figura III.33. Punto de aplicación del empuje.

Para un trapecio en forma gráfica, el centroide se determina de la siguiente manera:

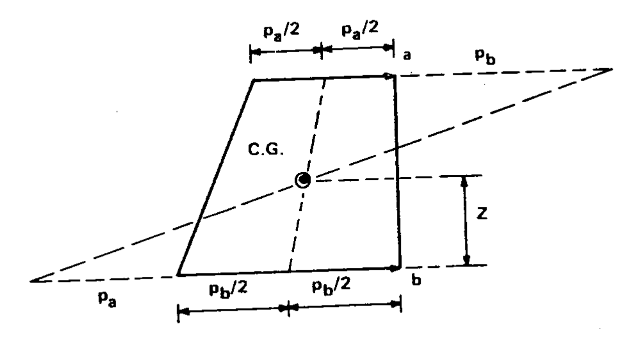


Figura III.34. Localización del centroide.

b). Método gráfico para determinar empujes en superficies curvas.

Para mantos de cilindro horizontales (**caso de compuertas radiales**), el método gráfico se resume en una suma vectorial y la secuencia, de acuerdo con Camargo y Salazar (6), es la que sigue:

1). Se dibuja el manto horizontal en elevación, escogiéndose previamente una escala de líneas.

2). Se divide la directriz (**arco de círculo**), en un número n de cuerdas iguales, equivalentes a dividir en franjas horizontales el manto; esto es, que la superficie cilíndrica está sustituida por una poliédrica.

3). Se estima gráficamente (con escalímetro a la escala de líneas), el tirante del punto medio de cada cuerda, que multiplicado por ω, por la cuerda y por el ancho de la compuerta, proporciona el empuje (presión hidrostática total) en cada franja, cuya línea de acción queda definida por la recta que va del punto medio de la cuerda al centro de curvatura del arco.

4). Se realiza una tabla de empujes para cada una de las franjas, eligiéndose una escala de fuerzas.

5). Se definen las direcciones de los vectores representativos, cuyo punto de aplicación para fines prácticos, es el centro de la cuerda correspondiente (veáse el paso 3).

6). Se traza el correspondiente polígono de fuerzas con los vectores representativos de los empujes en cada una de las franjas, de acuerdo a la escala de fuerzas elegida, y con las direcciones radiales correspondientes.

7). Se estima la línea de cierre del polígono (resultante), considerando la misma escala de fuerzas, esta línea es el empuje del agua F (presión hidrostática total), sobre el manto de cilindro.

8). Se traza una recta, paralela a la línea de cierre del polígono de fuerzas, por el centro de curvatura de la compuerta radial, dicha recta es la línea de acción (dirección) de F, y la traza (intersección), de tal recta con el arco, es el centro de presión de F; el sentido es contra la compuerta.

9). Se mide el ángulo (β) que forma la línea de acción de F con la horizontal (con transportador).

10). Se estima el tirante del Centro de Presión (utilizando el escalímetro, a la escala de líneas) que restado a la elevación del espejo del agua (o líquido), da la elevación del centro de presión.

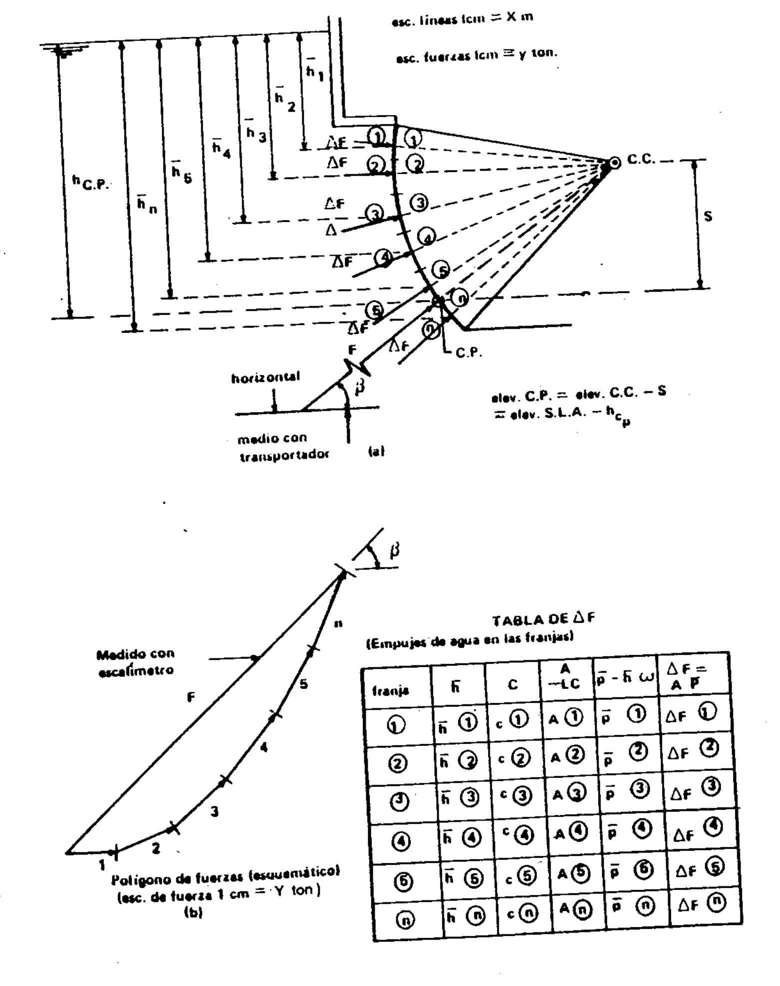
Los anteriores puntos permiten la definición de las cuatro características estáticas del empuje del agua (presión hidrostática total, para cualquier líquido); Magnitud, dirección, sentido y centro de presión.

Para tener una aproximación más rigurosa, se recomienda el uso del mayor número de franjas, ya que como centro de presión de cada franja se toma el punto medio de cada cuerda y entre más pequeña sea ésta, el error cometido por este hecho será menor.

3.9. Flotación de cuerpos.

Cuerpos flotantes son aquellos cuyos pesos son inferiores a los pesos de los volúmenes de líquidos que ellos puedan desalojar al ser sumergidos en éstos.

Se conoce como FUERZA DE FLOTACION a la fuerza resultante que un fluido en reposo ejerce sobre un cuerpo sumergido, ya sea total o parcialmente. Esta fuerza siempre actúa verticalmente hacia arriba, en efecto, no puede existir una componente horizontal sobre el cuerpo sumergido ya que su proyección sobre cualquier plano vertical vale cero.



franja	$\bar{h}$	C	$A = LC$	$\bar{p} = \bar{h}\,\omega$	$\Delta F = A\,\bar{p}$
①	$\bar{h}$ ①	c ①	A ①	$\bar{p}$ ①	ΔF ①
②	$\bar{h}$ ②	c ②	A ②	$\bar{p}$ ②	ΔF ②
③	$\bar{h}$ ③	c ③	A ③	$\bar{p}$ ③	ΔF ③
④	$\bar{h}$ ④	c ④	A ④	$\bar{p}$ ④	ΔF ④
⑥	$\bar{h}$ ⑥	c ⑤	A ⑤	$\bar{p}$ ⑥	ΔF ⑤
ⓝ	$\bar{h}$ ⓝ	c ⓝ	A ⓝ	$\bar{p}$ ⓝ	ΔF ⓝ

Figura III.35. Método gráfico para obtención de empujes en superficies curvas.

Efectivamente la fuerza ascendente que actúa sobre un cuerpo sumergido en un fluido es simplemente el resultado de dos fuerzas hidrostáticas vericales: una, la componente ascendente de la presión total ejercida por el fluido sobre la superficie inferior del cuerpo, y la otra, la componente descendente de la presión total ejercida por el fluido sobre la superficie superior. Como la presión unitaria aumenta con la profundidad, la componente ascendente es mayor que la descendente, por tanto, la resultante es una fuerza ascendente o de flotación.

Principio de Arquímedes

El principio de Arquímedes indica ...todo cuerpo sumergido en un líquido experimenta un empuje vertical ascedente igual al peso del volumen de líquido que desaloja... El punto de aplicación de dicho empuje coincide con el centro de gravedad del volumen desalojado y se conoce con el nombre de **centro de flotación o de careña** (punto C, Figura III.36.b.

En la Figura III.36, las fuerza vertical hacia arriba (F_1), que actúa sobre la superficie inferior del cuerpo, está dada por el peso del líquido, real o imaginario, que se encuentra por encima de ABD, es decir, el peso del líquido que ocuparía ABDFGA. Así mismo la fuerza vertical hacia abajo (F_2) sobre la cara superior es igual al peso del líquido AEDFGA. La diferencia entre las dos fuerzas es la resultante dirigida hacia arriba (F_B), igual al peso del líquido ABDE desplazado por el sólido, expresada matemáticamente de la siguiente forma:

$$F_B = \omega V = W_{ABDE} = F_1 - F_2 \qquad \text{(III.14)}$$

Donde:

F_B = Fuerza de flotación

V = Volumen del fluido desplazado

ω = Peso volumétrico del fluido

esta fórmula es válida para cuerpos total y parcialmente sumergidos, como se indica en la Figura III.36, siempre que se representa con V al volumen efectivo de líquido desplazado.

Sobre el cuerpo sumergido ABDE actúa también su peso W o sea la fuerza de la gravedad actuando sobre la masa del mismo, teniéndose, las siguientes condiciones.

1) Si $W > F_B$ el cuerpo se hunde totalmente

2) Si $W < F_B$ el cuerpo sale a la superficie hasta que el peso del fluido sea igual al volumen sumergido, igualando así al peso W (fundamento en el que se basa un densímetro).

3) Si W = FB el cuerpo se mantiene sumergido en la posición que se le deje.

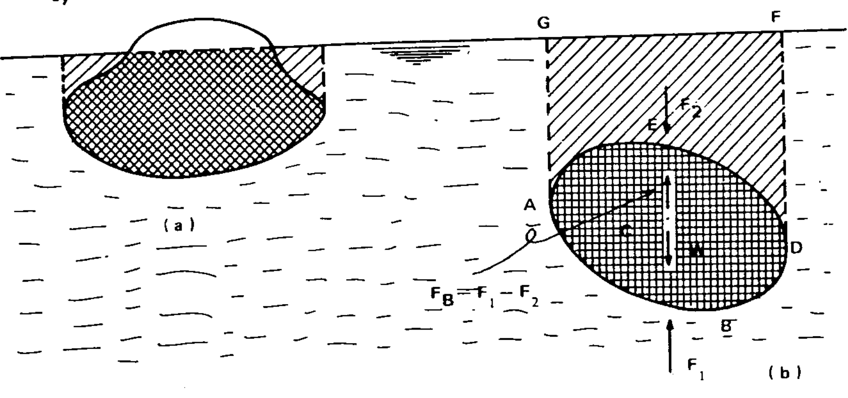


Figura III.36. Fuerza de flotación en un cuerpo sumergido parcial o totalmente.

3.10. Estabilidad de cuerpos sumergidos.

a) Cuerpos totalmente sumergidos.

Entre éstos se encuentran los casos de un submarino o un dirigible, cumpliéndose W = FB. En este caso, los cuerpos sumergidos, además de la gravedad y del empuje hidrostático, están sometidos a otras fuerzas que pueden alterar la condición de equilibrio, tales como una corriente submarina o el viento. Al presentarse una fuerza extraña, aún momentáneamente, las fuerzas FB y W pierden su alineamiento; aunque el equilibrio de las fuerzas sigue existiendo, aparece un momento producido por el par de fuerzas FB y W, y que pueden originar tres casos:

1. Equilibrio estable. Se presenta cuando el centro de gravedad **G**, punto de aplicación de la fuerza **W** (Figura III.37.a), está situado por debajo del centro de gravedad del fluido desplazado **C**, punto de aplicación de **FB**, el par **M** (en sentido contrario a las manecillas del reloj) tenderá a restaurar el equilibrio.

2. Equilibrio Inestable. Se presenta cuando **G** (Figura III.37.b), está por encima de **C**, el par **M** (en sentido de las manecilla del reloj), tenderá a aumentar la desviación. Es decir antes de la perturbación el cuerpo estaba en equilibrio inestable.

3. Equilibrio indiferente. Se presenta cuando **G** (Figura III.37.c), coincide con **C**, la perturbación por una fuerza extraña no produce efecto alguno.

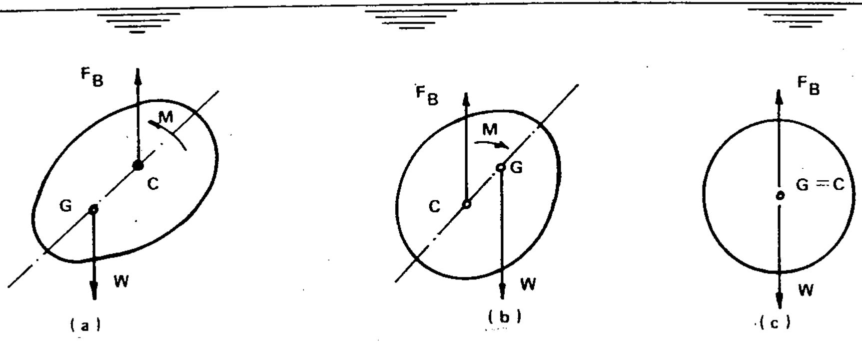


Figura III.37. Equilibrio de un cuerpo sumergido en un fluido.

b) Cuerpos parcialmente sumergidos (Flotando).

Entre estos se encuentra el caso de un barco, cumpliéndose W < FB y el peso **W** del cuerpo flotando es igual al del líquido desalojado por la porción sumergida, de acuerdo al principio de Arquímedes.

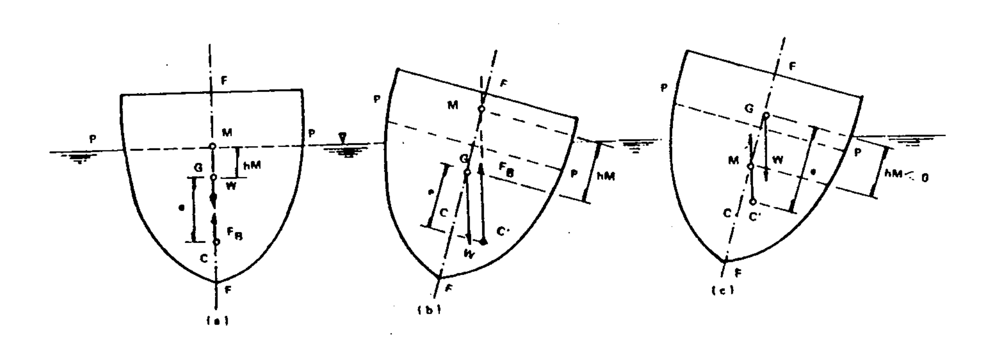


Figura III.38. Equilibrio de un cuerpo parcialmente sumergido.

Para el tratamiento de este caso se requiere de la definición de varios conceptos, en referencia a la Figura III.38.

Plano de flotación. Se le denomina al plano (PP) en que la superficie libre del agua corta al barco totalmente cargado y en la posición normal del barco (sin desviación).

Eje de flotación. Es aquel eje vertical que pasa por el centro de gravedad del barco y es normal al plano de flotación, FF en la Figura III.38a.

Cuando no hay desviación, se consideran tres centros que se encuentran en el eje de flotación.

Centro de gravedad del navío G.

Centro de gravedad del líquido desalojado, C.

Metacentro (M), es el punto de intersección del eje de flotación, con la dirección del empuje F_B para un pequeño ángulo de desviación del barco.

Si la carga está fija, G no se mueve con la desviación del barco. C varía al variar con la desviación, la forma del volumen sumergido, M varía también con la desviación; pero se puede suponer que esta variación es despreciable si el ángulo de desviación es menor de 15°. Se puede suponer que en este caso C varía describiendo un arco de círculo con centro en el metacentro.

El equilibrio de un cuerpo flotante se puede presentar bajo tres diferentes alternativas que se describen a continuación:

1. Equilibrio estable. Este se presenta cuando una fuerza actuante (p.ej. el empuje del oleaje o del viento), origina una inclinación lateral, pero cuando aquélla cesa, el cuerpo vuelve a su posición original; lo anterior se debe a que el metacentro queda por arriba del centro de gravedad del barco (u objeto flotante), que al producirse una desviación, las fuerzas F_B y W forman un par que tiende a restablecer el equilibrio (Figura III.38.b). Este tipo de equilibrio lo tienen los cuerpos de centro de gravedad bajo.

2. Equilibrio inestable. Este se tiene cuando la fuerza actuante origina el volteo brusco del cuerpo (zozobra), el cual después recupera una posición más o menos estable; lo anterior se debe a que el metacentro queda por debajo del centro de gravedad del barco (p.ej. si la bodega está vacía y la cubierta cargada), que al producirse una desviación se crea un par W y F_B que tiende a aumentar más la desviación (Figura III.38.c). Este tipo de equilibrio lo tienen aquellos cuerpos cuyo centro de gravedad es alto.

3. Equilibrio indiferente. Aquí la fuerza actuante origina un movimiento de rotación continua del cuerpo, cuya velocidad es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza y cuya duración es la misma que la de dicha fuerza; lo anterior se debe a que el metacentro coincide con el centro de gravedad del cuerpo. Este tipo de equilibrio lo poseen cuerpos cuya distribución de la masa es uniforme (p. ej., la esfera con posición de flotación indiferente; el cilindro cuya posición de flotación es indiferente con su eje longitudinal en la dirección horizontal).

3.11. Problemas.

3.11.1 Determine las características vectoriales del empuje hidrostático sobre la placa triangular **abc** que se muestra en la Figura A.

Solución: F = 76 ton, Elevación C.P. = 98.527 m.

3.11.2. Una compuerta triangular con una base horizontal de 1.25 m de longitud y una altura de 1.85 m, está inclinada 45° a partir de la vertical, con el vértice hacia arriba. La base de la compuerta está a 2.45 m por abajo de la superficie libre del líquido, que tiene un peso específico de 0.82 ton/m^3. ¿Qué fuerza normal se debe aplicar en el vértice de la compuerta para abrirla?

Solución: F = 0.57 Ton

3.11.3. Determine las fuerzas en **a** y **b** debido a la presión hidrostática que ejerce sobre la compuerta el agua que se muestra en la Figura B.

Solución: F_a = 72 Ton y F_b = 108 Ton

3.11.4. Determine las características vectoriales del empuje hidrostático que ejerce el agua sobre el paramento **bc** de la cortina, cuya longitud es de 60m, de la presa que se muestra en la Figura C.

Solución: F = 75,909 Ton; α = 12° y Elev. CP. = 96.364 m.

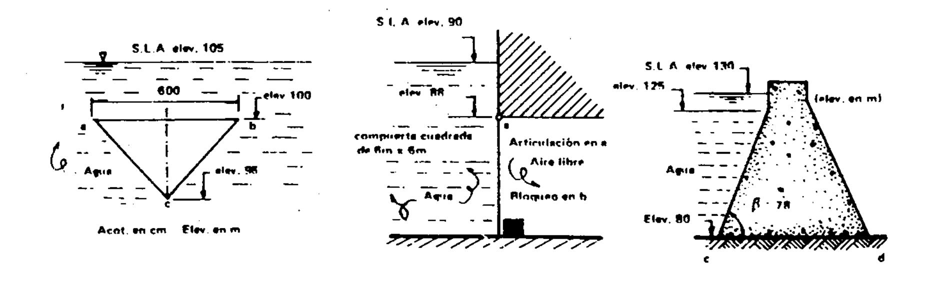


Figura A. Placa triangular del problema 3.II.1

Figura B. Compuerta del problema 3.II.2

Figura C. Cortina del problema 3.II.4

3.11. 5. Determinar la fuerza R requerida en la base de la compuerta cuadrada, de 1.5 m por lado, para mantenerla cerrada como se muestra en la Figura D.

Solución: R = 3.49 Ton.

3.11.6. Para la compuerta inclinada, mostrada en la Figura E, que se encuentra articulada en la parte superior (punto A) y tiene un ancho de 3 m, determinar:

a) La fuerza total debida a la presión del agua sobre la compuerta.

Solución: F = 10.69 Ton.

b) La reacción del fondo (punto B), sobre la parte final de la compuerta.

Solución: R_B = 5.62 Ton.

c) La localización del centro de presión del empuje hidrostático.

Solución: Sobre la compuerta, a 0.394m por abajo de la articulación A, en su traza con el eje de simetría.

3.11.7. ¿A qué altura (h) hará el agua que la compuerta, que se presenta en la Figura F, gire en el sentido de las manecillas del reloj?, despreciando el peso de la compuerta:

a) La compuerta tiene 10 m de ancho, L es de 7 m y W es de 2 942 ton.

Solución: h = 2.1 m.

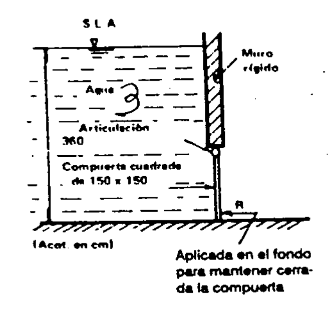


Figura D. Compuerta plana vertical del problema 3.11.5.

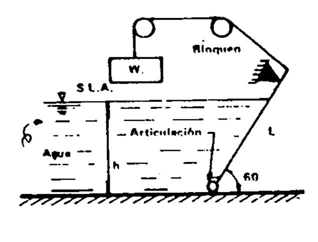


Figura E. Compuerta plana inclinada del problema 3.11.6.

Figura F. Compuerta basculante del problema 3.11.7.

b) La compuerta mide 3.10 m de ancho, L es de 4.60 m y W es de 3635 kg.

Solución: h = 2.9 m.

3.11.8. La esclusa que se muestra en la Figura G, consiste en una cara de plano *ae* que reposa en una ranura en *e* y se apoya en el puntal *bc* sujeto en los extremos; despreciándose el peso de la compuerta:

a) Determínese la profundidad máxima, h, que puede tener el agua sin hacer que la compuerta ceda. Solución: h = 5.20 m.

b) Si, el lado de aguas arriba de la compuerta, el agua está a nivel con el borde superior *a*; del lado de aguas abajo, está a nivel con la bisagra *b*. ¿Qué fuerza vertical por metro de longitud de la compuerta se debe aplicar en *a* para hacer que la compuerta ceda? Solución: F_{V_a} = 0.4 Ton.

c) El ancho de la compuerta, medida normalmente al papel, es de 3.1 m. ¿Qué fuerza vertical se debe aplicar en *d*, a 1.25 m de la bisagra, para evitar que la compuerta ceda cuando h = 6.1 m? ¿Cuál es el esfuerzo en *bc*? Solución: F_{V_a} = 3.72 Ton; F_{bc} = 77.2 Ton.

3.11.9. La compuerta AB de la Figura H, tiene un ancho de 1.55 m y se abre para permitir el paso de agua dulce hacia el mar cuando baja la marea. La bisagra situada en A está a 0.65 m por encima del nivel del agua dulce. ¿A qué nivel (h) del Mar se abrirá la compuerta?, despreciar el peso de ésta.

Solución: h = 2.95 m.

3.11.10. Una compuerta circular vertical de 0.914 m de diámetro se somete a la presión de melazas (s = 1.50) en un lado. La superficie libre de las malezas está a 2.45 m por encima de la parte superior de la compuerta. Determínese el empuje que producen las malezas, así como la ubicación del centro de presión.

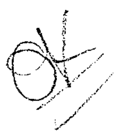
Solución: F = 2.86 ton; h_{ep} = 2.925 m.

3.11.11. Se tiene una toma granja izquierda, con compuerta tipo Miller, en el km 6 + 350 del canal principal margen derecha de un distrito de riego, de acuerdo a la Figura I, determínense las características vectoriales del empuje de agua sobre la compuerta.

Solución: F = 1.14 Ton; Elevación CP = 95.366.

3.11.12. Una compuerta circular de 1.524 m (5 ft) de diámetro está inclinada con un ángulo de 45°. A un lado de ella hay agua de mar, hasta una altura de 9.15 m por encima del centro de la compuerta. Determínese la presión total sobre la compuerta y la ubicación del centro de presión.

Solución: F = 17.1 Ton; h_{cp} = 9.158 m.



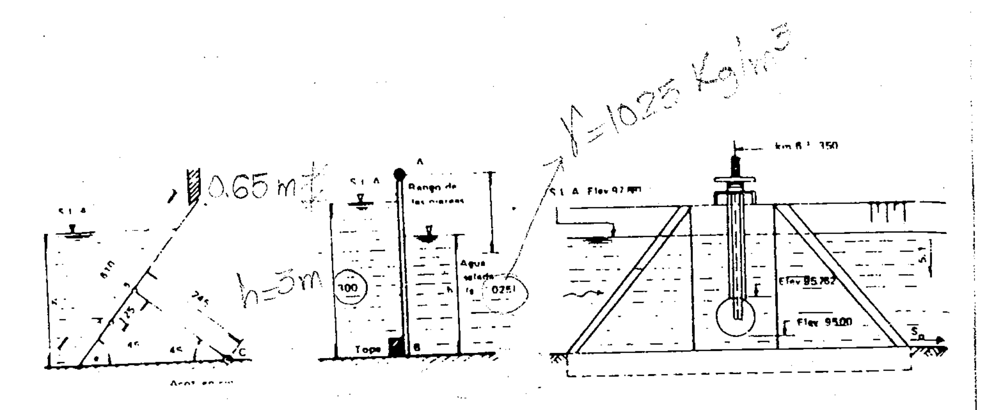


Figura G. Esclusa del problema 3.11.8.

Figura H. Compuerta de retención del problema 3.11.9.

Figura I. Compuerta tipo Miller del problema 3.11.11

3.11.13. La superficie curva representada por AB en la Figura J, es la superficie del cuadrante de un cilindro circular de 3.00 m de longitud. Determínense las componentes horizontal y vertical de la presión hidrostática total sobre la superficie, cuando: a) r = 3.00 m, Z = 0; b) r = 2.45 m, Z = 1.55 m; c) r = 1.55 m, Z = 15.25 m.

Sol.: a) F_x = 13.5 Ton, F_y = 21.2 Ton; b) F_x = 20.4 Ton, F_y = 25.54 Ton; c) F_x = 74.52 Ton, F_y = 76.6 Ton.

3.11.14. Determine la fuerza resultante sobre la pared de perfil circular, con una longitud de 5.0 m; la cual se ilustra en la Figura K.

Solución: F = 69.8 Ton.

3.11.15. La compuerta AB que se muestra en la Figura L tiene bisagras en A y reposa sobre una pared vertical perfectamente lisa en B. La compuerta tiene 6.10 m de longitud, determínense las componentes horizontal y vertical de las reacciones A y B:

a) Con el agua como se muestra en la figura

b) Con la superficie libre del agua (SLA) a 2.45 m sobre A

c) Con la SLA a 0.62 m abajo de A.

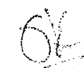
Solución.: a) F_{rA} = 12.2 Ton, F_{rB} = 12.2 Ton; b) F_{rA} = 30.5 Ton, F_{rB} = 39.5 Ton; c) F_{rA} = 7.67 Ton, F_{rB} = 7.67 Ton.

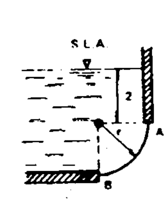
3.11.16. En la Figura M, determinar la fuerza en C debida al agua sobre la compuerta sólida en forma de cuarto de cilindro. La compuerta tiene 9.10 m de largo y su peso puede despreciarse. También calcular la fuerza R_N en el fondo de la compuerta.

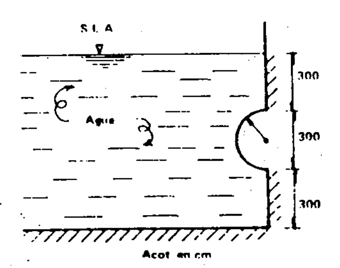
Solución: F = 36.85 Ton; Rn = 0.

3.11.17. Calcular la fuerza resultante sobre el hemisferio convexo en el fondo del tanque que se presenta en la Figura N, con una longitud de 10 m.

Solución: F_y = F = 328 Ton.







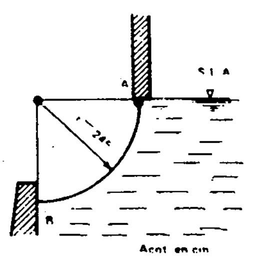


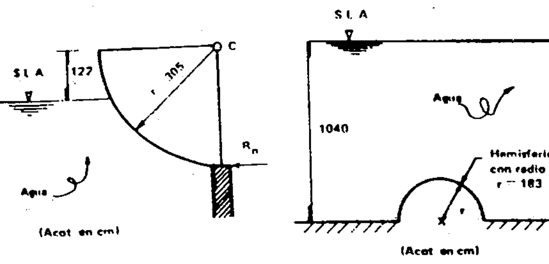
Figura J. Superficie curva del problema 3.11.13.

Figura K. Pared circular del problema 3.11.14.

Figura L. Compuerta circular abatible del problema 3.11.15.

3.11.18. En el canal desarenador de una presa derivadora sobre un río de escurrimiento permanente, se tiene una compuerta radial como mecanismo de obturación; de acuerdo a la Figura 0, determinar las características vectoriales del empuje de agua sobre la compuerta, considerando que tiene un ancho de 5.0 m.

Solución: F = 124.5 Ton. β = 27.15°, Elevación C.P. = 101 639 m.



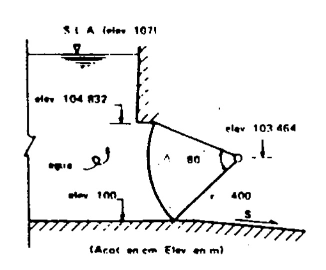


Figura M. Compuerta radial del problema 3.11.16.

Figura N. Hemisferio convexo circular del problema 3.11.17.

Figura O. Compuerta radial en canal desarenador problema 3.11.18.

3.11.19. En la Figura P, la compuerta semicilíndrica de 1.8 m de diámetro tiene un ancho de 2.0 m. Si el coeficiente de rozamiento entre la compuerta y sus guías es de 0.1, determinar la fuerza E requerida para elevar la compuerta si su peso es de 2.5 ton.

Solución: E = 0.82 Ton.

3.11.20. La compuerta de sector que se muestra en la Figura Q tiene un radio r = 4.5 m, soporta un tirante de agua (H = 3.0 m), y gira alrededor del punto C. Su peso es W = 1 ton/m localizado a la distancia d = 0.6 m ; además a = 4 m y b = 0.3 m. Calcular la fuerza T sobre el punto A en la compuerta, por cada metro de ancho.

Solución: T = 5.0 Ton.

3.11.21. Determinar las características vectoriales del empuje hidrostático sobre la compuerta radial que se muestra en la Figura R para los datos siguientes: h_1 = 5 m, h_2 = 2 m, a = 0.943 m, a' = 1.5 m y la geometría de la compuerta: r = 3 m, L = 5 m, Δ = 34° 20.283', e = 0.776 m.

Solución: F = 26.58 Ton, β = 32.16°, Elev. C.P. = 0.679 m.

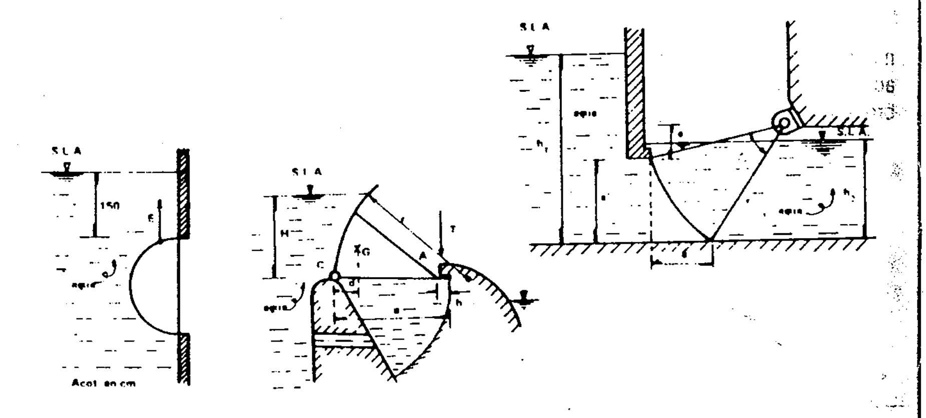


Figura P. Compuerta semicilíndrica.problema 3.11.19. **Figura Q. Compuerta circular abatible.problema 3.11.20.** **Figura R. Compuerta radial problema 3.11.21.**

3.11.22. Determinar la fuerza que ejerce el agua sobre la superficie curva parabólica mostrada en la Figura S, cuyo ancho es de 1.2 m, obteniendo su centro de presión.

Solución: F = 0.432 Ton, h_{cp} = 51.2 cm.

3.11.23. En el muro de retención mostrado en la Figura T. ¿Qué momento respecto de A (por metro de longitud de muro), se origina por la exclusiva acción de los 5.88 m de profundidad del agua (ω = 1.025 ton/m^3)?

Solución: M_A = -24.1 Ton · m.

3.11.24. Determinar las características vectoriales del empuje hidrostático sobre la superficie parabólica del muro mostrado en la Figura U, con una longitud de 15 m y cuya ecuación es $Y = 4X^2$.

Solución: F = 303.2 Ton, β = 14.93°, h_{cp} = 5.37 m.

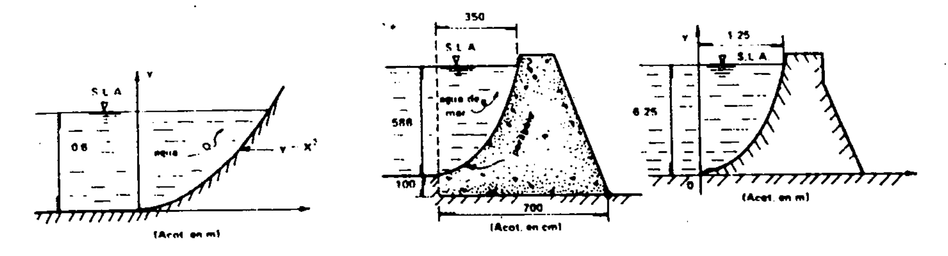


Figura S. Superficie parabólica problema 3.11.22. **Figura T: Superficie parabólica problema 3.11.23.** **Figura U. Superficie parabólica problema 3.11.24.**

3.11.25. Resolver gráficamente los problemas 3.11.4 y 3.11.18.

Capítulo 4

HIDRODINAMICA

La hidrodinámica es la parte de la Hidráulica que trata de las leyes físicas que gobiernan el movimiento de los líquidos, principalmente del agua.

Hasta esta parte se han estado estudiando las condiciones de líquidos en reposo, esto es, una pequeña partícula en equilibrio dentro de ese líquido; se vio que las únicas fuerzas que actúan sobre la misma, son: **su peso**, que obra verticalmente de arriba hacia abajo, y las **diferentes presiones estáticas** que obran sobre sus caras. Esta partícula no se mueve para arriba ni hacia abajo, porque la diferencia entre los empujes sobre la cara inferior y superior; neutraliza exactamente a su peso, tampoco se mueve hacia ningún lado porque la presión estática es uniforme sobre todas las caras (Figura IV.1).

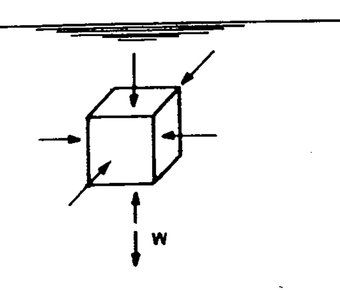


Figura IV. 1. Partícula de agua en reposo.

Suponiendo ahora que tal partícula comienza a moverse y como debe obedecer a las mismas leyes dinámicas de los sólidos, resulta que habrá sido precisa la aplicación de una fuerza, para dar lugar a una aceleración y provocando así una velocidad, haciendo que modifique su estado de reposo. El único modo de aplicar una fuerza a la partícula consiste en modificar las presiones que sobre la misma ejerce el líquido que lo rodea.

Al movimiento de un líquido (o fluido), se le llama **flujo**, un flujo líquido es una corriente líquida o sea un desplazamiento en una determinada dirección de una masa líquida.

El flujo de líquido es complejo y no siempre puede ser estudiado de forma exacta mediante el análisis matemático. Las leyes fundamentales del movimiento de un fluido no son completamente conocidas por lo que se necesita recurrir a la experimentación.

Como caracteres distintivos de la hidrodinámica, se puede señalar que sus ecuaciones están afectadas por coeficientes o parámetros experimentales derivados del funcionamiento de las obras ya construidas, así como del funcionamiento de modelos físicos a escala de dichas obras, construidos en el Laboratorio de Hidráulica.

Tales parámetros cubren la influencia de las propiedades específicas de los líquidos (**agua**), para fines de diseño, de funcionamiento de obras y dispositivos hidráulicos; se omiten con el fin de reducir el número de variables, en el análisis de los fenómenos debidos al movimiento de los líquidos (**principalmente el agua**).

Tres principios fundamentales que se aplican al flujo de líquidos:

a). El principio de conservación de la masa, a partir del cual se establece la ecuación de continuidad.

b). El principio de la Energía Cinética, a partir del cual se deducen ciertas ecuaciones aplicables al flujo, y

c). El principio de la cantidad de movimiento, a partir del cual se deducen las ecuaciones para calcular las fuerzas dinámicas, ejercidas por los fluidos en movimiento.

La finalidad principal de la teoría hidrodinámica es, la determinación de las características técnicas de las corrientes de agua para apoyar el diseño hidráulico, así como prever el funcionamiento y planear el mantenimiento de las obras civiles de derivación, conducción, distribución y drenaje de volúmenes de agua para su aprovechamiento. La geometría general (**planta, perfil** y **secciones**), de tales obras depende de esas características, según Camargo y Salazar (6).

Las partes de la hidrodinámica, son:

- Flujo del agua en orificios
- Flujo del agua en vertedores

- Flujo del agua en tuberías
- Flujo del agua en canales

Estando ya dentro de lo que se denomina hidrodinámica, se van a analizar los siguientes:

CONCEPTOS BASICOS DEL MOVIMIENTO DEL AGUA

4.1. Corrientes líquidas.

Se entiende por corriente líquida o flujo líquido, al desplazamiento en una ruta determinada de una masa o cuerpo líquido.

Como finalidades científicas de las corrientes líquidas, se puede señalar la investigación en Laboratorios Hidráulicos y como finalidades prácticas el transporte de materiales flotantes; la generación de energía, el riego, el abastecimiento de agua ya sea ésta potable, industrial o para abrevadero; el drenaje de agua pluvial, de asentamientos humanos, de agua sobrante de riego y de la industria.

Como elementos técnicos inherentes a las corrientes líquidas, principalmente de agua, hay que considerar: el tipo de movimiento de las partículas líquidas, el gasto, la velocidad media, el área hidráulica, el radio hidráulico, el perímetro mojado, el tirante, el número de Reynolds, el número de Froude y otros números más de menor uso; el gradiente hidráulico, la línea de energía, la línea piezométrica, la energía potencial y la energía cinética.

4.2. Trayectoria.

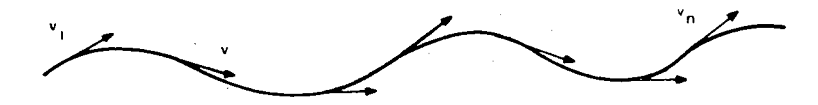
Se define a una trayectoria, como el lugar geométrico de las posiciones de una misma partícula, al transcurrir el tiempo.



a través del tiempo (t)

4.3. Línea de corriente.

La línea de corriente es, una curva imaginaria, donde en cada uno de sus puntos tiene por tangente al segmento dirigido, que representa la velocidad en dicho punto para un tiempo considerado. En general las líneas de corriente varían con el tiempo, pueden ser convergentes, divergentes o paralelas, pero nunca cortarse. En el caso del movimiento permanente, las líneas de corriente son fijas y coinciden con las trayectorias.



De lo anterior, se puede apreciar la diferencia entre trayectorias y líneas de corriente; las primeras se refieren a las líneas recorridas por cada partícula líquida al correr el tiempo y las segundas están constituidas por las envolventes de las velocidades de todas las partículas en un determinado instante.

4.4. Tubo de corriente.

Un tubo de corriente es, la región parcial de flujo líquido que se encuentra delimitado por una familia de líneas de corriente que lo confinan. Se tiene un tubo de corriente, cuya sección es suficientemente pequeña, entonces podremos ver que la velocidad en el punto medio de una sección cualquiera; estará definida como la **velocidad media.**

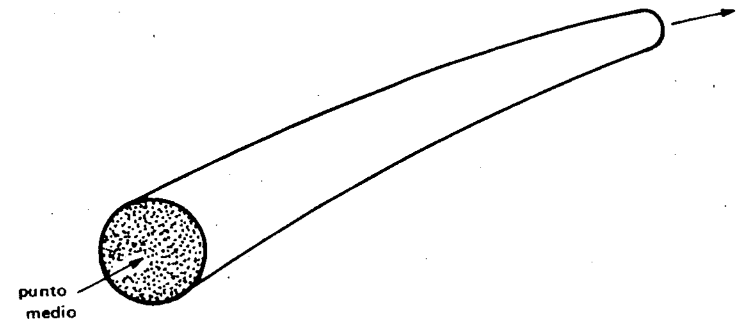


Figura IV.2. Tubo de corriente.

4.5 Tipos de movimiento de partículas líquidas.

La observación de los líquidos en movimiento ha llevado a distinguir dos tipos de movimiento de gran importancia en sus partículas.

a). Movimiento Laminar.

Se dice que el movimiento es laminar, cuando las partículas al moverse describen trayectorias paralelas, su número de Reynolds (Re) es igual o menor 2000, sus pérdidas de energía por recorrido son función lineal de la velocidad, y el diagrama de velocidades es parabólico.

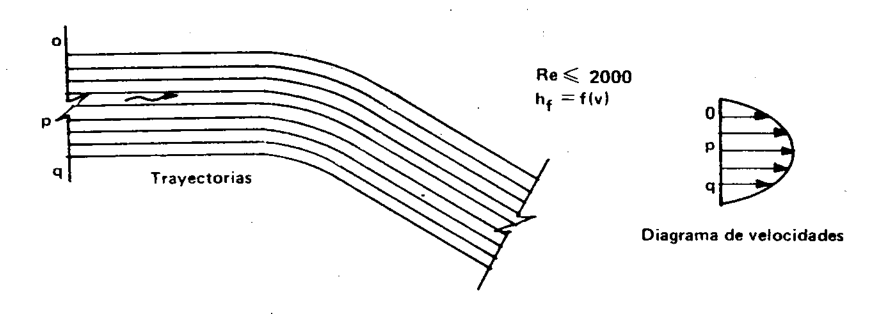


Figura IV. 3. Características del movimiento laminar.

b) Movimiento Turbulento.

Se denomina movimiento turbulento cuando las partículas líquidas al moverse describen trayectorias sinuosas en el espacio, su número de Reynolds (Re), es mayor o igual a 4000, sus pérdidas de energía por recorrido son función cuadrática de la velocidad de ellas y el diagrama de velocidades de la corriente es aproximadamente rectangular.

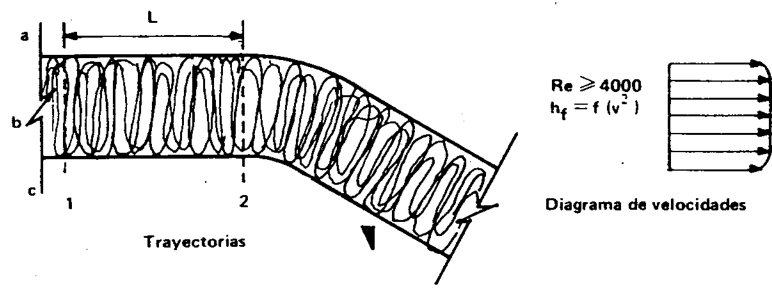


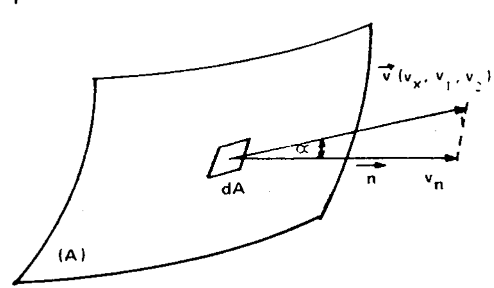
Figura IV.4. Características del movimiento turbulento.

Cuando el número de Reynolds(Re), está comprendido entre 2000 y 4000, el movimiento de las partículas se le denomina **Transicional** o **Zona crítica.**

4.6. Gasto o Caudal (Q).

Se entiende por caudal o gasto de una corriente líquida al volumen de agua, que en la unidad de tiempo atraviesa la sección normal de dicha corriente y se mide por tanto, en unidades de volumen entre unidades de tiempo (m^3/seg, l/seg, etcétera).

En general, para determinar el caudal que atraviesa una superficie finita de área A, en el seno de un fluido, se inicia por obtener el que atraviesa una superficie plana elemental (dA). El vector velocidad $\vec{v}$ de la corriente, formará un ángulo de 90°-α con el plano de la superficie elemental considerada (Según la figura).



El volumen de fluido que atraviesa la superficie dA en el tiempo dt, es igual al volumen de un prisma oblicuo de base dA y de altura $v_n dt = v \cos\alpha \, dt$; siendo $\vec{v}_n$ la componente de $\vec{v}$ normal al plano referido. Por lo que:

$$dQ\,dt = v_n\,dt\,dA$$

$$dQ = v_n\,dA$$

Esta última expresión indica que el gasto de una superficie elemental, es igual al producto de su área por la componente de la velocidad normal a dicha superficie;

$$Q = \int_A v_n\,dA$$

ecuación que sólo puede ser integrada, si es conocida la distribución de velocidades en toda la sección.

Si la velocidad puntual es variable en la sección considerada ($v_n \neq$ Cte.), se define una velocidad media v, tal que:

$$V = \frac{\int_A V_n\,dA}{\int_A dA} = \frac{Q}{A}$$

De donde:

$$Q = A \cdot v \qquad \text{(IV.1)}$$

Fórmula general del gasto

donde:

Q = Gasto en m^3/seg

A = Area de la sección normal en m^2

v = Velocidad media en m/seg

4.7. Velocidad media (v).

Se llama velocidad media a la media aritmética de las componentes normales (a la selección) de las velocidades de todos los filetes de la corriente (Tubos de corriente de dimensiones transversales infinitesimales), esto es que el gasto (Q), resulta del producto de la velocidad por el área de la sección transversal, por tanto la fórmula IV.1, queda de la siguiente forma:

$$\text{Velocidad media} = v = \frac{Q}{A}$$

4.8. Ecuación de continuidad.

Cuando una corriente mantiene o conserva constante su gasto en un tramo, se dice que la corriente es continua en éste.

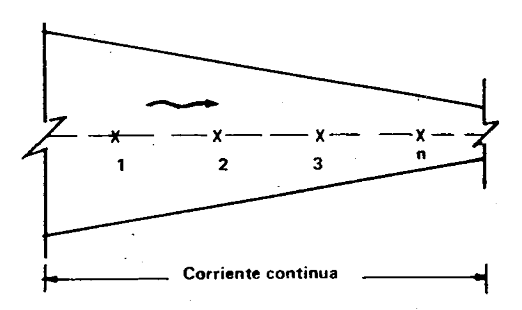


Figura IV.5. Representación esquemática de corriente continua.

En la Figura IV.5. de acuerdo a la definición, se tiene:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_n$$

y por la fórmula General del gasto (IV.1)

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 = A_3 v_3 = A_n v_n = \text{constante} \qquad \text{(IV.2)}$$

Esta ecuación corresponde al principio de continuidad mencionado anteriormente, motivo por el cual se le denomina **Ecuación de Continuidad.**

4.9. Elementos de la sección transversal de una corriente

Las secciones transversales de una corriente pueden ser naturales o artificiales. En las secciones naturales la forma de éstas por lo general siempre es irregular.

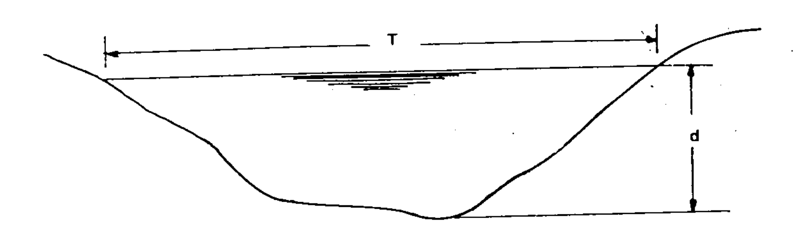


Figura IV.6. Canal natural (arroyo, río, etc.)

En las secciones artificiales su geometría se construye en **forma regular**, pudiendo ser de conducto abierto o conducto cerrado.

Las secciones artificiales de conducto abierto pueden ser de sección rectangular, trapecial y eventualmente semicirculares.

Las secciones artificiales de conducto cerrado pueden ser circulares; en herradura o rectangular.

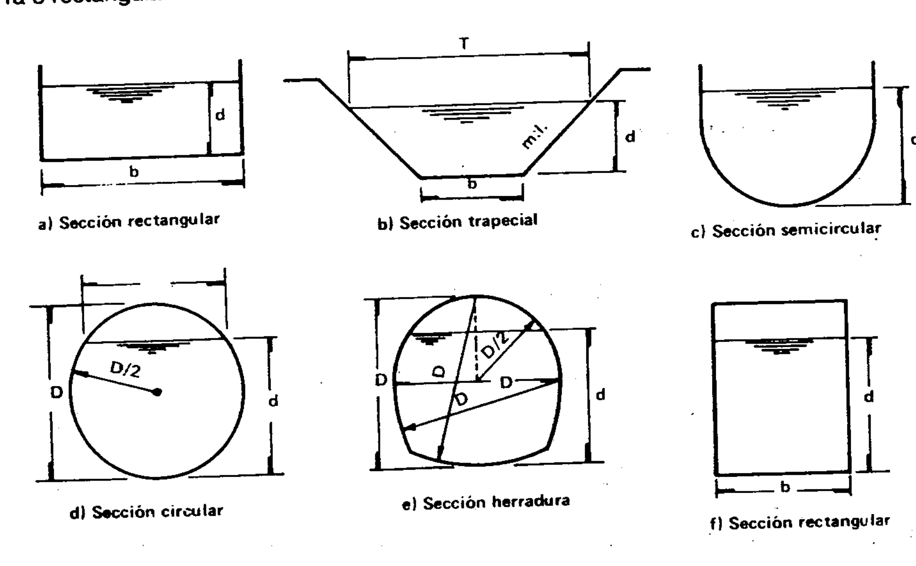


Figura IV.7. Secciones de escurrimiento a superficie libre.

Estas secciones pueden ser a conducto lleno, en cuyo caso el líquido ejerce una determinada presión (mayor que la presión atmosférica), sobre todo el perímetro de la sección, entonces se dice que el conducto está trabajando como tubería, o a conducto semilleno (con una superficie libre interior donde actúa la presión atmosférica), como se muestra en las secciones de las figuras, en cuyo caso se dice que el conducto está trabajando como **canal**.

Los principales elementos de la sección transversal de una corriente a superficie libre son:

Tirante (d), es la máxima distancia del piso del cauce al espejo del líquido (SLA).

Area hidráulica (A), es la superficie de la sección transversal a la corriente.

Ancho de la Superficie Libre del Agua (T), es la longitud de la lámina en la superficie libre del agua (SLA), en la secciòn transversal de la corriente.

Perímetro mojado (p), es la longitud de la traza (intersección), de la corriente confinada con un plano normal a ella.

Radio hidráulico (r), es el cociente del área hidráulica entre el perímetro mojado.

Cuando se tiene una corriente con supeficie libre (río, canal abierto o cubierta), los elementos anteriores se determinan de la siguiente manera:

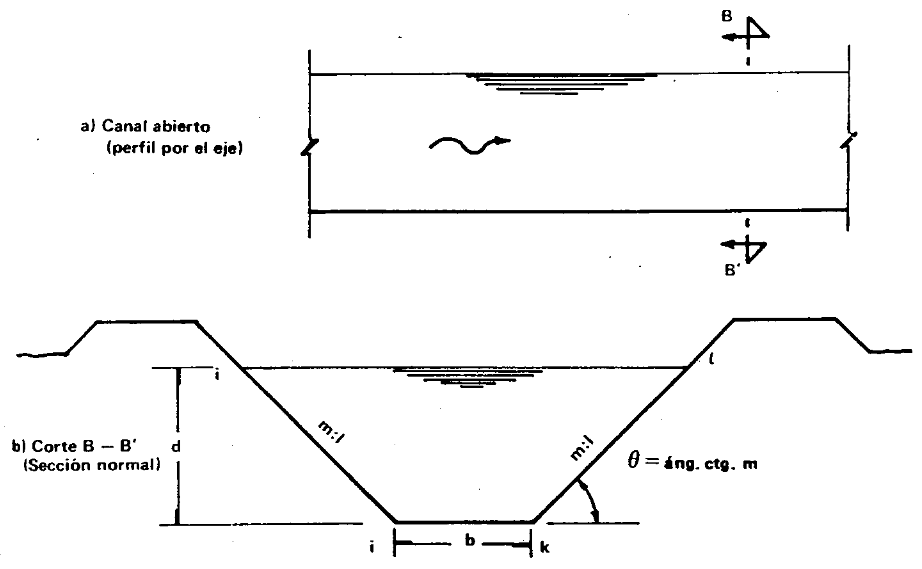


Figura IV. 8. Elementos de sección trapecial.

A = Area hidráulica (trapecio $\overline{ij}$ $\overline{kl}$) $= bd + 2(md)d/2$

p = Perímetro mojado (Línea ijkl) $= b + 2d\sqrt{1+m^2}$

r = Radio hidráulico $= \dfrac{A}{p} = \dfrac{b\,d + md^2}{b + 2\,d\sqrt{1 + m^2}}$

T = ancho de la SLA (Línea il) $= b + 2\,md$

En las que:

b = Ancho de plantilla en m

d = Tirante del canal en m

m = Talud del canal (adimensional)

r = radio hidráulico en m

p = perímetro mojado en m

A = área hidráulica en m^2

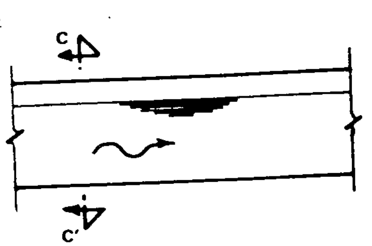
b=2m
m=1m
d=3m

$A = \dfrac{d}{m}(mb+d)$

6

$p = \dfrac{mb+2}{m}$

2+6√3



a) Canal cubierto (perfil por el eje)

d = tirante del canal
r = A/p

Eje del canal

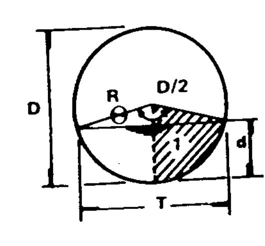
b) Corte C – C' (Sección normal)

El plano del área es perpendicular al eje de la corriente

A = Area circular definida por los puntos sqt

p = Línea circular sqt

Figura IV.9. Sección circular en canal.



$$d = \frac{D}{2} - \frac{D}{2}\cos\frac{\theta}{2} = \frac{D}{2}\left(1 - \cos\frac{\theta}{2}\right)$$

$$T = 2\,\frac{D}{2}\,sen\,\frac{\theta}{2} = D\,sen\,\frac{\theta}{2}$$

$$A = 2\left[\pi R^2\left(\frac{\theta/2}{360}\right) - \frac{R\,sen\,\theta/2\;R\cos\theta/2}{2}\right]$$

$$= \pi R^2\,\frac{\theta}{360} - R^2\,sen\,\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

Pero: $sen\,\dfrac{\theta}{2}\cos\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{1}{2}\,sen\,2\left(\dfrac{\theta}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\,sen\,\theta$

$y\ \theta$ (en grados) $= \dfrac{180}{\pi}\,\theta_r$; θ_r = Dado en radianes.

$$A = \pi R^2\,\frac{\frac{180}{\pi}\theta_r}{360} - R^2\left(\frac{sen\,\theta}{2}\right) = \frac{R^2}{2}\,\theta_r - \frac{R^2}{2}\,sen\,\theta_r$$

$$A = \frac{R^2}{2}\left(\theta_r - sen\,\theta_r\right);\ \theta_r \text{ dado en radianes}$$

como: $R = \dfrac{D}{2}$ y $\theta_r = \dfrac{\pi\,\theta}{180}$

$$A = \left(\frac{D}{2}\right)^2\frac{1}{2}\left(\frac{\pi\,\theta}{180} - sen\,\theta\right) = \frac{D^2}{4}\left(\frac{\pi\,\theta}{360} - \frac{sen\,\theta}{2}\right)$$

$$A = \frac{D^2}{4}\cdot\left(\frac{\pi\,\theta}{360} - \frac{sen\,\theta}{2}\right);\ \theta \text{ en grados}$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \frac{D/2 - d}{D/2} = 1 - \frac{2\,d}{D}$$

Por lo que: $\theta = 2\,ang\cos\left(1 - \dfrac{2\,d}{D}\right)$

$$\left(\frac{T}{2}\right)^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2} - d\right)^2 = D\,d - d^2 = d\,(D - d)$$

$$T = 2\sqrt{d\,(D - d)}$$

$$p = \frac{\pi\,D\,\theta}{360}$$

$$r = \frac{A}{p} = \frac{\frac{D^2}{4}\left(\frac{\pi\,\theta}{360} - \frac{sen\,\theta}{2}\right)}{\frac{\pi\,D\,\theta}{360}} = \frac{D^2}{4}\left[\frac{360\,\pi\,\theta}{360\,\pi\,D\,\theta} - \frac{360}{2\,\pi\,D\,\theta}\,sen\,\theta\right]$$

$$r = \frac{D}{4}\left[1 - \frac{360}{2\,\pi\,\theta}\,sen\,\theta\right];\ \theta \text{ dado en grados}$$

$$r = \frac{D}{4}\left(1 - \frac{sen\,\theta_r}{\theta_r}\right);\ \theta_r \text{ dado en radianes}$$

Cuando la corriente está totalmente confinada (entubada), no se conoce el tirante porque no hay superficie libre visible, para determinar el espejo del líquido (S.L.A.) habrá que insertar un piezómetro, en el cual el agua (o líquido), asciende espontáneamente hasta alcanzar determinado nivel (S.L.A.).

Si en un tramo de la corriente entubada se instalan una serie de piezómetros y los niveles piezométricos se unen por una línea, a esta línea se le denomina **Línea piezométrica** (L.P.).

En una corriente parcialmente confinada (canal o río), la línea piezométrica coincide con el espejo del agua (S.L.A.).

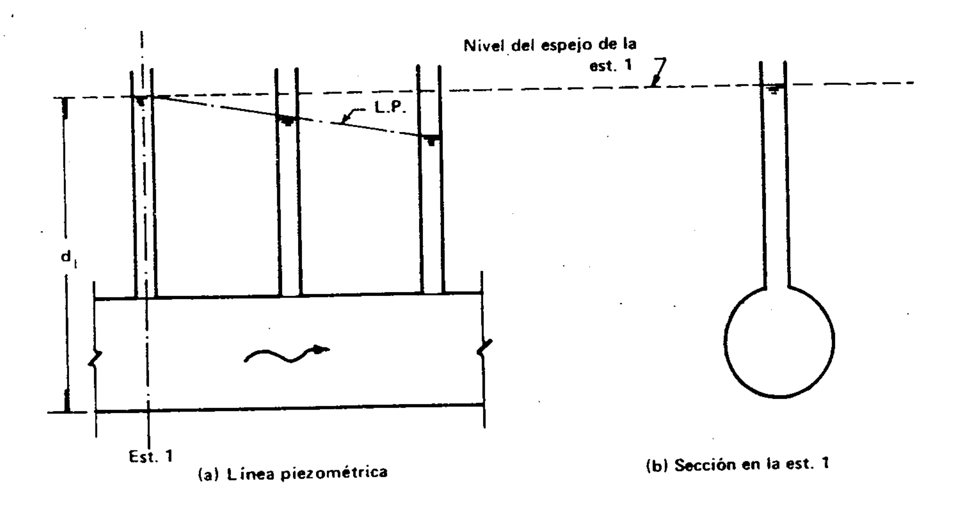


Figura IV. 10. Perfil de corriente entubada.

La distancia de un punto de una corriente a la Línea Piezométrica (L.P.), recibe el nombre de carga de presión de dicho punto, tal carga por el peso volumétrico (ω) del líquido, da la presión de dicho punto, como se vio en teoría hidrostática ($p=\omega h$), por tanto la máxima carga de presión en una corriente es el tirante (**en una sección vertical determinada, todas las distancias medidas a la L.P. se miden en plano vertical**).

4.10 Número de Reynolds (Re).

El número de Reynolds (Re), es un parámetro adimensional que permite diferenciar el tipo de movimiento de partículas líquidas en corrientes, con lo cual se puede seleccionar la forma más adecuada de evaluación de las pérdidas de carga por fricción o

recorrido; su fórmula nos determina la preponderancia de las fuerzas viscosas o de rozamiento sobre las de inercia:

$$Re = \frac{v \phi \rho}{\mu} \qquad (IV. 3)$$

En la que:

Re = número de Reynolds es adimensional

v = velocidad media en m/seg

ϕ = diámetro de la corriente en m

ρ = densidad en kg seg^2/m^4

μ = viscosidad absoluta en kg seg/m^2

4.11. Número de Froude (F_r).

El número de Froude interviene en la diferenciación de tipos de resalto y en el diseño geométrico de disipadores de energía cinética, así como de modelos hidráulicos físicos, entre otras cosas, su fórmula es:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{g D}} \qquad (IV\ 4)$$

En la que:

Fr = número de Froude, es adimensional

v = velocidad media en m/seg

g = aceleración de la gravedad en m/seg^2

D = profundidad hidráulica, en m

$$D = \frac{A}{T} = \frac{\text{área hidráulica, en m}^2}{\text{ancho de la S.L.A., en m}}$$

4.12. Clasificación de las corrientes líquidas.

1. De acuerdo con el movimiento de sus partículas, las corrientes pueden ser:

a) Laminares o irrotacionales, si el movimiento es laminar como en las redes de flujo, localizadas en cortinas de tierra o corrientes subterráneas a través de formaciones permeables.

b) Turbulentas o rotacionales, si el movimiento es turbulento como sucede en los canales o ríos.

2. De acuerdo con la constancia de su gasto, pueden ser:

a) Continuas, cuando en todo su desarrollo el caudal es el mismo, por ejemplo, en las tuberías simples.

b) Discontinuas, cuando sólo en parte de su desarrollo es constante su gasto, como ejemplo, tuberías ramificadas con ramales de derivación de inyección.

3. De acuerdo a la variación respecto al tiempo.

a) Permanentes o establecidas cuando no varían las características de la sección respecto al tiempo y a las coordenadas del espacio.

b) No permanentes o no establecidas, cuando las características de la sección son variables respecto al tiempo y a las coordenadas del espacio.

4. De acuerdo con su régimen.

a) Corrientes de régimen uniforme, son aquellas que sus elementos técnicos se mantienen constantes en un tramo o en todo su desarrollo, por lo que el tirante (d), la velocidad (v), el gasto (Q), la geometría de su sección normal, de pendiente de las líneas piezométricas y de energía, etc., no cambian, esto es posible en canales artificiales, por ello reciben el nombre de **canales prismáticos.**

b) De régimen variado, cuando los elementos técnicos de la corriente no se muestran constantes, pudiendo ser esta variación en forma brusca **(salto hidráulico)** o gradual **(Remanso)**.

4.13 Tipos de energía. (20090731)

Los tipos de energía que se presentan en el movimiento de los líquidos, son: la energía cinética, la energía mecánica y la energía potencial.

a) Energía cinética de un cuerpo líquido o **Energía de movimiento**. Es la energía resultante de aplicar una fuerza a una determinada masa líquida comunicándole una aceleración, realizándose un desplazamiento; se define como la mitad del producto de su masa por el cuadrado de su velocidad.

$$Ec = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2}\frac{W}{g} v^2$$

En una corriente líquida normalmente las energías se consideran por unidad de peso (W = 1), denominándoseles **Cargas**, por tanto, en este caso la energía cinética se representa por la **carga de velocidad**.

$$hv = \frac{v^2}{2g} \qquad \text{(IV. 5)}$$

b) Energía Mecánica o de presión. Es la energía correspondiente al trabajo mecánico ejecutado por las fuerzas debidas a la presión. En una corriente líquida esta energía se representa por la **Carga de presión**

$$h p = \frac{p}{\omega} \qquad \text{(IV. 6)}$$

c) Energía Potencial. Es la energía correspondiente al trabajo realizado por las fuerzas debidas a la acción de la gravedad y se puede definir como el producto del peso (W = Mg), del cuerpo líquido por la altura respecto a un plano de referencia elegido arbitrariamente:

$$Ep = W h$$

En una corriente líquida esta energía se representa por la **Carga de posición** (hz).

En la mayoría de los problemas prácticos de Hidráulica, una parte de la energía de la corriente se utiliza para vencer las fuerzas de resistencia debidas a: a). originadas en los efectos de viscosidad del líquido y de la fricción motivada por la turbulencia que acompaña al movimiento, b). debidas a cambios en la geometría de la conducción (ampliaciones, reducciones, cambios de dirección, etc.) y c). debidas a órganos de cierre para regular el gasto (válvulas, compuertas etc.).

Esa parte de la energía de la corriente se transforma en otro tipo de energía, que en los problemas de Hidráulica se considera como energía perdida en el movimiento, siendo necesaria su determinación para conocer las características del flujo; a esto se le denomina **Pérdida de energía** o **Pérdida de carga.**

4.14 . Gradiente Hidráulico.

El gradiente Hidráulico es por definición la pérdida de carga por unidad lineal de recorrido en la corriente. Carga es la energía por unidad de peso del fluido, resultando por tanto que el gradiente es adimensional.

$$\text{Carga} = \frac{\text{Energía}}{\text{Peso}} = \frac{Kg \cdot m}{kg} = m$$

Gradiente Hidráulico $= \dfrac{carga}{recorrido} = \dfrac{m}{m} = adimensional$

Si a cada nivel piezométrico en una corriente líquida se le agrega su correspondiente carga de velocidad (v^2/seg), se obtiene una serie de puntos que generan otra línea (arriba de la línea piezométrica), que recibe el nombre de **Línea de Energía**, ésta se irá abatiendo en el sentido de la corriente debido a las pérdidas de energía del flujo. El movimiento de las partículas se hace a expensas de la energía. La **Línea de energía** podría ascender, solamente si a la corriente se le adiciona energía por medio de una bomba centrífuga.

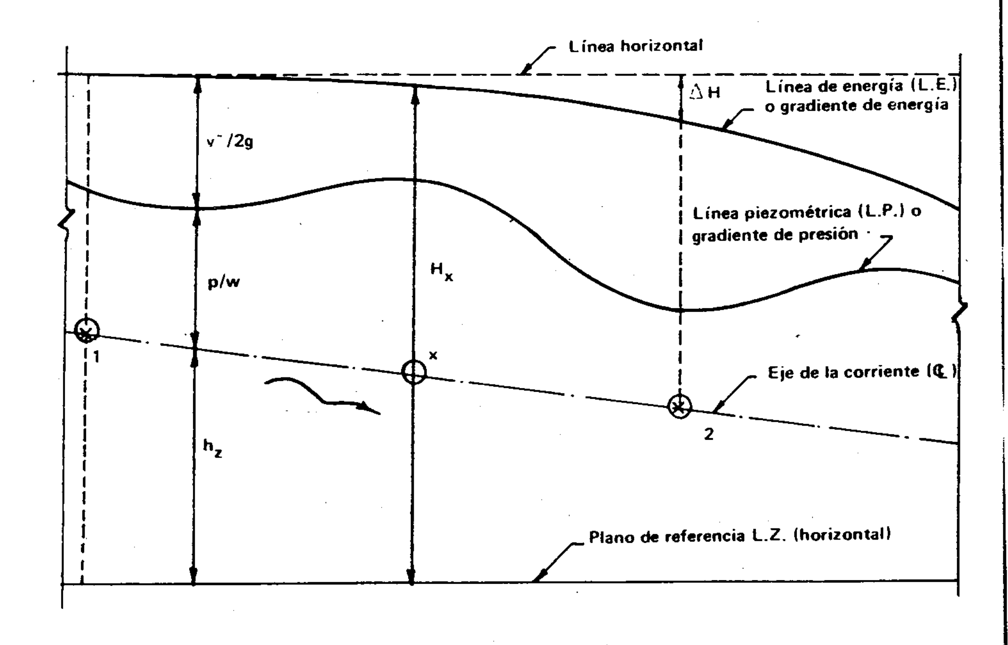


Figura IV.11. Tramo de corriente líquida (Esquema en elevación (Perfil).

de la Figura IV.11 se tienen las siguientes características:

$\dfrac{v^2}{2g}$ = hv : carga de velocidad

p/ω = hp : carga de presión

z = hz : carga de posición

Hx = carga total en la estación x

ΔH = Pérdidas de energía (o de carga), entre los puntos 1 y 2.

En referencia a las líneas y a las cargas de energía,

hv = Desnivel entre L.E. y L.P. (carga de velocidad o energía cinética por unidad de peso).

hp = Desnivel entre L.P. y L (carga de presión o energía mecánica por unidad de peso).

hz = Desnivel entre L y L.Z. (carga de posición o energía potencial por unidad de peso).

Si a las cargas correspondientes a la energía (**cinética, mecánica o potencial**), de un punto de la corriente, se les multiplica por el peso del líquido que en un tiempo (t) atraviesa la sección vertical de la corriente que aloja a tal punto de carga; **de velocidad,** de **presión** o de **posición** respectivamente, se obtiene la energía correspondiente a la corriente en tal estación (la del punto), durante el periodo t (en el caso de la energía potencial será respecto a la posición arbitraria dada al plano de referencia L.Z), así se tiene:

Energía cinética : Ec = W hv

Energía mecánica : E_m = W hp

Energía potencial : Ep = W hz

Como se observa hz y Ep son relativos al plano L.Z que se elija y por tanto, pueden tener muchos valores para determinado punto y estación de una corriente.

El peso de líquido considerado, se obtiene:

$$W = Q\, t\, \omega \qquad \text{(IV.7)}$$

En la que:

W = peso del líquido que atraviesa la sección vertical de la corriente de que se trate, en Kg.

Q = gasto de la corriente en la sección considerada, en m^3/seg.

t = tiempo considerado, en segundos.

ω = peso volumétrico del líquido de la corriente, en kg/m^3.

La segunda Ley de Newton establece la relación fundamental entre la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula y la variación en el tiempo de la cantidad de movimiento. De acuerdo con la forma en que se aplique puede conducir a dos ecuaciones: La primera (componente escalar según el flujo), llamada de la **ENERGIA**, permite calcular las diferentes transformaciones de la **Energía Mecánica** dentro del flujo y las cantidades disipadas en energía calorífica que, en el caso de los líquidos, no se aprovecha. La segunda, de tipo vectorial llamada del **Impulso** y **cantidad de movimiento,** permite determinar alguna de las fuerzas que producen el flujo, si se conoce el cambio en la cantidad de movimiento y las restantes fuerzas.

4.15. Ecuación de la energía o Teorema de Bernoulli.

Esta ecuación tiene dos expresiones fundamentales: la teórica para líquidos ideales o perfectos y la práctica para corrientes reales.

La expresión teórica del Teorema de Bernoulli se puede enunciar de la siguiente forma: *En un líquido perfecto sometido a la acción de la gravedad y en movimiento permanente (no dependiente del tiempo) en el camino que sigue la partícula, la suma de las alturas o cargas de posición (hz), de presión (hp) y de velocidad (hv), es constante.*

$$hz + hp + hv = Zz + \frac{p}{\omega} + \frac{v^2}{2g} = \text{constante}$$

La expresión práctica del Teorema de Bernoulli, puede enunciarse de la siguiente manera:.. *En dos puntos de una corriente líquida entre las cuales el gasto es constante, la carga total de uno de ellos (líquido arriba) es igual a la carga total de otro punto (líquido abajo) más las pérdidas de carga entre ellos.*

$$H_1 = H_2 + \Sigma h_{x_{1-2}} \qquad \text{(IV.8)}$$

Ecuación de Bernoulli.

$$H = hz + hp + hv$$

$$h_{z_1} + h_{p_1} + h_{v_1} = h_{z_2} + h_{p_2} + h_{v_2} + \Sigma h_{x_{1-2}}$$

donde:

h_z = Elev. del punto - Elevación del plano de referencia (L.Z.)

h_p = p/ω (Tirante del punto)

hv = v^2/seg (carga de velocidad)

Σh_x = Suma de las pérdidas de carga.

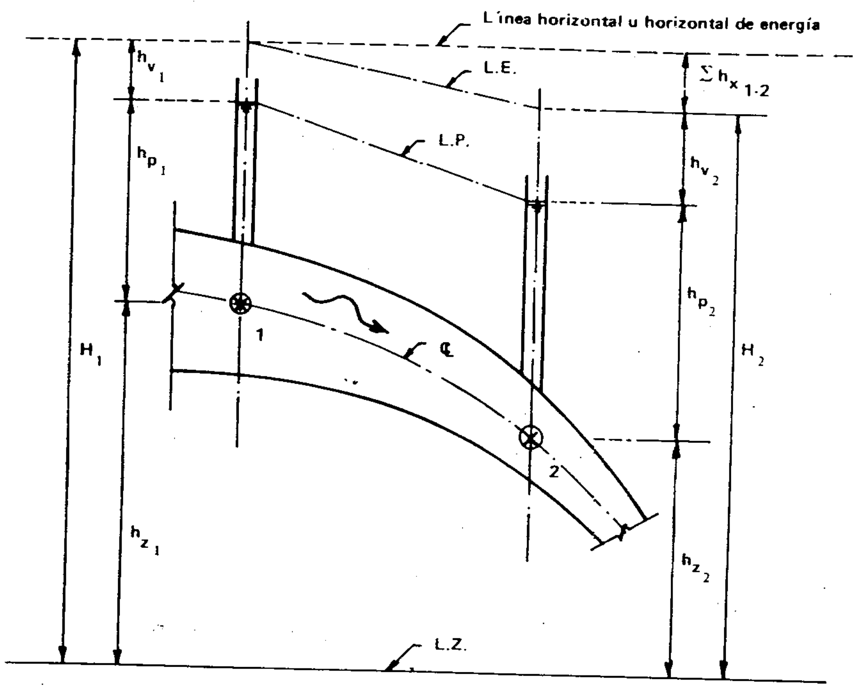


Figura IV.12. Perfil de corriente entubada.

Para demostrar todo lo anterior, se analiza el fragmento de un filete líquido, sus fuerzas y bajo qué circunstancias se produce la circulación del agua.

Las fuerzas periféricas (en la superficie lateral del filete, por ser éste muy delgado), se equilibran entre sí por lo cual se omiten, se considera que no hay rozamiento que se oponga al movimiento. En la Figura IV.13, se indican las siguientes variables.

F_1 = Presión hidrostática total en la base izquierda.

F_2 = Presión hidrostática total en la base derecha.

En determinado instante las bases hacen los recorridos x_1 y x_2, este fenómeno equivale a que el prisma izquierdo (1) haga un recorrido horizontal L y uno vertical ΔZ, esto es, que el centro de masa (1) se traslada al centro de masa (2). El prisma (1) tiene igual volumen al de (2). El líquido se considera incomprensible y la materia impenetrable, por lo que la masa M_1 es igual a la masa M_2.

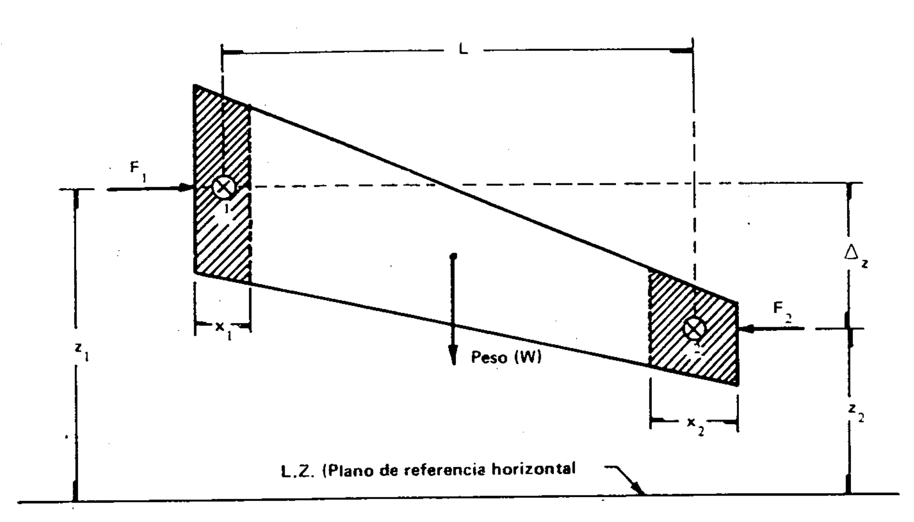


Figura IV.13. Diagrama de fuerzas de un fragmento de filete líquido.

De la física, de acuerdo con el teorema de las fuerzas vivas... *Cuando un sistema de fuerzas está aplicado a un cuerpo en movimiento, la suma de los trabajos de las fuerzas es igual a la variación de la fuerza viva del cuerpo...*

$$\Sigma\tau = \frac{M v_2^2}{2} - \frac{M v_1^2}{2}$$

Para aplicar el principio mecánico de la igualdad del trabajo y de la variación de la fuerza viva es necesario considerar el desalojamiento mencionado, el cual deberá ser pequeño para que el sistema de fuerzas no sufra variación, de acuerdo con la Figura IV.13, se tiene:

$$\Sigma\tau = F_1 x_1 + W_1 \Delta z - F_2 x_2 = \frac{M_2 v_2^2}{2} - \frac{M_1 v_1^2}{2}$$

$$A_1 \omega \bar{h}_1 \ (X_1) + W_1 (z_1 - z_2) - A_2 \omega \bar{h}_2 \ (x_2) = \frac{W_2}{g} \frac{v_2^2}{2} - \frac{W_1}{g} \frac{v_1^2}{2}$$

$$A_1 x_1 \omega \bar{h}_1 + W_1 z_1 - W_1 z_2 - A_2 x_2 \omega \bar{h}_2 = W_2 \frac{v_2^2}{2g} - W_1 \frac{v_1^2}{2g}$$

Como: $A x \omega = W$

$$W_1 \bar{h}_1 + W_1 z_1 + W_1 \frac{v_1^2}{2g} = W_2 \bar{h}_2 + W_1 z_2 + W_2 \frac{v_2^2}{2g}$$

En esta ecuación todos los términos son energías y se miden en kg- m.

$W\bar{h}$ = Energía mecánica o de presión

Wz = Energía potencial o de posición, cuyo valor depende de la localización del plano de referencia L Z.

$W \frac{v^2}{2g}$ = Energía cinética o de velocidad.

De acuerdo con la Figura IV. 13 y las consideraciones hechas: $W_1 = W_2$, por corresponder a pesos de igual volumen con igual peso volumétrico (ω), por lo cual dividiendo la ecuación anterior entre el peso, queda:

$$\bar{h}_1 + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \bar{h}_2 + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{(IV.9)}$$

En esta ecuación se tienen las energías por unidad de peso o sea cargas (en m).

$\bar{h}$ = carga de presión (hp)

z = carga de posición (hz)

$\frac{v^2}{2g}$ = carga de velocidad (hv).

Esta ecuación es para condiciones ideales o teóricas; para situaciones reales, en la práctica si hay rozamiento que se opone al movimiento, por lo cual la energía o carga total en (2) **aguas abajo**, es menor que la energía o carga total en (1) y entonces la ecuación teórica (IV.9) se compensa con las pérdidas de carga entre los puntos (1) y (2), ($\Sigma h_{x_{1-2}}$), quedando la ecuación o Teorema de Bernoulli, en la siguiente forma:

$$h_{p_1} + h_{z_1} + h_{v_1} = h_{p_2} + h_{z_2} + h_{v_2} + \Sigma h x_{1-2} \quad \text{(IV.10)}$$

o en su forma usual:

$$H_1 = H_2 + \Sigma h x_{1-2}$$

Las corrientes líquidas, principalmente de agua, obedecen a la ley de Bernoulli o Teorema de la Energía solamente cuando son continuas; por tanto, este **teorema sólo puede aplicarse entre puntos ligados por corriente continua** (gasto constante) y para que tal aplicación resulte útil, las pérdidas de carga que presenten deben ser calculables. El plano de referencia (L Z) para fines prácticos generalmente debe situarse como mínimo en el punto más bajo de los dos, entre los que se aplica el Teorema.

La corriente líquida abate su línea de Energía (LE) en el sentido del flujo porque el movimiento se desarrolla a base de energía, tales pérdidas de carga o energía, pueden ser: a). Por fricción (h_f) o mayores, cuando se presentan en recorridos importantes y b). Menores o localizadas (hx), cuando se presentan en un recorrido muy corto (**cambio de dirección, cambio de sección, obstrucciones, etc.**).

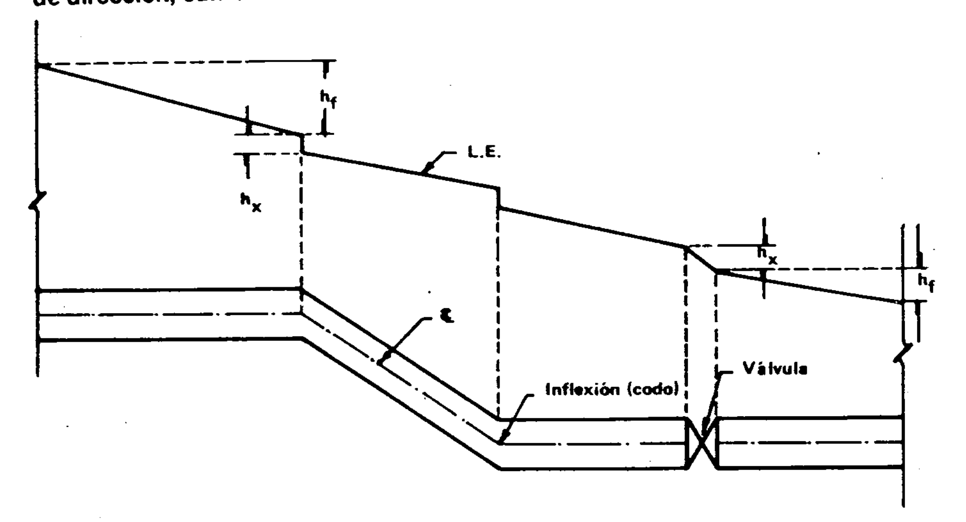


Figura IV.14. Tramo de corriente entubada.

a). Las pérdidas de carga mayores o de fricción (hf) son directamente proporcionales a la longitud de recorrido, al cuadrado de la velocidad media (**en movimiento turbulento**), al parámetro de fricción que es un coeficiente experimental que depende de las paredes del cauce (material y estado de conservación).

Hay muchas fórmulas publicadas y usadas para su cálculo, que tienen aplicación específica sobre todo para investigación. Para Ingeniería o fines técnicos, la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH), utiliza las siguientes fórmulas:

a.1). En canales, como en tuberías de presas, la fórmula de Manning, que en el sistema métrico, es:

$$h_f = L\frac{v^2 n^2}{c^2 r^{4/3}} \qquad \text{(IV.11)}$$

En la cual:

h_f = Pérdida de carga por fricción en m

L = Recorrido o diferencia de estaciones o cadenamientos entre los puntos de aplicación del Teorema de Bernoulli (**cuando la corriente es a nivel**) en m

v = Velocidad media en m/seg

n = Coeficiente de rugosidad, que depende del material y estado de conservación de las paredes del cauce, adimensional.

c = Coeficiente de homogeneización de unidades, que en el sistema MKS vale 1, en $m^{1/3}$/seg.

r = Radio hidráulico, en m

a.2). En tuberías, la fórmula de Darcy-Weisbach de tipo empírica:

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g} \qquad \text{(IV.12)}$$

En la cual:

h_f = Pérdida de carga por fricción en m

f = Coeficiente de fricción que depende del material y del estado de la tubería, de la magnitud de cresta y de la velocidad de circulación del fluido, así como de la viscosidad de éste, adimensional.

L = Longitud de la tubería en m

D = Diámetro de la tubería en m

v = Velocidad media en m /seg

g = Aceleración de la gravedad = 9.81 m/seg^2

a.3). La fórmula de Hazen-Williams, con aplicación muy común en tuberías, fue establecida tanto para conductos libres como forzados:

$$hf = \left(\frac{V}{0.355\, C_H D^{0.63}}\right)^{1.852} L \qquad \text{(IV. 13)}$$

Donde:

C_H = Coeficiente de Hazen-Williams, que depende del material del tubo, adimensional.

a.4). La fórmula de SCOBEY, que es recomendada por algunos autores, para usarse en tuberías principales y laterales de sistemas de riego por aspersión:

$$h_f = 0.0026\, K_s \frac{v^{1.9}}{D^{1.1}} L \qquad \text{(IV. 14)}$$

Donde:

K_s = Coeficiente de Scobey, que depende del material de la tubería, adimensional.

b). Las pérdidas de carga menores o localizadas (hx), obedecen a la siguiente ley empírica establecida mediante observación experimental:

$$h\,x = K\,x \frac{v^2}{2\,g} \qquad \text{(IV. 15)}$$

En la que:

hx = Pérdida de carga menor, debida a la causa x, se estima en m, como toda carga (o unidades lineales en general).

K_x = Parámetro adimensional que corresponde a la causa x de la pérdida, deducida en laboratorios por vía experimental.

v = Mayor velocidad media de la corriente en el tramo (relativamente corto) donde se presenta h_x, en m/seg.

g = Aceleración de la gravedad en m/seg^2, para fines técnicos (no científicos) con valor de 9.81

Estas pérdidas de carga se presentan con frecuencia en la práctica y es necesario cuantificarlas tanto en el diseño como en la operación y conservación de obras, dispositivos o instalaciones para el aprovechamiento y manejo de agua o petróleo principalmente, estas pérdidas pueden ser: por entrada, por válvulas, por cambios de dirección, por medidores, por compuertas, por reductores de sección, por ampliador de sección, por transiciones, por pilas o por salida, principalmente.

4.16. Ecuación del impulso y cantidad de movimiento.

La ecuación de la cantidad de movimiento en un cuerpo libre o volumen de control se deriva de la segunda Ley de Newton. Se conoce como la cantidad de movimiento de un elemento de masa M al producto de ésta por su velocidad.

De la Ley de Newton, se puede escribir:

$$F = M\,a = M \frac{d\,v}{d\,t}$$

$$F\,dt = M\,dv$$

$$F \int_{t_1}^{t_2} d\,t = M \int_{v_1}^{v_2} d\,v$$

$$F\,\Delta t = M\,(v_2 - v_1) \qquad \text{(IV. 16)}$$

El primer término de esta expresión es **El impulso** y el segundo es **La cantidad de Movimiento**

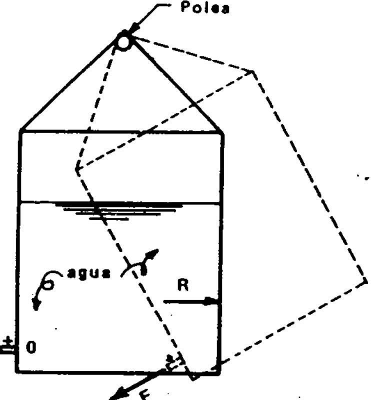


Figura IV.15.

Se tiene un depósito colgado de una polea con fricción nula (Figura IV.15), si se le pone agua y se abre la válvula, se notará que el recipiente adopta una cierta inclinación, hasta compensar los efectos de la reacción del chorro.

Llámese A al área del orificio 0 y Q al gasto en m^3/seg y estúdiense los principios y leyes que rigen las fuerzas originadas por el chorro.

Una partícula de agua que parte del orificio adquiere en la unidad de tiempo (t = 1), una velocidad v y recorre un espacio $e = \frac{v}{2}$.

El trabajo desarrollado por una fuerza F, recorriendo el mismo espacio, será:

$$\tau = F\,e = F\,\frac{v}{2}$$

Este trabajo se convierte en Energía cinética (**el principio de la conservación de la Energía**), debido a la velocidad ganada, es decir:

$$\tau = E_c$$

$$F\,\frac{v}{2} = \frac{1}{2} M\,v^2 = \frac{1}{2}\,\frac{W}{g}\,v^2$$

$$F = \frac{W\,v}{g} \text{ (Impulso del agua al salir).}$$

De la ecuación (IV.7)

$$W = Q\,t\,\omega \quad \text{y como} \quad t = 1$$

Se tiene:

$$F = \omega\, Q\, \frac{v}{g}$$

y como:

$$Q = A\,v$$

$$F = \omega\, A\, \frac{v^2}{g}$$

En realidad lo que se ha dicho es un caso particular de la Ley.

Impulso = Cantidad de movimiento

$$Ft = M\,(v_2 - v_1).$$

En la que:

$$\text{Para } t = 1,\; M = \omega\,\frac{Q}{g},\; v_2 = v \;\text{ y }\; v_1 = 0$$

(parte del reposo)

Por lo que:

$$F = \omega\, A\, \frac{v^2}{g}$$

El principio de acción y reacción (... a toda acción se opone una reacción igual y en sentido contrario...) es válido en este caso, por tanto se producirá una fuerza igual y de sentido contrario a F.

$$F = R$$

Capítulo 5

FLUJO DEL AGUA EN ORIFICIOS

5.1. Definición.

Los orificios, desde el punto de vista hidráulico, son perforaciones generalmente de forma geométrica y perímetro cerrado, hechas por debajo de la superficie libre del líquido, en las paredes de depósitos, tanques, canales o tuberías. Las aberturas hechas hasta la superficie libre del líquido constituyen los vertedores.

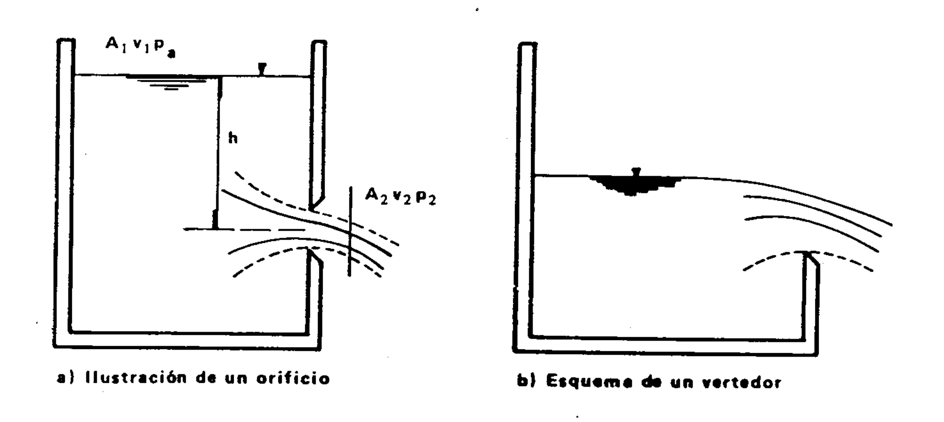


Figura V.1. Circulación del agua a través de páredes.

A los orificios también se les denomina boquillas o tubos cortos dependiendo de su longitud en relación al diámetro o tamaño de su sección; **son boquillas cuando la longitud está comprendida entre 1.5 y 3 ϕ y tubos cortos cuando está entre 3 y alrededor de 500 ϕ, según Azevedo (10).**

5.2. Finalidades de la teoría hidráulica de orificios o tubos cortos.

Las finalidades son dos: **La práctica** y la **científica,** según Camargo y Salazar (6).

a). **La finalidad práctica** de los orificios (tubos cortos), es controlar el paso de una corriente (válvulas, compuertas, etc), o verificar el aforo de ésta (medición del gasto).

b). **La finalidad científica** de los orificios es investigar en laboratorios hidráulicos: curvas de gastos, parámetros de pérdidas de carga, coeficientes de gasto, etc.

5.3. Clasificación de Orificios.

a). Por su funcionamiento pueden ser:

- **Libres**, cuando descargan al aire

- **Ahogados**, cuando la descarga es sumergida, esto es cuando el espejo del agua (Nivel libre), a la salida está sobre la clave (parte superior) de la boca de descarga.

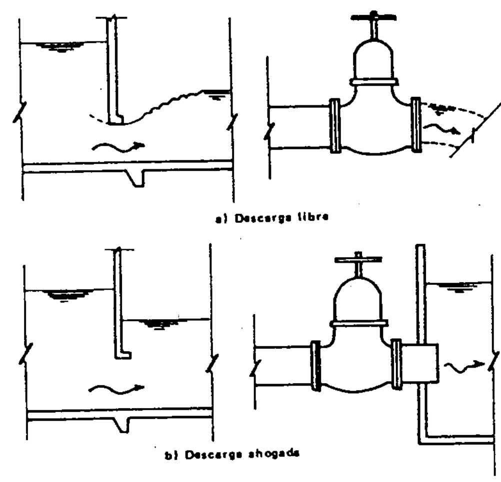


Figura V.2. Orificios libres y ahogados.

b). Por su geometría **(forma)**, pueden ser:

- **Circulares, cuadrados y rectangulares**

c). Por el espesor de su pared, pueden ser:

- **Orificios de pared delgada**
- **Orificios de pared gruesa**

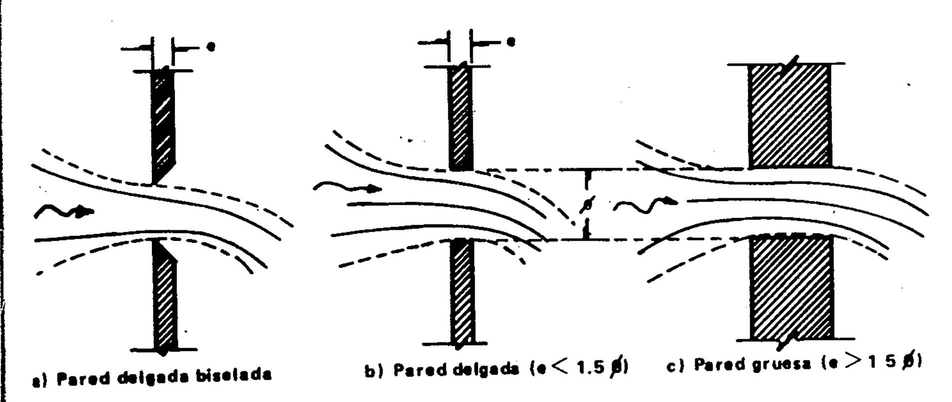


Figura V.3. Tipos de paredes en orificios.

d). Por sus dimensiones relativas, pueden ser:

- **Orificios pequeños**
- **Orificios grandes.**

Son pequeños cuando la dimensión vertical es igual o inferior a un tercio de la profundidad.

e). Por la velocidad con que llegan las partículas pueden ser:

- **Orificios con velocidad de llegada**
- **Orificios sin velocidad de llegada**

En la práctica de la operación y el diseño de estructuras y dispositivos hidráulicos, los orificios (o tubos cortos) más frecuentes, son: compuertas, válvulas, medidores, rociadores, boquillas, goteros, sifones de riego, alcantarillas de caminos, desagües automáticos, etcétera. En el caso de laboratorios hidráulicos se tienen las pantallas aforadoras.

Para definir a una corriente confinada como orificio o tubo corto, el requisito hidráulico es, que la pérdida de carga por fricción (h_f) sea despreciable comparada con las pérdidas de carga localizadas.

Al chorro que sale de un orificio se le llama **vena-líquida**, su trayectoria es parabólica, como la de todo cuerpo animado por una velocidad inicial.

5.4. Orificios pequeños en pared delgada.

5.4.1. Determinación de la ecuación general de gasto.

Experimentalmente se constata que los filetes líquidos tocan el contorno del orificio y continúan convergiendo después de pasar por el mismo, hasta una sección σ, en la cual el chorro tiene un área sensiblemente menor que la del orificio. Esta sección σ, en la cual el chorro tiene un área sensiblemente menor que la del orificio. Esta sección σ es denominada sección contraída $A_\sigma = C_c A$)

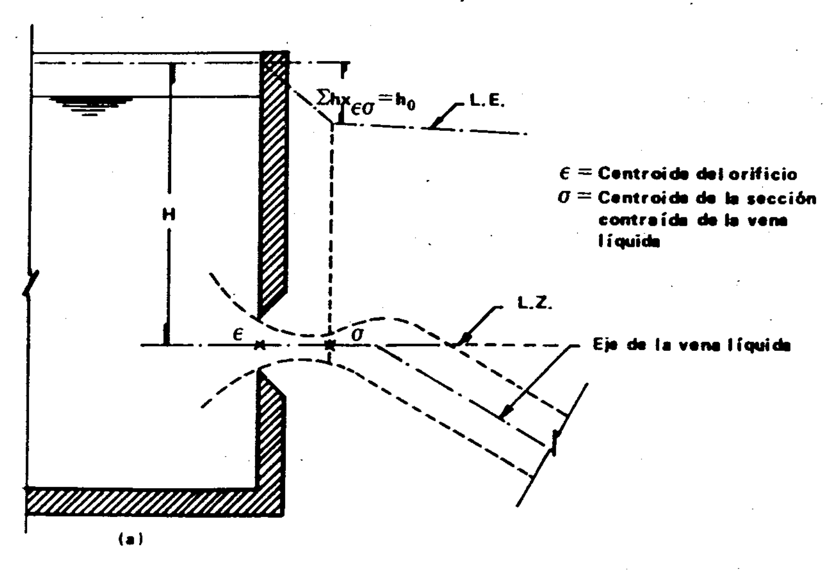


Figura V.4. Circulación del agua a través de un orificio de pared delgada.

(b)

Figura V.4. Circulación del agua a través de un orificio de pared delgada.

Si se aplica el teorema de Bernoulli entre ε y σ y ubicando el plano z (L.Z) en $\overline{\varepsilon\sigma}$, se tiene, de la fórmula IV. 8.

$$H_\varepsilon = H_\sigma + \Sigma hx_{\,\varepsilon-\sigma}$$

$$H\varepsilon = hz\sigma + hp\sigma + hv\sigma + h_0$$

Como:

$$hz_\sigma = 0 \quad \text{por estar LZ en nivel} \quad \overline{\varepsilon\sigma}$$

Pero:

$hv_\sigma = \dfrac{v\sigma^2}{2g}$ y $H_\varepsilon - hp_\sigma = H$ **(según la figura)**, en teoría hidráulica se acostumbra llamarle carga del orificio.

Entonces:

$$\frac{v\sigma^2}{2g} = H - ho, \quad por\ lo\ que \quad v_\sigma = \sqrt{2g(H - ho)}$$

Cuando no haya pérdidas de carga entre ε y σ $(\Sigma h_{x_\varepsilon - \sigma})$ o sea que ho = 0, se tiene:

$$v_\sigma = \sqrt{2 g H} \quad (V.1)$$

ECUACION DE TORRICELLI

Esto solamente se presenta en condiciones ideales o sea que es una velocidad teórica. Para situaciones reales $h_o > o$, o sea que se introduce un coeficiente de reducción de velocidad (C_v), siempre menor que la unidad, quedando la ecuación (V.1) así:

$$v_\sigma = C_v \sqrt{2 g H} \qquad C_v < 1 \quad (V.2)$$

Ahora bien, el área en la sección contraída, es:

$$A_\sigma = C_c A_\varepsilon = C_c A \qquad C_c \leq 1 \quad (V.3)$$

En la que:

C_c = Coeficiente de contracción, menor o igual a 1.

El gasto, es:

$$Q_\sigma = A_\sigma v_\sigma = C_c \; A \; C_v \sqrt{2 g H} = C_c \; C_v \; A \sqrt{2 g H}$$

Como:

$Q_\varepsilon = Q_\sigma = Q$, y $C_c C_v = C$, se tiene que:

$$Q = C A \sqrt{2 g H} \quad (V.4)$$

FORMULA GENERAL DEL GASTO EN ORIFICIO.

En la que:

Q = Gasto o caudal del orificio, en m^3/seg

H = Carga del orificio, (o tubo corto), es el densnivel entre la LE aguas arriba y la LP aguas abajo del orificio (o tubo corto), en m.

C = Coeficiente de descarga o gasto adimensional.

$C = C_v C_c$

Donde:

C_v = Coeficiente de velocidad, adimensional; C_c = Coeficiente de contracción, adimensional.

A = Area de la sección del orificio (tubo corto), en m^2

g = Aceleración de la gravedad, para fines prácticos se tomará como 9.81 m/seg^2

Si se hace un análisis semejante para todas las alternativas de orificios pequeños se concluye que la fórmula (V.4) es general para todos los casos; ya sea que haya o no velocidad de llegada; que sea de descarga libre o descarga ahogada y presente pared delgada o gruesa.

5.4.2 Coeficiente de descarga o gasto (C).

El coeficiente de descarga o gasto ($C = C_v C_c$), está en función del tamaño, forma, perfil, localización y carga del orificio. Los coeficientes (C, C_v y C_c) se determinan experimentalmente en el laboratorio de Hidráulica.

Cabe indicar respecto a los coeficientes de gasto (C) en orificios y tubos cortos, que estos vienen tabulados en textos y manuales de Hidráulica o en la información impresa del fabricante; el proyectista o analista debe asimilar el caso que maneja o estudia con los tabuladores, tomando el coeficiente (C) que más se acerque a sus condiciones, con criterio y buen juicio. Es obvio que los coeficientes (C), determinados en Laboratorio de Hidráulica o Ingeniería experimental no cubren toda la amplia gama de casos que en la práctica pueden presentarse.

Como normas generales pueden señalarse: que mientras más se acerque el orificio al piso o a las paredes laterales (plano) el coeficiente de descarga (C) aumenta.

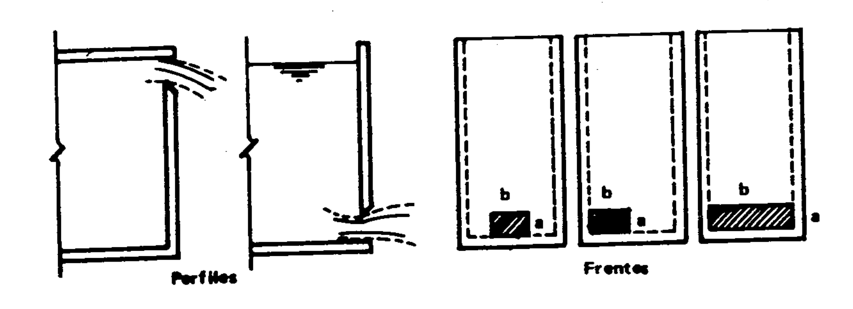


Figura V.5. Esquemas de orificios.

Mientras más se redondea la entrada hasta llegar a una entrada hidrodinámica, el valor del coeficiente de descarga o gasto, aumenta.

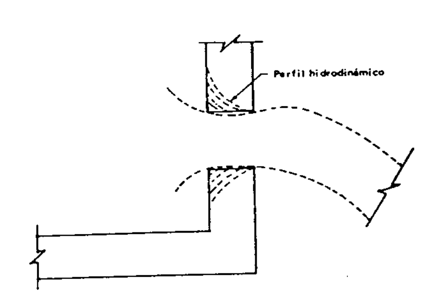


Figura V.6. Perfil hidrodinámico en orificios.

Para entrada con aristas vivas (a escuadra) y alejado de planos y piso (**3 ϕ cuando es circular ó 3 a 'dimensión menor del orificio' cuando es rectangular**), C vale 0.61 y para una entrada hidrodinámica (**acampanulada**) o sofisticada (**boquillas**) puede valer cerca de 1.

Russell (23), indica que para un tubo corto que tiene una longitud de 2.5 ó 3 veces su diámetro, el valor de C_v es aproximadamente de 0.82, variando algo con el diámetro y la carga y el de C_c es de 1.0.

Para determinar el coeficiente de gasto (C), se puede tomar un tanque en el que se mide la carga h (medida de la S.L.A. al centroide del orificio; se considera igual a H), y se deja circular el agua en un tiempo determinado, recogiendo el volumen escurrido en otro recipiente en donde se puede medir dicho volumen y que es el correspondiente al tiempo determinado.

Conociendo h se obtiene $\sqrt{2gh}$, y midiendo el diámetro del orificio se obtiene A, que al sustituir estos datos en la fórmula V.4 y despejándolo, se obtiene el coeficiente de gasto C:

$$C = \frac{Q}{A\sqrt{2gh}}$$

Este coeficiente C es el producto de los coeficientes de velocidad (C_v) y de contracción (C_c).

$$C = C_c C_v \qquad (V.5)$$

El coeficiente de contracción (C_c), se puede determinar, midiendo el diámetro de la sección contraída (con compás de puntas o con calibrador), para obtener el área (A_σ) de ésta, dividiéndola entre el área del orificio (A). Por lo cual de la fórmula V.3., se tiene:

$$C_c = \frac{A_\sigma}{A}$$

El coeficiente de velocidad (C_v), puede determinarse sustituyendo los dos coeficientes anteriores (el de gasto C y el de contracción C_c), en la fórmula V.5 teniéndose que:

$$C_v = \frac{C}{C_c}$$

O bien, se puede obtener directamente estudiando la forma que toma el chorro al salir del orificio, observándolo a partir de la sección contraída para adelante.

5.4.3. Trayectoria de la Vena Líquida.

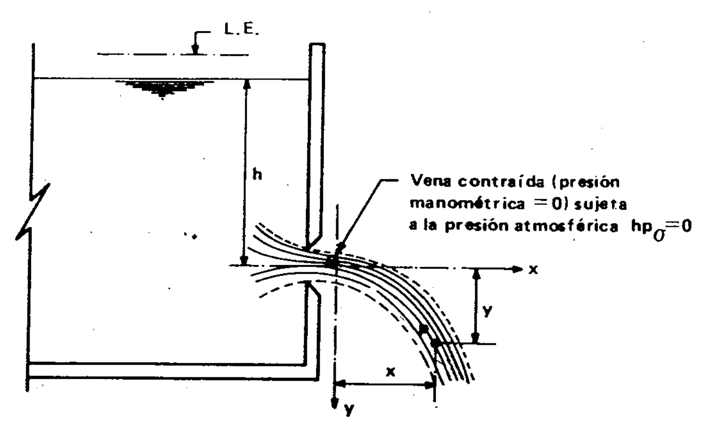


Figura V.7. Trayectoria esquemática de la vena líquida en un orificio (sin velocidad de llegada y descarga libre).

La Figura V.7 ilustra una **vena líquida** que se derrama por un orificio vertical bajo una carga h, la abscisa y la ordenada de un punto P, situado en la trayectoria del chorro, son respectivamente x e y.

$$H = LE_\varepsilon - LP_\sigma$$

Como es sin velocidad de llegada:

$hv_\varepsilon = 0$, por lo que: $LE_\varepsilon = LP_\varepsilon$

y con descarga libre:

$hp_\sigma = 0$, por lo que: $H = h$ = dif. de niveles entre SLA (LP_ε) y el centroide del orificio.

Si v es la velocidad en la sección contraída de la vena, al final del tiempo t, se tendrá un desplazamiento:

$$x = v\,t$$

Por la ley de caída de los cuerpos.

$$y = 1/2\, g\, t^2$$

Eliminando a t de estas dos ecuaciones, se tiene que:

$$y = \frac{g x^2}{2 v^2}$$

o en su otra expresión:

$$x^2 = \frac{2v^2}{g} y \qquad (V.6)$$

En la que:

x = desplazamiento horizontal de una partícula líquida, en m

v = velocidad media en la sección contraida (V_σ), en m/seg

y = desplazamiento vertical de la partícula líquida, en m

g = aceleración de la gravedad = 9.81 m/seg^2.

Las dos fórmulas anteriores son expresiones de una parábola con su vértice en el centroide de la sección contraida del orificio.

$$\text{Si} \quad v = C_v \sqrt{2 g H}$$

La ecuación (V.6) se puede escribir de la siguiente forma:

$$x^2 = 4\, C_v^2\, H\, y$$

De donde:

$$C_v = \frac{x}{\sqrt{4 y H}} \qquad (V.7)$$

En la que:

C_v = Coeficiente de velocidad en un orificio, adimensional.

x = Desplazamiento horizontal de una partícula líquida en m.

y = Desplazamiento vertical de la partícula líquida en m.

H = Carga del orificio, en m.

Como se observa, con esta fórmula se puede obtener directamente el valor de C_v, para lo cual se necesitan medir las coordenadas (x, y) de un punto cualquiera del chorro y la carga h.

5.4.4. Pérdida de carga en orificios (tubo corto).

De acuerdo con la Figura V.4.b se tiene:

$$H_\varepsilon = hp_\sigma + hv_\sigma + \Sigma hx_{\varepsilon - \sigma}$$

Pero:

$$H_\varepsilon = hp_\varepsilon + hv_\varepsilon \quad y \quad \Sigma hx_{\varepsilon - \sigma} = ho$$

$$ho = hp_\varepsilon + hv_\varepsilon - hp_\sigma - hv_\sigma$$

Pero:

$$hp_\varepsilon + hv_\varepsilon - hp_\sigma = H$$

$$ho = H - hv_\sigma = H - \frac{v_\sigma^2}{2g} = H - \frac{(C_v \sqrt{2 g H})^2}{2g}$$

$$ho = H - C_v^2 H = H(1 - C_v^2)$$

$$ho = H(1 - C_v^2) \qquad (V.8)$$

En la que:

ho = pérdida de carga en el orificio ($\Sigma hx_{\varepsilon - \sigma}$), en m

H = carga del orificio, en m

C_v = coeficiente de velocidad, adimensional

La pérdida de carga en función de la velocidad media (v_σ) en la sección contraída, es:

De la ecuación (V.2), se tiene:

$$H = \frac{1}{C_v^2} \frac{v_\sigma^2}{2g}$$

Sustituyendo en la ecuación (V.8), queda:

$$ho = \left(\frac{1}{C_v^2} \frac{v_\sigma^2}{2g}\right) (1 - C_v^2)$$

$$ho = \left(\frac{1}{Cv^2} - 1\right)\frac{V_\sigma^2}{2g} = ko\ \frac{V_\sigma^2}{2g}$$

$$ho = ko\ \frac{V_\sigma^2}{2g} \quad (V.9)$$

PERDIDA DE CARGA EN ORIFICIOS

Esta ecuación indica que la pérdida de energía es proporcional a la carga de velocidad media en la sección contraída. El coeficiente ko no tiene dimensiones y es función sólo del coeficiente de velocidad.

$$ko = \frac{1}{C_v^2} - 1$$

De esta ecuación se tiene también que:

$$C_v = \sqrt{\frac{1}{ko + 1}}$$

5.4.5. Ejemplos de orificios

1) Sobre una aplicación práctica de orificios.

Se tiene un cárcamo alimentado por una tubería proveniente de un vaso de almacenamiento, las aportaciones son controladas por medio de una válvula de compuerta; el objeto del cárcamo es bombear el agua para el riego de una determinada superficie más alta que el NAM del vaso. De acuerdo con la Figura V.8 y datos siguientes, obtener: a) el cadenamiento del sitio (Estación x), al cual llega el chorro, teniendo la válvula 100% abierta, a fin de ubicar la posición de la columna de succión de la bomba y evitar sea golpeada por la **vena líquida;** b) el gasto que permite pasar la válvula y c) la pérdida de carga por válvula (ho).

DATOS:

Válvula de compuerta 100% abiertas (C_v = 0.9 y C_c=0.8) con ϕ = 0.305m (12").

Elevación Máxima de la LE en ε = 147m (Entrada de la válvula).

Elevación σ = 139.848 m.

Elevación espejo dinámico en el cárcamo = 134.348m (nivel del agua al estar accionando el equipo de bombeo).

Elevación de la clave del tubo a la salida = 140 m.

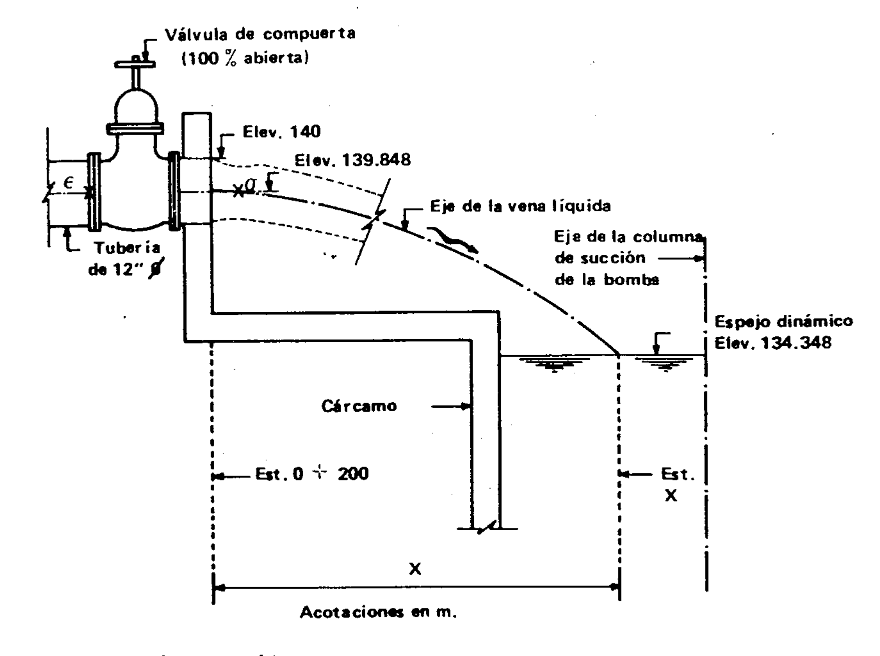


Figura V.8. Elevación esquemática.

Respuestas:

a). Estación x = 0 + 200 + x

De la fórmula (V.8):

$$C_v = \frac{x}{\sqrt{4yH}} \text{ de donde: } x = C_v\sqrt{4yH}$$

y = Elevación σ - Elevación Espejo dinámico en el cárcamo

y = 139.848 - 134.348 = 5.5

y = 5.50 m

$$H = \text{Elevación L.E}\varepsilon - \text{Elevación L.P}\sigma = 147 - 140 = 7.0$$

$$H = 7.0 \text{ m.}$$

Sustituyendo, se tiene:

$$x = 0.9\sqrt{4 \times 5.5 \times 7.0} = 11.1687$$

$$x = 11.169 \text{ m}$$

Estación x = 0 + 200 + 11.169 = 0 + 211.169 m.

Estación x = 211.169 m.

La determinación anterior para fines prácticos o técnicos es correcta ya que la sección contraída (σ) se presenta a una distancia muy corta de la boca de salida del tubo corto **(del orificio)**.

b). Gasto que permite pasar la válvula.

De acuerdo con la fórmula (V.4):

$$Q = C A \sqrt{2gH}$$

$$C = C_c C_v = 0.8 \times 0.9 = 0.72$$

$$C = 0.72$$

$$A = \frac{\pi}{4}\phi^2 = 0.785 \times 0.305^2 = 0.073$$

$$A = 0.073 \text{ m}^2$$

Sustituyendo:

$$Q = 0.72 \times 0.073\sqrt{2 \times 9.81 \times 7.0} = 0.0526 \times 11.719 =$$

$$Q = 0.6164 \text{ m}^3/\text{seg.}$$

c). Pérdida de carga en la válvula

De acuerdo con la fórmula (V.8)

$$ho = H(1 - C_v^2)$$

$$ho = 7.0\,(1 - 0.9^2)$$

$$ho = 1.33 \text{ m}$$

esto es, que la máxima elevación de la LE en σ es igual a (147 - 1.31) = 145.67 m

Respuestas:

Estación x = 0 + 211.17 m; Sitio donde llega la vena líquida

Q = 0.616 m^3/seg; Gasto que permite pasar la válvula

ho = 1.33 m; Pérdida de carga por válvula

2) Ejemplo sobre aspersoras de riego

Se tiene un aspersor de 3/8" (0.9520 cm) de diámetro con un coeficiente de gasto C = 0.69, colocado a 3.0 m del terreno que riega, (Figura V.9), al estar funcionando moja un área circular de 23 m de radio, se desea saber:

a) Qué presión registra en su base (entrada), al aspersor y,

b) En qué tiempo aplica una lámina de agua de 12.5 cm y qué gasto proporciona cada aspersor.

DATOS:

Elevación TN = 50.00 m

Elevación σ = 53.00 m

x = 23.0 m

y = 3.0 m

ϕasp = 0.0095m (3/8")

r_m = 23.0 m

C_v = 0.69

C_c = 1.0

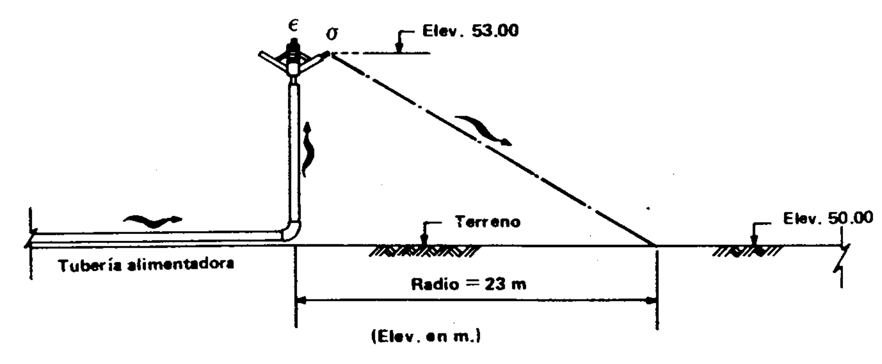


Figura V.9. Elevación en m del problema sobre aspersores.

Solución:

a). Presión en la base del aspersor (Entrada - ε -).

La carga total en la entrada del orificio, ubicando L.z. en ese nivel.

$$H_\varepsilon = hp_\varepsilon + hv_\varepsilon$$

$$hp_\varepsilon = h_\varepsilon - h_{v\varepsilon} \qquad (1)$$

De la fórmula (V.7).

$$Cv = \frac{x}{\sqrt{4yH}}$$

de donde:

$$H = \frac{x^2}{4y\,C_v^2} = \frac{23.0^2}{4x\,3.0\,x\,0.69^2} = 92.593$$

$$H = 92.59 \text{ m} \qquad (2)$$

Carga de orificio

$$h_v = \frac{v_\varepsilon^2}{2g};\ v_\varepsilon = \frac{Q}{A_\varepsilon};\ v\sigma = \frac{Q}{A_\sigma};\ A\sigma = C_c A_\varepsilon,\ A_\varepsilon = \frac{A_\sigma}{Cc}$$

De la fórmula (V.4):

$$Q = CA\sqrt{2gH};\ \frac{Q}{A} = v = v_\varepsilon = C\sqrt{2gH} = C_c\ C_v\sqrt{2gH}$$

$$V_\varepsilon = 0.69\sqrt{2x\,9.81\,x\,92.59} = 24.409$$

$$v_\varepsilon = 29.41 \text{ m/seg}$$

$$hv_\varepsilon = \frac{29.41^2}{2\,x\,9.81} = 44.09 \text{ m};\ hv_\varepsilon = 44.09 \text{ m} \qquad (3)$$

Sustituyendo (2) y (3) en (1):

$$hp_\varepsilon = 92.59 - 44.09 = 48.5;\ hp_\varepsilon = 48.5 \text{ m}$$

$hp_\varepsilon = \frac{P\varepsilon}{\omega}$, por lo que la presión en la entrada del aspersor, es:

$$P_\varepsilon = \omega\ hp_\varepsilon = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ x } 48.50 \text{ m}$$

$$P_\varepsilon = 48{,}500 \text{ kg/m}^2 = 4.85 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_\varepsilon = 4.85 \text{ kg/cm}^2$$

y según la Tabla I.2 para convertir a lb/pulg^2 (p.s.i.):

$$P_\varepsilon = 4.85 \text{ x } 14.223 = 68.98 \text{ lb/pulg}^2$$

$$P_\varepsilon = 69 \text{ p.s.i.}$$

b). Tiempo de aplicación de una lámina de riego (L.r) de 5 cm.

Volumen de agua aplicada por un aspersor = Q t = $a_r L_r$

$$= \phi r_m^2 x\ 0.05 = 3.1416\,x\ 23^2 x\ 0.05 = 83.1\ m^3$$

Volumen de agua aplicada por un aspersor: V = 83.1 m^3

$$Q = \frac{V}{t},\ t = \frac{V}{Q} = \frac{V}{CA\sqrt{2gH}} = \frac{V}{C_v C_c \frac{\pi}{4}\phi^2\sqrt{2gH}}$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$t = \frac{83.1}{0.69\,x\,0.785\,x\,0.00952^2\sqrt{2\,x\,9.81\,x\,92.59}} = \frac{208}{0.00209}$$

$$t = 39\,761 \text{ seg}$$

$$t = 11 \text{ horas } 2 \text{ min } 41 \text{ seg}$$

Aparte se puede determinar el gasto del aspersor:

$$Q = A\,v_\varepsilon = \pi/4 \text{ x } 0.00952^2 \text{ x } 29.41 = 0.00209 \text{ m}^3\text{/seg}$$

$$= 2.09 \text{ l/seg}$$

$$Q = 125.4 \text{ l/min}$$

Respuestas:

Presión en la base del aspersor: P_ε = 69 psi.

Tiempo de aplicación una L_r = 5 cm: t = 11 horas 2 min 41 seg

Gasto del aspersor: Q = 125 l /min

3) Ejemplo sobre riego parcelario con sifones portátiles

Se tiene una melga de cultivo de 10 m x 1000 m que se desea regar con sifones portátiles de P.V.C. de 3" ϕ (0.0762 m), con el coeficiente de gasto C = 0.60, colocado en la regadera; de acuerdo con el esquema y datos siguientes, determinar el número de sifones de riego en paralelo, necesarios para aplicar una lámina de 0.10 m en un tiempo de 1 hora.

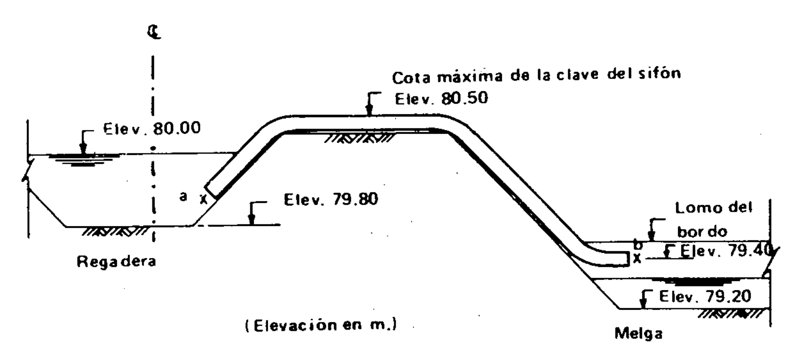


Figura V.10 Elevación esquemática de sifón de riego.

DATOS:

Regadera.

Elevación SLA = 80 m

Elevación rasante = 79.50 m

Sifón

Portátil de PVC ϕ = 0.0762 m (3"); C = 0.60

Cota máxima de la clave = 80.50 m

Elevación de la descarga (Elevación b) = 79.75 m

Melga de cultivo:

Dimensiones: 10 m x 100 m

Lámina de riego por aplicar: L_r = 0.10 m

Tiempo de riego: t = 1 hora

Entendido el problema a través de esquemas, datos e incógnitas, se ligarán estas últimas mediante ecuaciones con los datos.

Si se analiza el problema, se trata de un tubo corto sin velocidad de llegada (al estar el sifón normal al eje del canal, en cuya dirección la componente de la velocidad media en el canal es cero), y descarga libre (al aire). Una vez cebado el sifón mediante método manual directo, se inicia el flujo de la regadera a la melga. La condición consiste en que el desnivel entre la cota máxima de la clave del sifón y el espejo del agua (SLA), en la regadera sea menor que la altura equivalente a la presión atmosférica local (no puede haber vacío absoluto mayor) y en que el tubo corto disponga de la carga suficiente para compensar la pérdida que se presenta en el sifón (la elevación *b* debe estar a menor cota que la SLA, en la regadera).

Cada sifón dará un gasto q, para satisfacer la necesidad de riego solicitada se requieren de N sifones, o sea que:

$$N\,q = \frac{V}{t}$$

Donde esta fórmula:

N = Número de sifones de riego necesarios

q = Gasto de cada sifón en m^3/seg

V = Volumen de agua por aplicar en m^3

t = Tiempo de riego en segundos = 1x3600 = 3600 seg

V = Ancho (m)x longitud (m)x L_r (m) =

= 10 x 100 x 0.1 = 100 m^3

$$q = C\,A\sqrt{2g\,H} = C\,\frac{\pi}{4}\,\phi^2\sqrt{2\,g\,(Elev.\ SLA_{reg} - Elev.\ b)}$$

Sustituyendo datos, se tiene:

$$q = 0.60 \times 0.785 \times 0.0762^2 \times 4.43\sqrt{Elev.\ 80 - Elev.\ 79.75}$$

$$= 0.121\sqrt{0.25} = 0.00606\ m^3/seg$$

q = 6.06 lps cada sifón

El número total de sifones necesarios para aplicar la lámina de riego en el tiempo especificado, es:

$$N = \frac{V}{t\,q} = \frac{100}{3600 \times 0.00606} = 4.58 \approx 5$$

N = 5 sifones.

Respuesta:

Para aplicar los 0.10 m en 1 hora se necesitan

5 = sifones.

4) Ejemplo sobre orificios en general.

El líquido de la Figura V.11 es agua. La presión de gas (P_a) es 0.55 kg/cm^2 y de p_b es de -0.05 kg/cm^2. El orificio es de 0.152 m (6") de diámetro, con C_v = 0.95 y Cc = 0.65. Determinar la velocidad en el chorro, así como el gasto cuando h = 2.5 m y la pérdida de carga producida por el orificio.

Datos.

ω = 1 ton/m^3

hp_ε = 2.5 m

Pa = 0.55 kg/mc^2 = 5.5 ton/m^2

Pb = -0.05 kg/cm^2 = -0.5 ton/m^2

ϕ = 0.152 m (6")

Cv = 0.95

Cc = 0.65

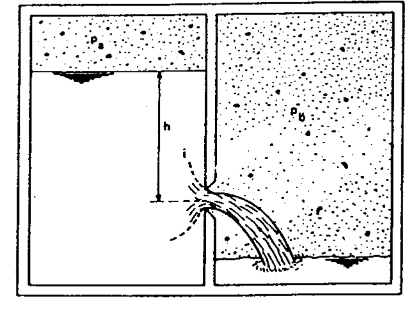


Figura V.11. Orificio de descarga libre sujeto a presiones diferentes a la atmosférica.

a) Determinación de la velocidad del chorro (Sección contraída)

$$V_\sigma = C_v\sqrt{2\,g\,H} = 0.95 \times 4.43\sqrt{H}$$

$$V_\sigma = 4.21\sqrt{4} \qquad (1)$$

De acuerdo a la definición de carga de orificio y según la Figura V. 4, se tiene:

$$H = H_\varepsilon - hp'_\sigma = hv_\varepsilon + hp'_\varepsilon - hp'_\sigma \qquad (2)$$

Por otro lado, según la Figura V.11.

$$h'p_\varepsilon = \frac{p_\varepsilon}{\omega} + \frac{p\,a}{\omega} = hp_\varepsilon + \frac{p\,a}{\omega}$$

$$h'\,p_\sigma = \frac{p\,\sigma}{\omega} + \frac{p\,b}{\omega} = hp_\sigma + \frac{p\,b}{\omega}$$

Sustituyendo las anteriores expresiones en la ecuación (2):

$$H = hv_\varepsilon + hp_\varepsilon - hp_\sigma + \frac{pa - pb}{\omega}$$

hv_ε = 0 por no tener velocidad de llegada

hp_ε = 2.5 m

A_σ = Cc A = 0.65 x 0.785 x 0.152^2 = 0.0119

$$\phi_\sigma = \sqrt{\frac{A\,\sigma}{0.785}} = \sqrt{\frac{0.0119}{0.785}} = 0.1229\,m$$

$$h\,p_\sigma = \frac{\phi\,\sigma}{2} = \frac{0.1229}{2} = 0.0614\,m$$

Sustituyendo se tiene:

$$H = 2.5 - 0.0614 + \frac{5.5-(-0.5)}{1.0} = 8.439$$

H = 8.44 m

Sustituyendo en la ecuación (1):

$V_\sigma = 4.21\sqrt{8.44} = 12.231$

V_σ = 12.23 m/seg

b) Determinación del gasto

$$Q = C\,A\sqrt{2\,g\,H} = 0.95 \times 0.65 \times \frac{\pi}{4} \times \phi^2 \times \sqrt{2\,g}\,\sqrt{H}$$

$$= 0.6175 \times 0.785\,(0.152)^2 \times 4.43\,\sqrt{8.44} = 0.145$$

Q = 0.145 m^3/seg

c) Determinación de la pérdida de carga

$$h_o = H(1-C_v^2) = 8.44(1-0.952) = 0.8229$$

$$ho = 0.823 \text{ m}$$

Respuestas:

Velocidad del chorro:	$V_\sigma = 12.23$ m/seg
Gasto del orificio:	$Q = 0.145$ m^3/seg
Pérdida de carga:	$ho = 0.823$ m

5.5 Problemas.

5.5.1 En la Figura V. 11 se representan dos depósitos grandes con un orificio en la pared divisoria. El orificio tiene un diámetro de 3.8 cm y está redondeado de modo que $C_c = 1.0$ y $Cv = 0.98$. Las presiones p_a y p_b son atmosféricas. El líquido es aceite con $h = 4.60$ m. Determínense la velocidad teórica en el chorro, la velocidad real y la descarga.

Solución: $V_t = 9.48$ m/seg; $V_r = 9.29$ m/seg; $Q = 0.011$ m^3/seg

5.5.2 El orificio de la Figura V. 11 es de 7.62 cm (3") de diámetro y de bordes agudos, con $C_c = 0.63$ y $C_v = 0.97$. Las presiones p_a y p_b son atmosféricas. El líquido es agua con $h = 5.50$ m. Determínense el diámetro del chorro, la velocidad real del chorro y la descarga.

Solución: $D_\sigma = 6.05$ cm; $V_r = 10.05$ m/seg; $Q = 0.029$ m^3/seg

5.5.3 El líquido en la Figura V.11, tiene una gravedad específica $S = 2.8$. La presión manométrica $p_a = 0.905$ kg/cm^2 y p_b es atmósferica. El diámetro del orificio es 5.1 cm (2") y $C = Cv = 0.95$. Con $h = 1.83$ m, determínense la descarga y la pérdida de carga en el orificio.

Solución: $Q = 0.019$ m^3/seg; $h_0 = 0.491$ m

5.5.4 En el problema 5.5.3, al mantener la carga de líquido h a 1.83 m. ¿A qué presión en k/cm^2 se debe elevar pa para duplicar la descarga?

Solución. $p_a = 4.97$ kg/cm^2

5.5.5 El orificio de la Figura V.11 es de 7.62 cm (3") de lado con un coeficiente de descarga de 0.62. El líquido es aceite con una gravedad específica $S = 0.85$. Si $p_a = p_b$ ¿Qué carga h se necesitará sobre el centro del orificio para descargar 42.5 l.p.s.?

Solución: $h = 7.10$ m

5.5.6 El líquido de la Figura V.11 tiene una gravedad específica de 1.6. La presión de gas p_a es de 0.48 kg/cm^2 y p_b es de -0.182 kg/cm^2. El orificio tiene 0.127 m (5") de diámetro con $C = C_v = 0.95$. Determínense la velocidad en el chorro y la descarga cuando $h = 1.50$ m.

Solución: $V_\sigma = 9.93$ m/seg; $Q = 0.126$ m^3/seg.

5.5.7 Un líquido con una gravedad específica de 1.57 descarga libremente a la atmósfera desde un orificio situado en la pared de un depósito. Si la presión absoluta en un punto del depósito, sobre el mismo plano horizontal que el orificio pero al lado de él, es de 3.520 kg/cm^2, calcular la velocidad ideal del chorro.

Solución: $v_\sigma = 21$ m/seg

5.5.8 Un orificio de pared delgada, ubicado en el lado vertical de un tanque, descarga 1.5 m^3 de agua en 48.5 seg bajo una carga de 7 m hasta su centro de gravedad. Determinar la caída que experimenta el chorro después de recorrer una distancia horizontal de 5.75 m (ambas medidas desde el centro de gravedad de la sección contraída), así como la pérdida de carga hasta la sección contraída.

Solución: $y = 1.25$ m; $h_0 = 0.414$ m

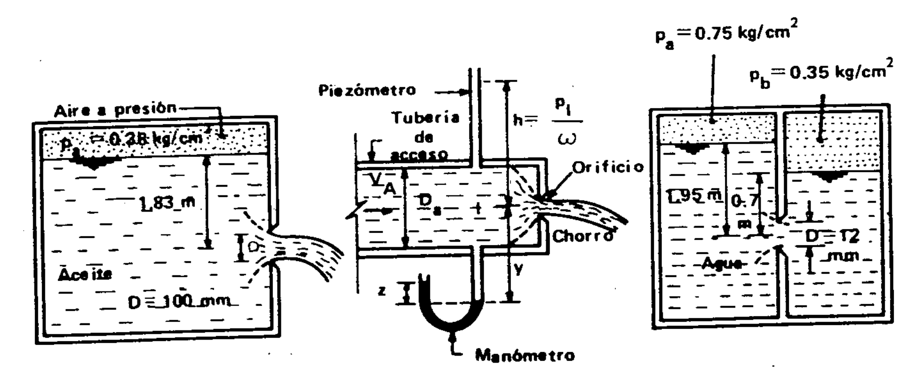


Figura A. del problema 5.5.9

Figura B. del problema 5.5.10 y 5.5.11

Figura C. del problema 5.5.12

5.5.9 Determinar el gasto de aceite (S = 0.83) que descarga el orificio circular de pared delgada cuyo coeficiente de gasto C = 0.61 y que se muestra en la Figura A.

Solución: $Q = 0.054\ m^3/seg.$

5.5.10 El orificio de la Figura B tiene 7.62 cm (3") de diámetro, con bordes agudos y con $C_c = 0.63$ y $C_v = 0.97$. El diámetro de la tubería de acceso (D_a) es de 0.203 m (8"). El líquido es agua y se levanta a una altura h de 2.5 m en el piezómetro. Calcúlese el gasto, el diámetro del chorro, la velocidad media en el chorro y la pérdida de carga.

Solución: $Q = 0.019 m^3/seg$; $D_\sigma = 6.05$ cm;
$v_\sigma = 6.78 m/seg$; $h_0 = 0.147$ m.

5.5.11 El líquido de la Figura B es aceite (S = 0.82) y es descargado desde la tubería de 0.305 m (12"), a través de un orificio redondeado de 0.152 m (6"), con $C_c = 1.00$ y $C_v = 0.97$. El tubo en U contiene mercurio con una diferencia Z en los niveles de mercurio de 19.5 cm, mientras que la altura y = 0.78 m. Calcúlese Q.

Solución: $Q = 0.116 m^3/seg$

5.5.12 Calcular el gasto del orificio circular trabajando con descarga ahogada con un coeficiente de gasto C = 0.61 y que muestra en la Figura C.

Solución: Q = 0.7 l.p.s.

5.5.13 El chorro de salida de un orificio circular de 1.3 cm de diámetro ubicado en un muro vertical, con una carga de 5.50 m, pega en un punto distante horizontalmente 1.53 m y verticalmente 0.12 m del centroide de la sección contraída. La descarga es de 450 litros en un tiempo de 569 seg. Calcular los coeficientes: de gasto, de velocidad y de contracción.

Solución: C = 0.57; $C_v = 0.94$; $C_c = 0.61$

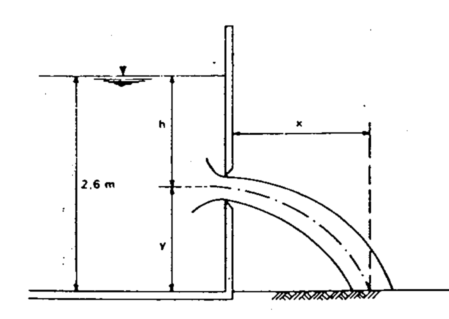


Figura D. Orificio de un tanque.

5.5.14 Un orificio de pared delgada de 20 mm de diámetro, con una carga de 6.8 m ubicado en la pared vertical de un depósito, descargando un gasto de 225 l.p.s. de agua. Para sostener una pantalla vertical frente al chorro se necesita una fuerza de 257 kg. Calcular C_v, C_c y C.

Solución: $C_v = 0.78$; $C_c = 0.8$; C = 0.62.

5.5.15. En una de las paredes de un tanque de 2.6 m de altura, se tiene un orificio a una profundidad h desde la SLA. Encontrar el valor de h con el cual el chorro manifieste el máximo alcance X, según se muestra en la Figura D.

Solución: h = 1.3m

5.5.16 Si la velocidad real o efectiva del agua que pasa por un orificio con una carga de 2.44 m es de 6.73m/seg.

¿Cuál es la pérdida de carga que se tiene?

Solución: $h_0 = 0.152$m

5.6 Orificios de contracción incompleta.

Se puede hablar de dos tipos de contracción incompleta en un orificio:

a). Cuando las paredes o el fondo del recipiente se encuentran a distancias inferiores a 3 ϕ **del orificio** o bien a 3a (a, **dimensión menor en orificio rectangular**), se dice que la contracción en el orificio es parcialmente suprimida.

b). Si se llega al caso extremo en que una de las fronteras (**planas** o **fondo**), del recipiente coincida con una arista del orificio, se dice que la contracción es suprimida en esa arista; en tal caso el orificio se apoya sobre la pared o piso del recipiente.

En cualquiera de las condiciones anteriores, deben corregirse los valores para contracción completa (cuando el orificio este alejado una distancia igual o mayor a 3ϕ ó 3a de plano y piso), según corresponda.

En el primer caso inciso a, de contracción parcialmente suprimida, se puede utilizar la siguiente ecuación empírica para calcular el coeficiente de gasto corregido, a saber:

$$C' = C\left[1 + 0.641\left(\frac{A}{A_p}\right)^2\right] \quad \text{(V.10)}$$

En la que:

C' = Coeficiente de descarga o gasto corregido por contracción parcialmente suprimida, adimensional.

C = Coeficiente de gasto para contracción completa, adimensional.

A = Area del orificio, en m^2

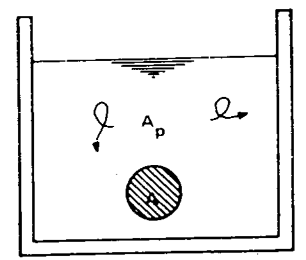


Figura V.12. Esquema frontal de orificio circular.

Ap = Area de la pared del recipiente donde se localiza el orificio y se encuentra en contacto con el agua, en m^2.

Para el caso de contracción suprimida inciso b, el coeficiente de descarga corregido (C"), se calcula de la siguiente manera:

Para orificios rectangulares:

$$C'' = C\,(1 + 0.15\,k) \qquad (V.11)$$

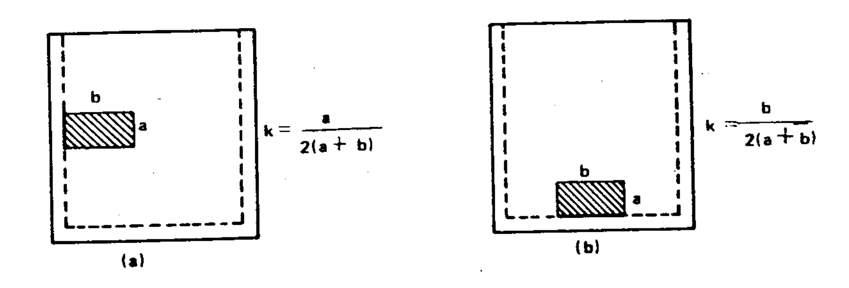
Donde:

C" = Coeficiente de descarga corregido por contracción suprimida, adimensional.

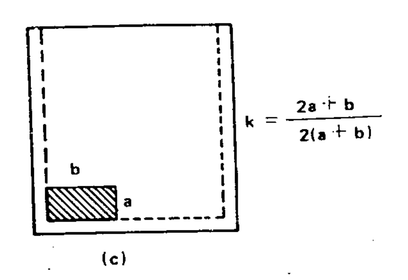
C = Coeficiente de gasto para contracción completa, adimensional.

k = Factor adimensional:

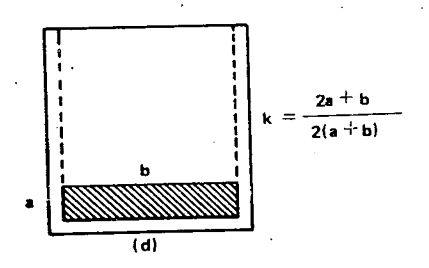
$$\left(= \frac{\textit{Perímetro de la parte donde se suprime la contracción}}{\textit{Perímetro total del orificio}} \right)$$



Orificios junto a una pared lateral o junto al fondo (k = 0.25, a = b).



Orificios junto a un plano y al fondo (k = 0.5).



Orificios junto al fondo y a dos paredes laterales (k = 0.75).

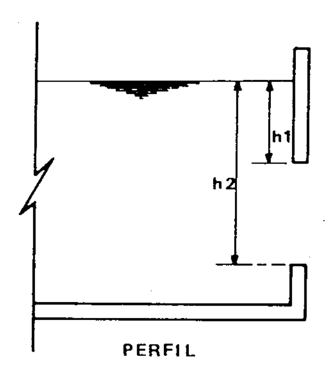
Figura IV.13. Alternativas de orificios rectangulares con contracción suprimida en una o más aristas.

Para orificios circulares:

$$C'' = C\,(1 + 0.13\,k) \qquad (V.12)$$

5.7 Orificios de grandes dimensiones.

En la determinación de la ecuación general del gasto en un orificio, se ha supuesto que era suficientemente pequeño, comparado con la carga, para que todos los puntos de éste pudieran considerarse con igual carga y velocidad media todas sus partículas; sin embargo, puede suceder que las dimensiones del orificio ya no resulten pequeñas comparadas con la carga, y entonces se dirá que se tiene un orificio de dimensiones grandes **(dimensión vertical mayor a un tercio de la profundidad)**, siendo importante considerar en este caso, la carga en los diferentes puntos del orificio, o sea que la carga es variable de faja a faja.



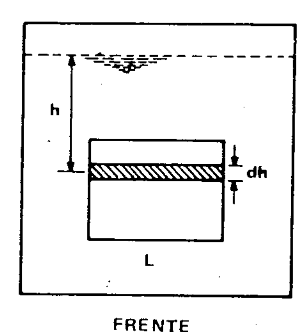


Figura V.14. Esquema de un orificio de grandes dimensiones.

Para el estudio de un orificio de grandes dimensiones, supóngase uno rectangular practicado en pared delgada, como se observa en la Figura V.13. Para calcular el gasto, se descompone el orificio en una serie de orificios infinitamente pequeños de carga constante. Se supone una faja horizontal infinitamente pequeña Ldh, con carga constante h, en toda su longitud L y se tiene que el gasto que escurre por este orificio, de acuerdo con la Fórmula (V.4), es:

$$d\,Q = C\,dA\sqrt{2g\,h} = C\,L\,dh\sqrt{2g\,h}$$

La descarga para todo el orificio es obtenida integrando esta expresión entre los límites h_1 y h_2 **(cargas correspondientes al tope y a la base del orificio).**

$$Q = \int_{h_1}^{h_2} C\,L\,dh\,\sqrt{2g\,h} = C\,L\,\sqrt{2g}\int_{h_1}^{h_2} h^{1/2}\,dh = \frac{2}{3}C\,L\,\sqrt{2g}\,\left[h^{3/2}\right]_{h_1}^{h_2}$$

$$Q = \frac{2}{3}C\,L\,\sqrt{2g}\,\left(h_2^{\,3/2} - h_1^{\,3/2}\right) \qquad (V.13)$$

Esta fórmula tiene importancia porque es la base para el cálculo del gasto en vertedores.

Sustituyendo el valor de $L = \dfrac{A}{h_2 - h_1}$, se obtiene:

$$Q = \frac{2}{3}C\,A\,\sqrt{2g}\,\left(\frac{h_2^{\,3/2} - h_1^{\,3/2}}{h_2 - h_1}\right) \qquad (V.14)$$

FORMULA DEL GASTO EN ORIFICIOS DE DIMENSIONES GRANDES

en la que:

Q = Descarga o gasto del orificio de grandes dimensiones (L y h_2 - h_1), en m^3/seg.

C = Coeficiente de descarga o gasto, adimensional.

A = Area del orificio $\left[= L\,(h_2 - h_1)\right]$, en m^2.

h_1 = Carga correspondiente a la clave del orificio, en m.

h_2 = Carga correspondiente a la base del orificio, en m.

5.8 Orificios con descarga sumergida.

Hasta aquí se ha estudiado el escurrimiento en orificios que descargan directamente al aire, vaciando el agua a un depósito o canal. Cuando el orificio descarga a otro tanque cuyo nivel está por arriba de la clave (canto superior) del orificio, se dice que la descarga es ahogada. El ahogamiento puede ser total o parcial.

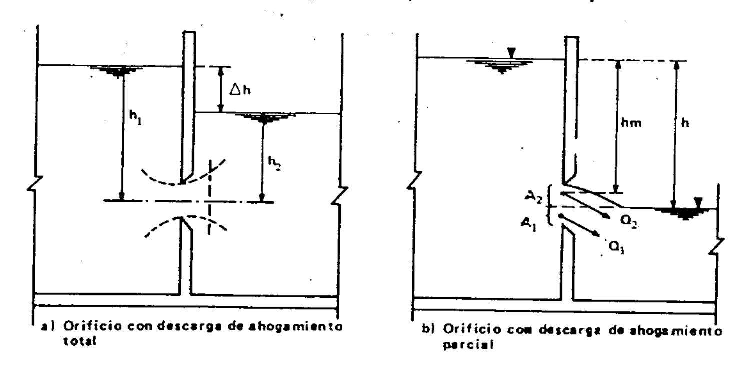


Figura V.15. Orificios con descarga sumergida.

En el caso de descarga con ahogamiento total se puede derivar una ecuación análoga a la general (V.4), teniéndose:

$$Q = C\,A\,\sqrt{2\,g\,(h_1 - h_2)}$$

Quedando:

$$Q = C\,A\,\sqrt{2\,g\,\Delta h} \qquad (V.15)$$

El significado de las literales es el mismo que la ecuación V.4, con excepción de la carga, que es:

Δh = Carga del orificio con descarga ahogada totalmente, representada por la diferencia de niveles de la S.L.A. (L.P.), entre los dos recipientes cuando no hay

velocidad de llegada; en caso contrario queda idéntica a la H de la fórmula V.4, en metros.

Se recomienda utilizar el mismo coeficiente de descarga o gasto (C), que el de orificio con descarga libre.

Cuando el ahogamiento es parcial, como el de la Figura IV. 14 (a), el gasto total descargado por el orificio se puede expresar como la suma de Q_1 y Q_2, donde Q_1 es el gasto correspondiente a la porción del orificio con descarga, es decir:

$$Q_1 = C_1 A_1 \sqrt{2gh}$$

Recíprocamente, Q_2 es el gasto de la porción del orificio con descarga libre.

$$Q_2 = C_2 A_2 \sqrt{2gh_m}$$

En el estado actual de nuestros conocimientos, la elección de los valores C_1 y C_2 se complica en virtud de que las dos venas líquidas se guían mútuamente. Para el caso de orificios parcialmente ahogados, se puede tomar $C_1 = 0.7$ y $C_2 \doteq 0.675$ (Según Schlag -24-).

5.9 Orificios bajo carga variable.

En todos los casos mencionados se ha considerado que permanece constante la carga con la que funciona el orificio. Sin embargo, puede estudiarse el caso cuando ésta varíe, es decir que el nivel de la superficie libre del depósito cambie según ocurra el vaciado del depósito a través del orificio. Para esto debe considerarse un recipiente prismático que se vacía a través de un orificio localizado en el fondo.

Se supone que el recipiente tiene una superficie horizontal a_r muy grande, en comparación con el área A del orificio, y equivale a que la velocidad de descanso del

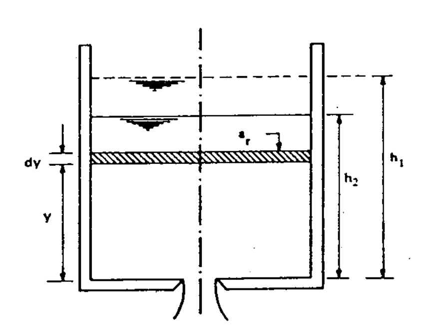


Figura V.16. Vaciado de un depósito.

nivel de agua en el recipiente ($v = Q/a_r$) sea despreciable (Q es el gasto del orificio en un instante).

El gasto en cualquier instante t, es:

$$Q = CA\sqrt{2gy}$$

Un elemento de volumen $a_r\,dy$ se vacía en un intervalo.

$$dt = \frac{a_r\,dy}{CA\sqrt{2gy}} \qquad \text{(V.16)}$$

Siendo T el tiempo total de vaciado, para cuando el área del recipiente es variable ($a_r = f(y)$), se tiene:

$$T = \frac{1}{CA\sqrt{2g}} \int_0^{h_1} a_r \frac{dy}{\sqrt{y}} \qquad \text{(V.17)}$$

En este caso el área del recipiente (a_r) está en función de y.

Para cuando a_r es constante como en la Figura V.16, el tiempo total de vaciado, partiendo de la expresión V.16, es:

$$T = \frac{a_r}{CA}\frac{1}{\sqrt{2g}}\int_0^{h_1}\frac{dy}{\sqrt{y}} = \frac{a_r}{CA}\frac{2}{\sqrt{2g}}\sqrt{h_1}$$

$$T = \frac{2a_r}{CA\sqrt{2g}}\sqrt{h_1}$$

Multiplicando y dividiendo por $\sqrt{h_1}$

$$T = \frac{2ar}{CA}\frac{h_1}{\sqrt{2gh_1}}$$

donde:

$a_r h_1 = Vr$ (Volumen del recipiente)

$CA\sqrt{2gh_1} = Q_1$ (gasto del orificio con una carga h_1 -inicio del vaciado-)

$$T = \frac{2Vr}{Q_1} \qquad \text{(V.18)}$$

Siendo ésta la expresión del tiempo total de vaciado de un recipiente de área horizontal constante.

Cuando se tiene un vaciado parcial del recipiente, esto es, cuando pasa de un nivel h_1 a un nivel h_2, el tiempo de vaciado será t_2, en el caso de un recipiente de área horizontal variable, se tiene:

$$t_2 = \frac{1}{C A \sqrt{2 g}} \int_{h_2}^{h_1} a_r \frac{dy}{\sqrt{y}}$$

igualmente se requiere ubicar a a_r en función de y para resolver la expresión V.19. Cuando se tiene el área a_r constante, el tiempo parcial de viaciado del nivel h_1 a h_2, será:

$$t_2 = \frac{2 a_r}{C A \sqrt{2 g}} (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}) = 2 (\frac{V_r}{Q_1} - \frac{V_2}{Q_2})$$

Donde:

$$V_2 = a_r h_2 \text{ y } Q_2 = C A \sqrt{2 g h_2}$$

Si se desea conocer el tiempo que tarda en vaciarse del nivel h_1 al nivel h_2, se tiene que:

$$t_2 = \frac{a_r}{C A} \frac{1}{\sqrt{2 g}} \int_{h_2}^{h_1} \frac{dy}{\sqrt{y}} = \frac{a_r}{C A} \frac{2}{\sqrt{2 g}} (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2})$$

$$t_2 = \frac{2 a_r}{C A \sqrt{2 g}} (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2})$$

5.9.1 Vaciado entre dos recipientes.

El vaciado de un recipiente a otro (según la Figura V.17), es interesante en problemas de esclusas, en las cuales el descenso x en el nivel del recipiente (1) sig-

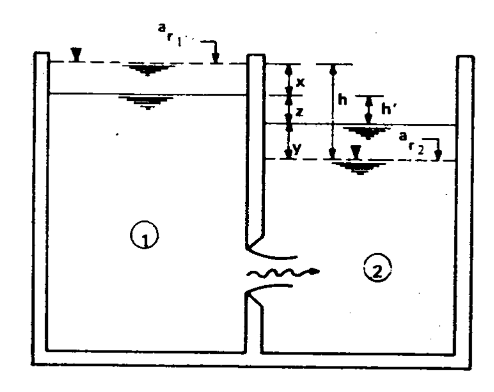


Figura V.17. Vaciado entre dos recipientes

nifica un ascenso y en el nivel del recipiente (2), de tal modo que en cualquier instante t, satisface la siguiente expresión:

$$x + y + z = h \qquad (a)$$

Si a_{r_1} y a_{r_2} son las áreas horizontales de los recipientes (1) y (2) respectivamente y A la del orificio, en la diferencia de tiempo dt, el volumen es:

$$a_{r_1} dx = a_{r_2} dy = C A \sqrt{2 g z}\ dt$$

o bien:

$$dx = \frac{C A \sqrt{2 g z}\, dt}{a_{r_1}} \quad \text{asimismo, } dy = \frac{C A \sqrt{2 g z}\, dt}{a_{r_2}}$$

Por tanto, diferenciando la expresión (a), se tiene:

$$dh = dx + dy + dz, \text{ y como}$$

si $\quad h = \text{constante, entonces } dh = 0$

y de las dos ecuaciones se obtiene:

$$C A \sqrt{2 g} (\frac{1}{a_{r_1}} + \frac{2}{a_{r_2}}) dt = - z^{1/2} dz$$

El tiempo necesario para pasar de la diferencia de niveles h a la diferencia h', vale:

$$t = - \frac{1}{C A \sqrt{2 g} (\frac{1}{a_{r_1}} + \frac{1}{a_{r_2}})} \int_h^{h'} \frac{dz}{\sqrt{z}} = - \frac{2 a_{r_1} a_{r_2} (\sqrt{h'} - \sqrt{h})}{C A \sqrt{2 g} (a_{r_1} + a_{r_2})}$$

$$t = \frac{2 a_{r_1} a_{r_2} (\sqrt{h} - \sqrt{h'})}{C A \sqrt{2 g} (a_{r_1} + a_{r_2})}$$

En la que:

t = Tiempo necesario para pasar de la diferencia de niveles h a la diferencia de niveles h', en dos recipientes, en segundos

a_{r_1} = Area horizontal de un recipiente 1, en m^2

a_{r_2} = Area horizontal de un recipiente 2, en m^2

h = Diferencia de niveles (de la S.L.A.) inicial, en m

h' = Diferencia de niveles (de la S.L.A.) final, en m

C = Coeficiente de descarga o gasto del orificio que une a los dos recipientes, adimensional

A = Area del orificio, en m^2

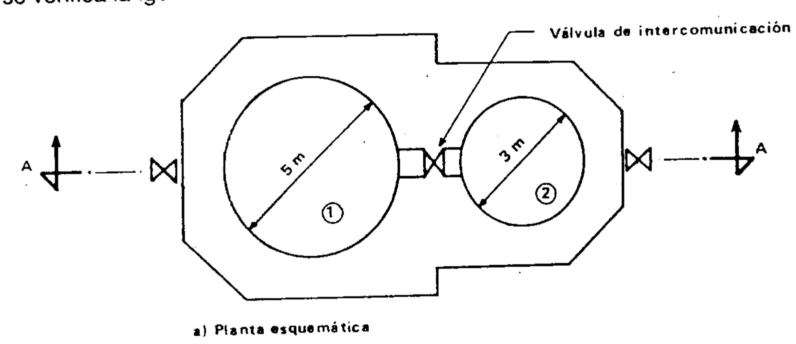
g = Aceleración de la gravedad = 9.81 m/seg^2

5.9.2 Ejemplos

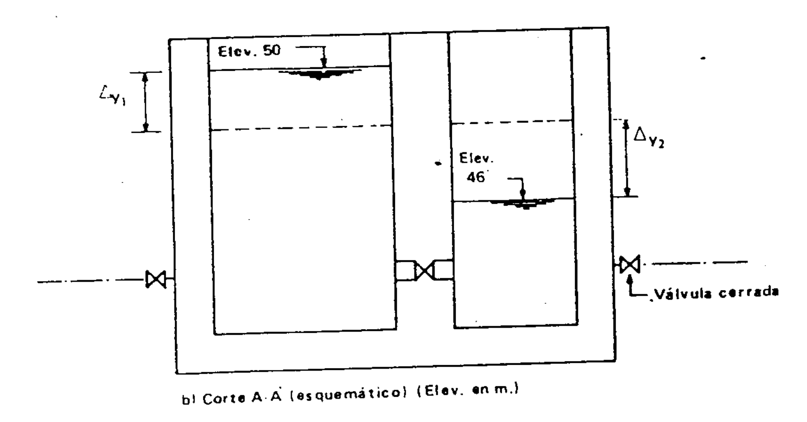
1) Sobre vaciado de dos recipientes

Se tienen dos recipientes comunicados por una válvula de 8" ϕ (C = 0.7), estando 100% abierta, de acuerdo con los esquemas determinar:

a) la cota de igualdad de niveles libres en los dos recipientes y b) el tiempo en que se verifica la igualdad de los niveles.



a) Planta esquemática



b) Corte A-A (esquemático) (Elev. en m.)

Figura V.18. Tanques de almacenamiento intercomunicados.

Datos

Recipiente 1

D_1 = 5m

Elevación S.L.A_1 = 50m

Recipiente 2

D_2 = 3.0 m,

Elevación S.L.A_2 = 46 m

Válvula de intercomunicación

ϕ_v = 0.203 m (8")

100% abierta, c = 0.7

RESPUESTAS

a). Cota de igualdad de niveles.

$$\text{Elevación } x = 50 - \Delta y_1 \qquad (1)$$

Para que se igualen los niveles de los recipientes el (1) tendrá que pasar un determinado volumen (igual) hacia el (2), por lo que:

$$V_1 = V_2$$

$$\Delta y_1 \, a_{r_1} = \Delta y_2 \, a_{r_2}$$

$$\Delta y_1 \frac{\pi}{4} D_1{}^2 = \Delta y_2 \frac{\pi}{4} D_2{}^2, \; \Delta y_2 = \frac{D_1{}^2}{D_2{}^2} \Delta y_1$$

$$\Delta y_2 = \frac{25}{9} \Delta y_1, \; \Delta_2 = 2.778 \, \Delta y_1$$

Por otro lado,

$$\Delta y_1 + \Delta y_2 = \text{Elevación S.L.A}_1 - \text{Elevación S.L.A}_2 = 50\text{-}46 = 4$$

Sustituyendo en esta ecuación el valor de Δy^2, se tiene:

$$\Delta y_1 + 2.778 \Delta y_1 = 3.778 \Delta y_1 = 4$$

$$\Delta y_1 \doteq \frac{4}{3.778} = 1.06m$$

$$\Delta y_1 = 1.06m$$

Sustituyendo en la ecuación (1);

Elevación x = 50 - 1.06 = 48.94

Elevación x = 48.84 m   Cota de igualdad de niveles en los dos recipientes.

b). El tiempo de igualación de niveles.

De acuerdo con la fórmula V.16

$$t = \frac{2\, a_{r_1}\, a_{r_2} (\sqrt{h} - \sqrt{h'})}{C A \sqrt{2g}\ (a_{r_1} + a_{r_2})}$$

$$a_{r_1} = \frac{\pi}{4} D_1{}^2 = 0.785 \times 5^2 = 19.625\ m^2$$

$$a_{r_2} = \frac{\pi}{4} D_2{}^2 = 0.785 \times 3^2 = 7.065\ m^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} (\varphi_v{}^2) = 0.785 \times 0.203^2 = 0.032\ m^2$$

h = Elevación S.L.A1 - Elevación S.L.A2 = 50 - 46 = 4

h' = 0

Sustituyendo:

$$t = \frac{2 \times 19.625 \times 7.065 \times \sqrt{4}}{0.7 \times 0.032 \times 4.43\ (19.625 + 7.065)} = \frac{554.602}{2.649}$$

t = 209.36 seg = 3.49 min

t = 3 min 29 seg

RESPUESTAS

Cota de igualdad de niveles: Elevación 48.94 m

Tiempo de igualdad de niveles: 3 min 29 seg

2) Ejemplo sobre vaciado de un depósito

Un depósito, que es el tronco de un cono con sus bases horizontales y su eje vertical, tiene 4.0 m de altura y se encuentra lleno con agua. Su diámetro en la parte superior es de 3.0m, y de 1.40 m en el fondo. ¿Cuál es el tiempo que se requiere para vaciar el depósito a través de un orificio cuadrado de bordes agudos de 10 cm de lado con una C = 0.61 y que se ubica en el fondo?

DATOS:

h_1 = 4.0m

D_1 = 3.0m

d_2 = 1.4m

a = 0.10m

C = 0.61

Figura V.19. Depósito troncónico.

Como en este caso se tiene un recipiente que tiene un área horizontal variable conforme varía la altura, se utilizará la expresión V.17 para resolver el problema que se plantea.

a) Tiempo total de vaciado (T)

$$T = \frac{1}{C A \sqrt{2g}} \int_0^{h_1} a_r \frac{dy}{\sqrt{y}} \qquad (1)$$

para este caso, se debe encontrar una relación para a_r en función de y.

Habiendo analizado los valores de a_r para diferentes valores de y hasta llegar a h=4.0m, se determinó la expresión siguiente;

$$a_r = \frac{\pi}{4} (1.4 + 0.4\, y)^2$$

que sustituida en la ecuación (1), se tiene:

$$T = \frac{1}{C A \sqrt{2g}} \int_0^{h_1} \frac{\pi}{4} (1.4 + 0.4\, y)^2 \frac{dy}{\sqrt{y}}$$

desarrollando y resolviendo la anterior integración se llega a la expresión siguiente.

$$T = \frac{\pi/4}{C A \sqrt{2g}} (3.92\, h_1{}^{1/2} + 0.7467\, h_1{}^{3/2} + 0.064\, h_1{}^{5/2})$$

al sustituir los datos nos da el valor de T.

$$T = \frac{0.7854}{0.027}(15.8616) = 461.4$$

$$T = 461 \; seg$$

$T = 7 \text{ min } 41 \; seg$ Tiempo total de vaciado del recipiente.

5.10 Problemas.

5.10.1 Un tanque rectangular con lados verticales de dimensiones horizontales, 6m de longitud y 1.5 m de anchura, contiene agua con un tirante de 1.6m. ¿Cuánto tiempo se necesitará para vaciar ese tanque mediante una abertura de 0.1m, de aristas agudas, formando un orificio circular en el fondo y considerando un coeficiente constante de gasto de 0.60?

Solución: T = 18.18 min

5.10.2 Un pequeño orificio con un área de $3.226 cm^2$ está en el lado vertical de un tanque rectangular. El área de la sección horizontal del tanque es de $0.372 m^2$, en un determinado momento la carga sobre el orificio es de 1.23m y 267 segundos después esa carga es de 0.61m. Calcular el valor del coeficiente de gasto C.

Solución: C = 0.63

5.10.3 Un depósito con forma cilíndrica de 2.0 m de diámetro y 3.0m de altura tiene un orificio circular de bordes redondeados de 8 cm de diámetro en el fondo (C = 0.94). Si el depósito se llena con agua, ¿Cuánto tiempo se requerirá para hacer bajar 2 m la S.L.A?

Solución: t = 3.66 min.

5.10.4 Un depósito prismático de bases rectangulares con extremos verticales tiene 8m de longitud y 4.0m de profundidad con 7m de anchura en la base superior y 3.0m en la base inferior. En el fondo existe un orificio rectangular de 0.12m x 0.15m y un coeficiente de gasto de 0.62. Si el depósito se encuentra lleno. ¿Cuánto tiempo será necesario para bajar el nivel de la S.L.A. 2.0m?

Solución: T_2 = 18.78min.

5.10.5 Un recipiente tiene dos comportamientos, A y B, que se comunican por medio de un orificio circular de pared delgada, con un diámetro de 0.40m y un coeficiente de gasto C = 0.60. El área horizontal del compartimiento A es de $16 m^2$ y el de B es de $64 m^2$. En un determinado tiempo el agua en A está a 6.0m arriba del orificio, y en B a 3.0m. ¿En qué tiempo la diferencia de niveles entre los dos compartimientos será de 1.3m?

Solución: t = 45.35 seg

5.10.6 Un depósito de 1.5m de diámetro contiene aceite (S = 0.85). Cerca del fondo del depósito se instala un tubo corto de 0.1m de diámetro (C = 0.86). ¿Cuánto tiempo tardará en bajar el nivel del aceite de 2.2m a 1.4m por encima del tubo?

Solución: t_2 = 35.4 seg

5.10.7 El depósito de la Figura A, entre *a*, donde la altura es de 7.5m, y *b*, es de 1.5m, es el tronco de un paraboloide con eje vertical. Las paredes laterales entre a y b siguen la curva $x^2 = 16y$; el origen se encuentra en el plano del orificio. El orificio es de 0.12m de diámetro con bordes agudos y C = 0.61. Determínese el tiempo necesario para que el nivel de SLA en el depósito pase de *a* a *b*.

Solución: t = 5.7h

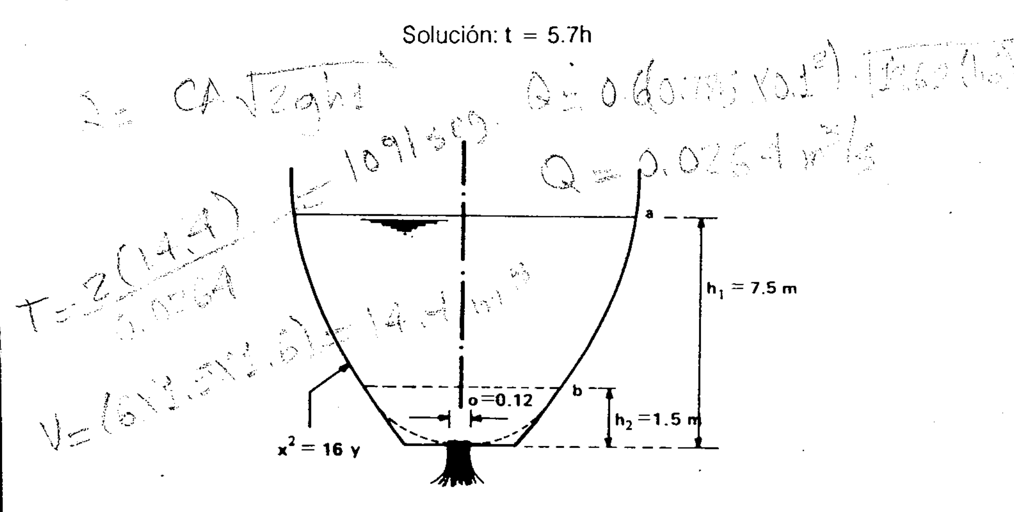


Figura A

5.10.8 Un canal de 150m de longitud y 30 m de anchura, sirve como esclusa, la cual se vacía por medio de una abertura sumergida, que tiene un área de $6.5 m^2$ y un coeficiente de gasto C = 0.63. El agua descarga a un canal inferior, que se mantiene a un nivel constante 7.0 m abajo del nivel inicial de la esclusa al estar lleno. ¿Cuánto tiempo se requerirá para bajar el nivel de la esclusa al nivel del canal inferior?

Solución: t = 21.88 min

5.10.9 Un tanque rectangular, con dimensiones horizontales 4.0m por 2.5m con paredes verticales de 2.0m de altura. Su fondo forma parte de una pirámide invertida de 1.94m de profundidad y un orificio de lados 12cm x 7.5cm se encuentra en el ápice de dicha pirámide. Si el tanque se encuentra lleno de agua, ¿qué tiempo será necesario para bajar el nivel de la SLA 3.5m, si C = 0.79?

Solución: t = 17.93 min

5.10.10 Un depósito tiene la forma de una pirámide invertida de base cuadrada de 0.35m de lado y una altura de 1.0m, el cual se encuentra lleno, ¿qué tiempo se requerirá para vaciar el depósito por medio de un orificio cuadrado en el ápice, con 4 cm de lado y un coeficiente de gasto C = 0.86?

Solución: t = 9.54 seg

Fotocopiar de la pág. 154 a la

Capítulo 6

FLUJO DEL AGUA EN VERTEDORES

6.1. Definición y Generalidades.

Se define como vertedor a un dispositivo hidráulico constituido por una escotadura, a través de la cual se hace circular el agua. Hidráulicamente es un orificio que no está totalmente ahogado por el nivel de aguas arriba, de manera que una parte del orificio está libre y no proporciona gasto alguno, o sea que equivale a un orificio sin el borde superior. La venta líquida que fluye a través del vertedor se llama capa o lámina.

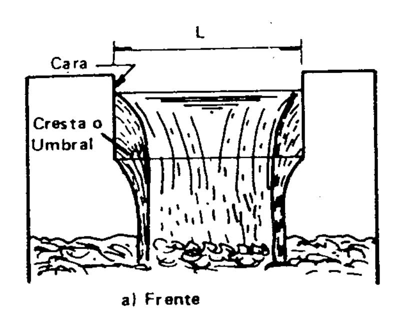
Las finalidades de los vertedores pueden ser; científicas y prácticas, de acuerdo con Camargo y Salazar (6).

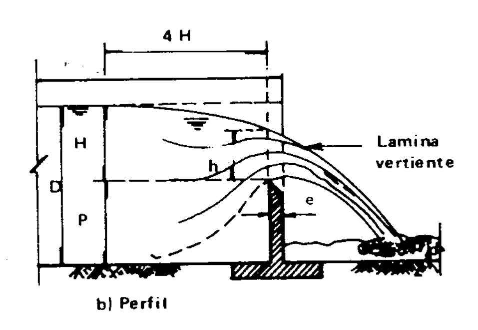
Finalidades científicas. Pueden utilizarse como dispositivos de aforo o elementos de calibración de aforadores en laboratorios hidráulicos.

Finalidad práctica. Se emplea en la medición de caudales de pequeños cursos de agua (canales de pequeñas dimensiones) y conductos libres, así como en obras de control o de excedencias en presas de embalse y también de aforo en grandes canales.

La terminología que comúnmente se usa para designar a los elementos técnicos que constituyen a un vertedor, son: al borde superior se le denomina **Cresta** o **Umbral** y su longitud se representa por L. Los bordes verticales constituyen las caras del vertedor. Al espesor del chorro medido en la cresta (plano del vertedor), se le llama **Carga sobre la cresta** y se representa por h (por lo general **h** = 0.7 H aproximadamente). En la vecindad del vertedor la superficie libre sufre un abatimiento, por este motivo **la**

carga del vertedor representada por H se define como la diferencia de elevación entre la superficie libre aguas arriba, a una distancia suficientemente grande ($\leq$ 4 H), para que no se manifieste ese abatimiento, y el punto más bajo de la cresta.





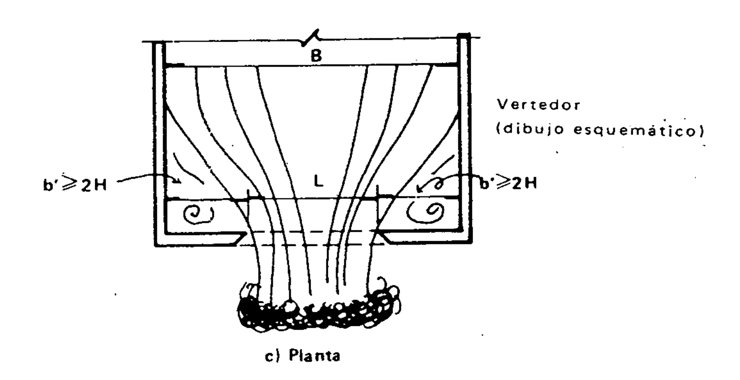


Figura VI.1. Vertedor de forma rectangular.

6.2 Clasificación de vertedores.

Aceptando las más variadas formas y disposiciones, los vertedores representan los más diversos comportamientos, siendo muchos los factores que pueden servir de base para su clasificación, como se verá a continuación.

a). Por su planta.

- Vertedores de planta recta.

- Vertedores de planta curva.

- Vertedores de planta combinada.

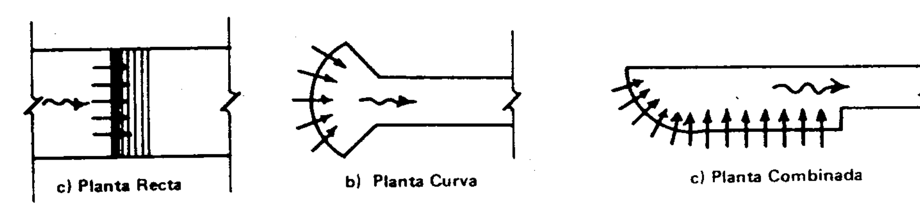


Figura VI.2. Plantas en vertedor.

b). Por su geometría o su vista.

- Vertedores de forma rectangular.

- Vertedores de forma triangular.

- Vertedores de forma trapecial y algunos otros (Circulares, parabólico, etc.) que por ser de poco uso en la práctica no se van a analizar.

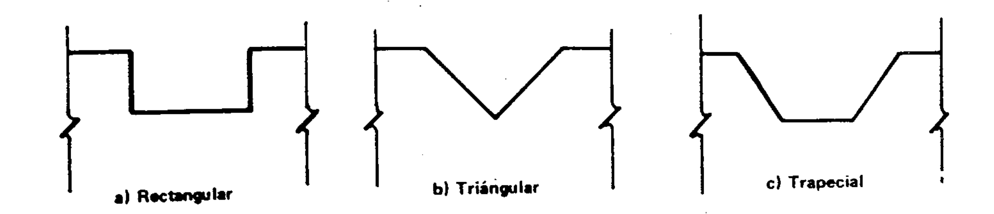


Figura VI.3. Tipos de vista en vertedor.

c). Por su perfil o espesor de la pared.

- Vertedores de pared delgada (placas o madera biselada).

- Vertedores de pared gruesa (e > 0.66 H).

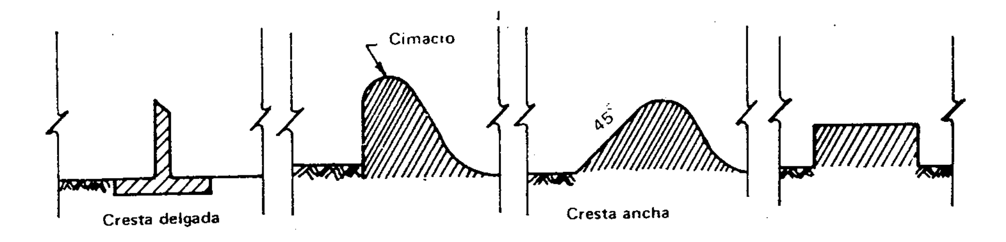
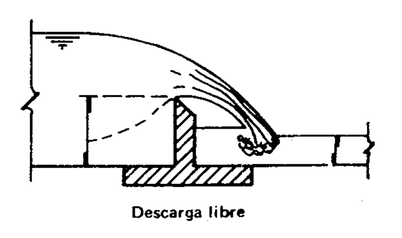


Figura VI.4. Tipos de cresta en vertedor.

d). Por la altura relativa del umbral.

- Vertedores completos o de cresta libre (p > p')

- Vertedores incompletos o de cresta ahogada (p < p')



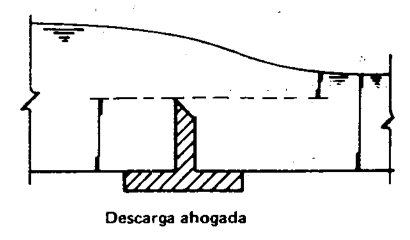


Figura VI.5. Tipo de descarga en vertedores.

e). Por su funcionamiento.

- Vertedores con velocidad de llegada

- Vertedores sin velocidad de llegada

f). Por su longitud de cresta en relación al ancho del canal de acceso.

- Vertedores sin contracciones laterales (L = B)

- Vertedores con contracciones laterales (L < B)

Las contracciones laterales se forman porque las paredes laterales del canal de acceso no coinciden con las escotaduras. Pueden ser contracciones completas e incompletas. Será incompleta la contracción cuando la magnitud de la pared que sobresale en el canal de llegada sea menor de dos veces la carga del vertedor (b' < 2H), según se observa en la Figura VI.1.(c). Puede haber vertedores con una sola contracción lateral o con más de dos según sea el caso.

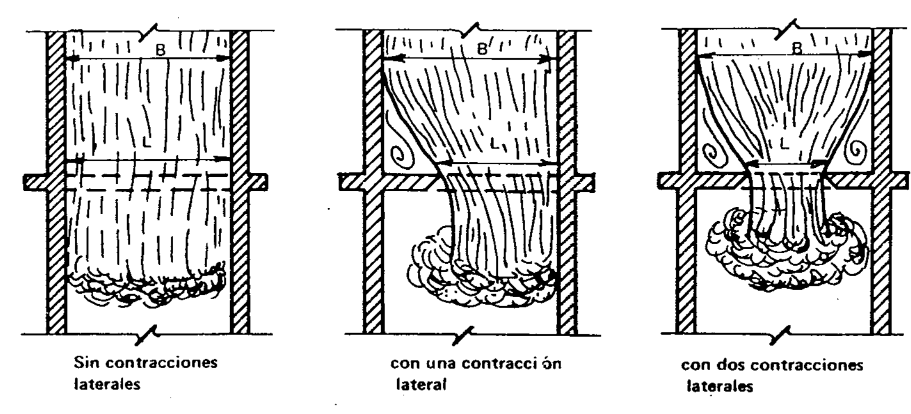


Figura VI.6. Vertedores en relación al ancho del canal.

Otra contracción que también se forma es en el fondo del vertedor, debido también al cambio de dirección que los filetes líquidos sufren por la altura de la cresta vertedores sobre el piso del canal (p) de llegada. Esta contracción también puede ser parcial o completa dependiendo de la relación que exista entre la altura de la cresta sobre el piso y la carga sobre el vertedor (p= 3H para ser completa). En la Figura VI.1-b) y c), al principio del capítulo, se dan las dimensiones que debe tener el canal de llegada y el vertedor de pared delgada para que se produzcan contracciones completas (laterales y fondo), en un vertedor rectangular.

Diversas formas de la capa o lámina vertiente.

Cuando el aire atmosférico rodea completamente a la lámina y ésta se despega totalmente de la cara aguas abajo, el vertedor se dice que es de lámina libre (a). Esta forma de lámina corresponde al régimen más estable y es el que se estudiará con más detalle.

En el caso de un vertedor rectangular, con longitud de cresta igual al ancho de plantilla del canal aguas abajo, la zona situada bajo la lámina de agua se encuentra incomunicada con la atmósfera exterior y el escurrimiento puede tomar una de las tres formas siguientes de acuerdo con Schlag (24):

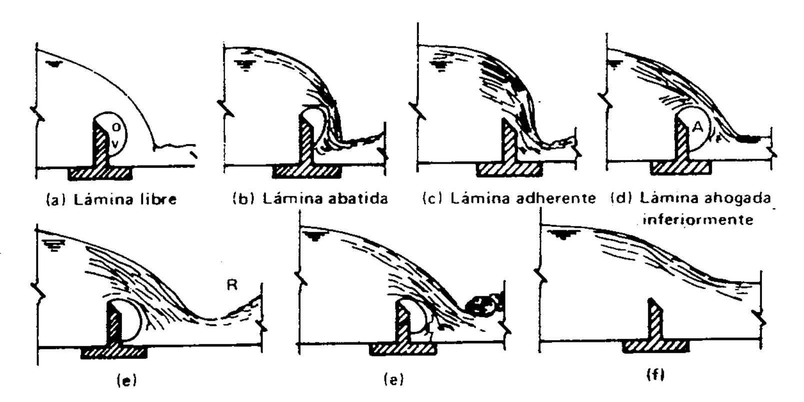


Figura VI.7. Diversas formas de la capa o lámina vertiente.

Lámina libre (a). Este régimen se obtiene mediante la instalación de orificios de ventilación (V), en las caras del vertedor, las cuales comunican a la zona situada bajo la lámina vertiente, con la atmósfera exterior.

Lámina abatida (b). Cuando la ventilación es insuficiente, poco a poco se va enrareciendo el aire situado abajo del manto inferior de la lámina vertiente, disminuyendo su presión. Por efecto de la presión atmosférica activa en el manto superior de la lámina, ésta tiende a adherirse al vertedor y el agua situada entre el vertedor y la lámina de la superficie libre tiende a subir: hasta que se rompe la lámina vertiente del vertedor, permitiendo la entrada de aire. El régimen vuelve a establecerse y el fenómeno se repite sucesivamente. La inestabilidad del régimen debido a las entradas intermitentes de aire, se presenta para cierta relación entre la carga y la altura de la cresta con respecto al nivel de aguas abajo.

Lámina adherente (c). Este régimen se presenta para pequeñas cargas, en cuyo caso la velocidad es insuficientemente para despegar a la lámina vertiente de agua.

Cuando se aumenta la carga en un vertedor de lámina adherente, sin que el aire pueda entrar abajo del manto inferior de la lámina, se obtiene una **Lámina Ahogada Inferiormente** (d). El espacio A se llena de agua animada de movimiento turbulento que no participa del escurrimiento general.

En cualquiera de los casos anterios (b, c y d) el caudal es superior al previsto o dado por las fórmulas que posteriormente se indican.

Cuando en un vertedor de lámina libre la carga es bastante grande, se forma una rápida al pie de la lámina, después, un poco aguas abajo, el agua adquiere su velocidad normal mediante un cambio brusco de tirante o Salto Hidráulico (R). Si la

carga disminuye, la rápida se atenúa y el salto hidráulico se acerca al vertedor, pudiendo presentarse el caso de un vertedor ahogado superiormente, cuando el salto hidráulico cubre el pie de la lámina (f). En este tipo de vertedor, por ser constante el gasto aguas arriba, toda variación en el nivel aguas abajo repercute en el nivel de aguas arriba.

Finalmente, cuando la elevación del vertedor es inferior al de la superficie libre aguas abajo, se dice que el vertedor es ahogado.

6.3 Vertedores de pared delgada.

6.3.1 Vertedores rectangulares

a) Sin contracciones laterales

a.1). Sin velocidad de llegada

Examinándose el movimiento del agua en un vertedor de las características anteriores (según Figura VI.8), se observa que los filetes inferiores aguas arriba se elevan, tocan la cresta del vertedor y a continuación se vuelven a elevar ligeramente. La superficie libre del agua y los filetes próximos bajan. En estas condiciones se verifica un estrechamiento de la vena líquida como sucede con los orificios.

Para analizar la circulación del agua en un vertedor de estas caracteríticas, recuérdese a los orificios de grandes dimensiones y háganse las mismas consideraciones que ahí se hicieron.

De acuerdo al corte A-A' y sin considerar la velocidad de llegada (h_{v_ε}), se tiene:

$$dQ = Co\, dA \sqrt{2 g y} = Co\, dy\, L \sqrt{2g}\; y^{1/2}$$

El gasto se obtiene integrando esta ecuación:

$$Q = Co\sqrt{2g}\, L \int_0^h y^{1/2}\, dy = Co\sqrt{2g}\, L \left[\frac{y^{3/2}}{3/2}\right]_0^h$$

$$= Co\sqrt{2g}\, L\, (2/3\, H^{3/2})$$

$$Q = 2/3\, Co \sqrt{2g}\, L\, H^{3/2}$$

Si se considera a; $2/3\, Co \sqrt{2g} = C$ (coeficiente de gasto).

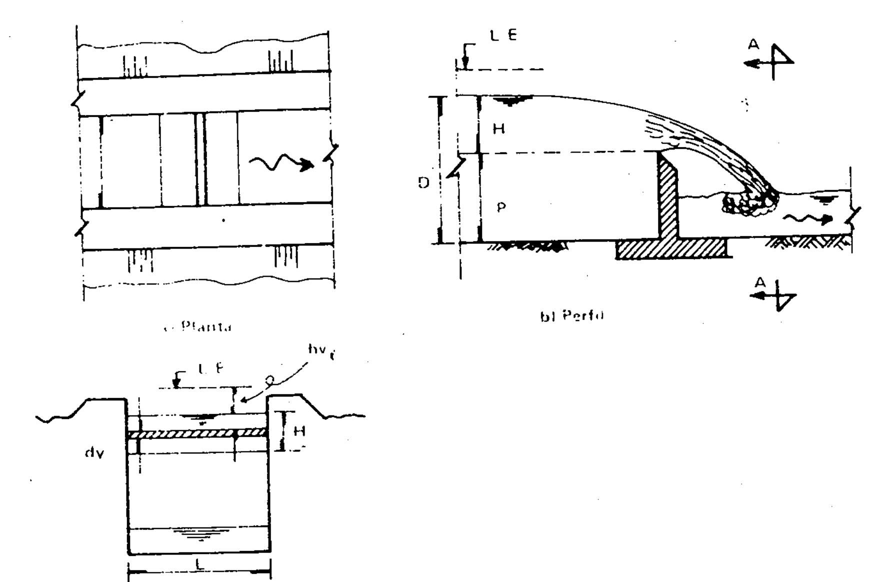


Figura VI.8 Características de un vertedor rectangular.

Se tiene: $$Q = C L H^{3/2} \qquad (VI.1)$$

Fórmula del gasto en vertedores rectangulares sin velocidad de llegada, sin contracciones laterales y descarga libre.

En la que:

Q = Gasto del vertedor en m^3/seg

C = Coeficiente de descarga o gasto del vertedor ($= \frac{2}{3} Co \sqrt{2g}$) en $m^{1/2}$/seg

L = Longitud de la cresta, en m

H = Carga del vertedor, en m

El valor del coeficiente C, de descarga depende del sistema de unidades en que se trabaje.

a.2.) Con velocidad de llegada.

Si se considera ahora la velocidad de llegada a través de su carga de velocidad (hv_ε), se tiene:

$$dQ = Co\, dA \sqrt{2g\,(y + hv\varepsilon)} = Co\, L\, dy \left[2g\,(y + hv\varepsilon)\right]^{1/2}$$

De acuerdo con la teoría algebraica en lo correspondiente a desarrollo de binomios.

"$(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1!} a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2} b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} a^{n-3} b^3 + \ldots$

'n' puede ser un número positivo o negativo, entero o fraccionario. Cuando 'n' es un entero positivo, la serie tiene (n + 1) términos; de otra manera el número de términos es infinito".

$$dQ = Co\, L \sqrt{2g}\, dy \left(y^{1/2} + \frac{1}{2} \frac{y^{1/2 - 2/2}}{1} hv\varepsilon\right) =$$

$$= Co\sqrt{2g}\, L \left(y^{1/2} + \frac{1}{2} y^{-1/2} hv\varepsilon\right) dy$$

El gasto se obtiene integrando la ecuación anterior,

$$Q = Co\sqrt{2g}\, L \int_0^H \left(y^{1/2} + \frac{1}{2} y^{-1/2} hv\varepsilon\right) dy$$

$$= Co\sqrt{2g}\, L \left[\frac{2}{3} y^{3/2} + y^{1/2} hv\varepsilon\right]_0^h$$

$$= Co\sqrt{2g}\, L \left[\frac{2}{3} H^{3/2} + hv\varepsilon\, H^{1/2}\right] =$$

$$Q = \frac{2}{3} Co\sqrt{2g}\, H^{3/2} \left(1 + \frac{3}{2} H^{-1} hv\varepsilon\right)$$

Pero:

$$hv\varepsilon = \frac{v\varepsilon^2}{2g} = \frac{Q\varepsilon^2 \div A\varepsilon^2}{2g} = \frac{Q^2}{D^2 L^2 x 2g}$$

y según la fórmula (VI.1),

$$hv_\varepsilon = \frac{(CLH^{3/2})^2}{2gD^2L^2} = \frac{C^2L^2H^2}{2gL^2D^2} = \frac{C^2H^3}{2gD^2} = \frac{(\frac{2}{3} Co\sqrt{2g})^2 H^3}{2gD^2}$$

$$= \frac{\frac{4}{9}Co^2 x\, 2gH^3}{2gD^2} = \frac{4}{9}\frac{Co^2H^3}{D^2}$$

$$hv_\varepsilon = \frac{4}{9}\frac{Co^2H^3}{D^2}$$

Sustituyendo en la fórmula del gasto,

$$Q = \frac{2}{3}Co\sqrt{2g}LH^{3/2}\left[1+\frac{3}{2}H^{-1}\left(\frac{4}{9}\frac{Co^2H^3}{D^2}\right)\right]$$

$$= \frac{2}{3}Co\sqrt{2g}LH^{3/2}\left(1+\frac{2}{3}\frac{Co^2H^2}{D^2}\right)$$

De acuerdo a situaciones observadas anteriormente, $\frac{2}{3}Co\sqrt{2g}=C$ y si para esta ecuación se considera a $\frac{2}{3}Co^2=C_1$, se tiene:

$$Q = CLH^{3/2}\left[1+C_1\frac{H^2}{D^2}\right] \qquad \text{(VI.2)}$$

Fórmula del gasto en vertedor rectangular con velocidad de llegaca, sin contracciones laterales y descarga libre.

En la que:

Q = Gasto del vertedor en m^3/seg.

C = Coeficiente de descarga o gasto ($= \frac{2}{3}Co\sqrt{2g}$),en $m^{1/2}$/seg., en $m^{1/2}$/seg.

L = Longitud de cresta, en m.

H = Carga del vertedor, en m.

C_1 = Coeficiente adimensional ($= \frac{2}{3}Co\ Co$).

D = Altura o tirante, aguas arriba del vertedor, en m.

Para vertedores con contracciones laterales.

$D = \frac{A}{L}$ = Relación del área hidráulica del canal de acceso (A = B d) entre la longitud de cresta del vertedor (L), en m.

Para este caso se corrige la L por contracciones laterales (L'), según se observa a continuación.

b). Vertedores con contracciones laterales.

Las contracciones laterales ocurren en los vertedores cuyo ancho es inferior al del canal en que se encuentran instalados (L< B).

Francis, después de muchos experimentos concluyó que todo sucede como si en el vertedor con contracciones laterales el ancho de la lámina vertiente fuese reducido, en relación a la longitud de cresta, por el efecto de las contracciones.

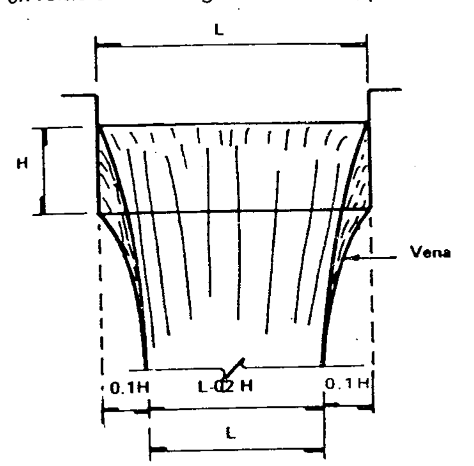


Figura VI.9. Contracciones laterales en vertedor rectangular.

Según el mismo autor, se debe considerar en la aplicación de la fórmula un valor corregido (L') para L.

Forma de entrada.

L' = L - K n H; en la que:

K = { 0.06 - Hidrodinámica; 0.1 - a escuadra.

n = número de contracciones.

Esta correción para las contracciones laterales es aproximada, por lo que no se necesita gran refinamiento en los cálculos. La utilización de la corrección de Francis puede conducir a un absurdo; cuando la longitud del vertedor se hace pequeña en relación a la carga (p. ej. L = 0.2 m y H = 1.0 m→L' = 0 y por tanto Q = 0, lo que no es cierto), por lo que, el empleo de esta corrección se recomienda en vertedores en los que L ≥ 3H y B ≥ L + 4H.

c). Normas para la instalación de vertedores con fines de aforo (según Maza 39).

1. Aguas arriba del vertedor, el canal deberá ser recto en una longitud mínima de 10 veces el largo de la cresta del vertedor.

2. El plano del vertedor debe ser perpendicular a la dirección del flujo, y la cara aguas arriba perfectamente plana y lisa.

3. La cresta deberá nivelarse de manera que quede horizontal y recta. Conviene comprobar periódicamente la horizontalidad de la cresta y su referencia al cero de la escala de medición.

4. El espesor del bisel de la cresta en vertedores de cresta delgada, no deberá ser mayor de 2 mm.

5. En vertedores sin velocidad de llegada, se procurá instalar el vertedor en un estanque largo y profundo con el fin de evitar velocidades de llegada mayores de 0.15 m/seg, para lo cual el área de la sección transversal del canal de llegada debe ser lo menos 8 veces la sección del manto vertiente en una longitud de 15 ó 20 veces la profundidad del agua en dicho canal hacia aguas arriba.

6. La altura de la cresta sobre el fondo del canal de llegada (p) debe ser de por lo menos 2 veces la carga sobre la cresta, pero no menor de 0.30 m.

7. Tratándose de vertedores con contracciones laterales, la distancia entre los costados del canal de llegada y los costados del vertedor no será menor de 2 veces la carga sobre la cresta, ni menor de 0.30 m.

8. Construir los vertedores de manera que el aire necesariamente deba circular libremente por debajo del manto. Para el caso de vertedores sin contracciones laterales se colocarán tubos de aireación laterales por debajo del manto (2 por lo menos).

9. La carga del vertedor se medirá en un punto aguas arriba del vertedor, en una longitud de aproximadamente 5 veces la carga máxima.

10. Se inspeccionarán los vertedores una vez instalados, para ver que no haya fugas en la estructura. En caso de haberlas, se corregirá la estructura y se comprobará de nuevo el punto 3 de estas normas.

11. Evitar obstrucciones aguas arriba del vertedor, lo que implica conservación y limpieza.

Cumpliendo con los preceptos anteriores puede esperarse obtener gastos con errores comprendidos entre el 2 y 3 por ciento. En otras condiciones podrán obtenerse gastos con errores que van del 5 al 15 por ciento.

d) Fórmulas para vertedores rectangulares y cresta delgada.

1. Fórmula de Francis.

a) Sin considerar velocidad de llegada

a.1. Sin contracciones laterales

$$Q = 1.84\, L\, H^{3/2}$$

b) Considerando velocidad de llegada

b.1. Sin contracciones laterales

$$Q = 1.84LH^{3/2}\left\{1+0.2\left(\frac{H}{D}\right)^2\right\}$$

donde: D = p + H = d = tirante en el canal de acceso, en m o también:

$$Q = 1.84\, L\left\{(H+hv_\varepsilon)^{3/2}-hv_\varepsilon^{3/2}\right\}$$

b.2. Con contracciones laterales.

$$Q = 1.84(L-KnH)H^{3/2}\left\{i+0.26\left(\frac{HL}{Bd}\right)^2\right\}$$

o también:

$$Q = 1.84(L-KnH)\left\{(H+hv_\varepsilon)^{3/2}-hv_\varepsilon^{3/2}\right\}$$

Donde: hv_ε= Carga de velocidad de llegada, en m

$$hv_\varepsilon = \frac{v_\varepsilon^2}{2g} = \frac{(Q/A\varepsilon)^2}{2g}$$

Las anteriores fórmulas son para el sistema métrico, para el Inglés;

C = 3.33 pie $^{1/2}$/seg

Límites de aplicación para esta fórmula.

0.18 m ≤ H ≤ 0.50 m

2.40 m ≤ L ≤ 3.00 m

0.60 m ≤ p ≤ 1.50 m   Procurar que L ≥ 3 H

2. Fórmula de Rehbock.

Esta fórmula es para utilzarla cuando no hay contracciones laterales.

$$Q = \frac{2}{3}\sqrt{2g}\,Co\,LH^{3/2} = 2.953\,Co\,LH^{3/2}$$

$$Co = \left(0.6035 + 0.0813\frac{H}{P} + \frac{0.00009}{p}\right)\left(1 + \frac{0.0011}{H}\right)^{3/2}$$ Límites de aplicación.

0.03 m ≤ H ≤ 0.60

0.30 m ≤ L

$$0.10\ \text{m} \leq p$$

Esta fórmula es muy precisa en la determinación de gastos; es aconsejable utilizarla en vertedores con poca velocidad de llegada, para lo cual es recomendable que $H/p \leq 1$. Es de las fórmulas más utilizadas.

Para cuando hay velocidad de llegada la fórmula de Rehbock, es:

$$Q = (1.787 + 0.236\frac{H}{P})\, L\, H^{3/2} \quad \text{para el sistema MKS}$$

$$Q = (3.23 + 0.43\frac{H}{P})\, L\, H^{3/2} \quad \text{para el sistema inglés}$$

3. Fórmula de Bazin.

Corregida por Hegly, se puede usar con y sin contracciones laterales:

$$Q = \sqrt{2g}\; Co\, L H^{3/2}$$

$$Q = 4.429\; Co\, L H^{3/2}$$

En la que:

$$Co = \left\{0.405 - 0.03\,(\frac{B-L}{B}) + \frac{0.0027}{H}\right\}\left\{1 + 0.551\,(\frac{L}{B})^2(\frac{H}{H+P})^2\right\}$$

Límites de aplicación.

$$0.10\ \text{m} \leq H \leq 0.60\ \text{m}$$

$$0.50\ \text{m} \leq L \leq 2.00\ \text{m}$$

$$0.20\ \text{m} \leq p \leq 2.00\ \text{m}$$

Es un poco menos exacta que la de Rehbock. Para cuando hay velocidad de llegada, la fórmula es:

$$Q = (1.794 + \frac{0.0133}{H})\, L H^{3/2}\left\{1 + 0.55\,(\frac{H}{D})^2\right\}, \text{ para el sistema MKS}$$

$$Q = (3.248 + \frac{0.0789}{H})\, L H^{3/2}\left\{1 + 0.55\,(\frac{H}{D})^2\right\}, \text{ para el sistema inglés}$$

4. Fórmula de King.

Para cuando no hay velocidad de llegada;

$$Q = 1.78\, L H^{1.47}, \text{ en el sistema MHS}$$

$$Q = 3.34\, L H^{1.47}, \text{ en el sistema Inglés}$$

Para cuando hay velocidad de llegada;

$$Q = 1.78\, L H^{1.47}\left\{1 + 0.56\,(\frac{H}{D})^2\right\}, \text{en el sistema MKS}$$

$$Q = 3.34\, L H^{1.47}\left\{1 + 0.56\,(\frac{H}{D})^2\right\}, \text{en el sistema Inglés}$$

5. Fórmula de la sociedad suiza de ingenieros y arquitectos.

a) Con contracciones laterales.

$$Q = \frac{2}{3}\sqrt{2g}\; Co\, L H^{3/2} = 2.953\; Co\, L H^{3/2}$$

Donde:

$$Co = \left\{0.578 + 0.037\,(\frac{L}{B})^2 + \frac{3.615 - 3(\frac{L}{B})^2}{1000\,H + 1.6}\right\}\left\{1 + 0.5\,(\frac{L}{B})^4(\frac{H}{B})^2\right\}$$

En la que:

$$D = \frac{A}{L} = \frac{Bd}{L}$$

Límites de aplicación.

$$\frac{0.025}{L/B} \leq H \leq 0.80\ \text{m}$$

$$L \leq 0.30\, B$$

$$0.30 \leq p$$

b) Sin contracciones laterales.

$$Q = \frac{2}{3}\sqrt{2g}\; Co\, L H^{3/2} = 2.953\; Co\, L H^{3/2}$$

Donde:

$$Co = \left\{0.615 + \frac{0.615}{1000\,H + 1.6}\right\}\left\{1 + 0.5\,(\frac{H}{D})^2\right\}$$

En la que: $D = p + H = d$

Límites de aplicación.

$$0.025\ m \leq H \leq 0.8\ m$$

$$0.30\ m \leq p$$

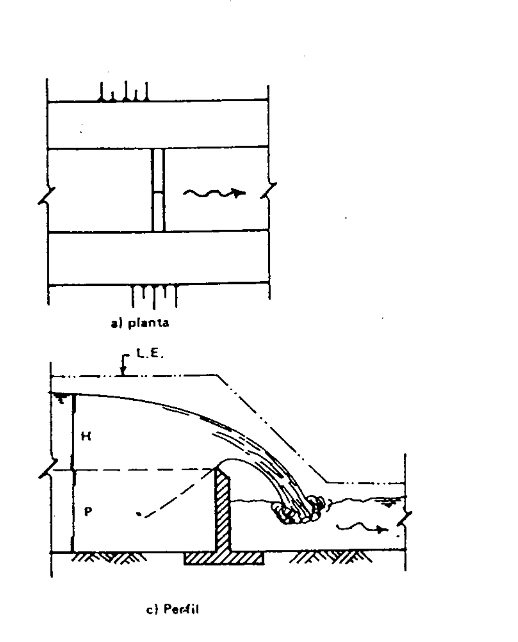
$$\frac{H}{p} \leq 1$$

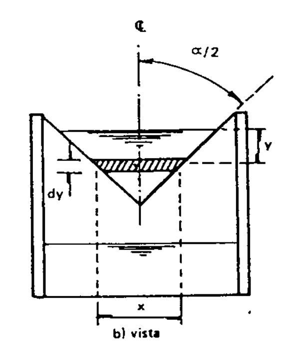
6.3.2. Vertedores triangulares.

Los vertedores triangulares o de escotadura en V, permiten la medición exacta de gastos o derrames mucho menores que los que se pueden medir con vertedores de cresta horizontal. El derrame de un vertedor triangular aumenta más rápidamente con la carga, que el de un vertedor de cresta horizontal.

Estos vertedores generalmente son construidos en placas metálicas, en la práctica solamente son utilizados los que tienen la forma isósceles, siendo los más usuales los de 90° de ángulo en el vértice.

Para analizar el flujo en un vertedor triangular tómese una faja horizontal elemental de área dA, sobre la cual actúa una carga y.





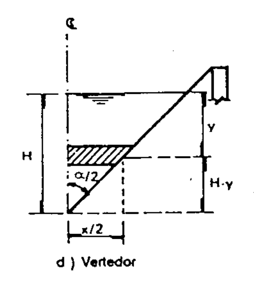


Figura VI.10 Vertedor triangular.

De acuerdo con la fórmula del gasto en orificios;

$$dQ = Co\, dA \sqrt{2gy} = Co\, x\, dy \sqrt{2g}\, y^{2}$$

$$= Co \sqrt{2g}\, xy^{1/2}\, dy$$

Integrando esta ecuación se obtiene el gasto en el vertedor;

$$Q = Co \sqrt{2g} \int_{O}^{H} xy^{1/2}\, dy$$

Para poner a x en función de y, por triángulos semejantes;

$$\frac{0.5\,x}{Htg\frac{\alpha}{2}} = \frac{H-y}{H},\ x = 2H\, tg\frac{\alpha}{2}\left(\frac{H-y}{H}\right)$$

$$x = 2\, tg\frac{\alpha}{2}(H-y)$$

Sustituyendo,

$$Q = Co\sqrt{2g}\int_{O}^{H} 2\, tg\frac{\alpha}{2}(H-y)\, y^{1/2}\, dy = 2\, Co\sqrt{2g}\, tg\frac{\alpha}{2}\int_{O}^{H}(H-y)\, y^{1/2}\, dy$$

$$= 2C_o\sqrt{2g}\, tg\frac{\alpha}{2}\int_{O}^{H}(H y^{1/2}\, dy - y^{3/2}\, dy)$$

$$= 2C_o\sqrt{2g}\; tg\frac{\alpha}{2}\left[\int_{O}^{H} H y^{1/2}\, dy - \int_{O}^{H} y^{3/2}\, dy\right] =$$

$$= 2C_o\sqrt{2g}\, tg\frac{\alpha}{2}\left[\frac{2}{3}H H^{3/2} - \frac{2}{5}H^{5/2}\right] =$$

$$= 2C_o\sqrt{2g}\, tg\frac{\alpha}{2}H^{5/2}\left(\frac{4}{15}\right) = \frac{8}{15}C_o\sqrt{2g}\, tg\frac{\alpha}{2}H^{5/2}$$

Si se hace;

$$\frac{8}{15}C_o\sqrt{2g}\, tg\frac{\alpha}{2} = C_v,\ se\ tiene$$

$$Q = C_v H^{5/2} \qquad (VI.3)$$

Fórmula del gasto en vertedor triángular, sin velocidad de llegada, descarga libre y sin contracciones laterales.

En la que:

Q = Gasto del vertedor en m/seg

C_v = Coeficiente de descarga o gasto en vertedor triangular

$(=\frac{8}{15} C_o \sqrt{2g}\ tg \frac{\alpha}{2})$, en $m^{1/2}/seg$

H = Carga del vertedor, en m

El efecto de la velocidad de llegada aquí es similar al efecto que se produce en vertedores rectangulares, sin embargo, Barr confirmó experimentalmente que el error cometido al despreciar la velocidad de llegada era, en la mayoría de los casos, inapreciables.

El efecto de las contracciones laterales igualmente es despreciable sobre todo cuando se hace más rugoso el lado aguas arriba de la placa del vertedor.

Como normas de instalación de los vertedores triangulares además de las indicadas para el caso de los vertedores rectangulares, es necesario cumplir con la condición importante de que el ancho B de la plantilla del canal de acceso sea igual o mayor a 5 veces la carga máxima H, esto es:

$$B \geq 5\ H.$$

6.3.2.1. Fórmula para vertedores triangulares.

	Unidades métricas	Unidades inglesas	Autor
$\alpha = 60°$	$Q = 0.81\ H^{2.5}$	$Q = 1.45\ H^{2.5}$	Francis
$\alpha = 60°$	$Q = 0.8\ H^{2.5}$		Barr
$\alpha = 60°$	$Q = 0.821\ H^{2.51}$		King
$\alpha = 90°$	$Q = 1.4\ H^{2.5}$	$Q = 2.5\ H^{2.5}$	Francis
$\alpha = 90°$	$Q = 1.35\ H^{2.47}$		King
$\alpha = 90°$	$Q = 1.34\ H^{2.48}$		Barr
$\alpha = 120°$	$Q = 2.35\ H^{2.48}$		Hertzleer
$\alpha = 120°$	$Q = 2.39\ H^{2.5}$		Barr

Barr pone como limitaciones para sus fórmulas:

$$0.06 \leq H \leq 0.54\ m$$

La medida de las cargas H, debe ser muy precisa, dado que intervienen en la ecuación VI.3, a la potencia 2.5 aproximadamente.

Lenz dedujo la fórmula para vertedores triangulares considerando agua exclusivamente;

$$Q = (1.2554 + \frac{N}{H^n})\ tg \frac{\alpha}{2} H^{5/2}, \text{ para el sistema MKS.}$$

$$Q = (2.395 + \frac{N}{H^n})\ tg \frac{\alpha}{2} H^{5/2}, \text{ para el sistema Inglés.}$$

Valores de los coeficientes N y n en la fórmula de Lenz.

α	30°	45°	60°	90°
N	0.131	0.102	0.087	0.068
n	0.576	0.579	0.582	0.588

Límites de aplicación de la fórmula de Lenz.

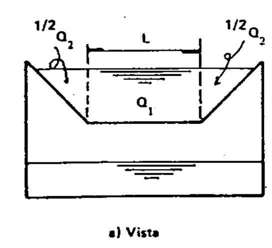
$$0.06 \leq H \leq 0.50\ m$$

$$B \geq 4\ (H + L)$$

Los vertedores triangulares se recomiendan para el aforo de gastos inferiores a 30 lt/seg y cargas superiores a 0.06m y hasta de 0.6m. Su precisión es mejor que la del rectangular para gastos pequeños e incluso para gastos comprendidos entre 40 y 300 lt/seg. Para gastos mayores es recomendable el rectangular debido a que el triangular es más sensible a cualquier cambio en la rugosidad de la placa y también porque requiere mayor exactitud en la medición de cargas, pues el gasto varía con la potencia 5/2 de la misma.

6.3.3. Vertedores Trapeciales.

El gasto de un vertedor trapecial, como el mostrado en la siguiente figura, se puede calcular suponiendo la suma del gasto correspondiente a uno rectangular con longitud de cresta L y al triangular formado por las dos orillas.



b) Perfil

Figura VI.11. Vertedor Trapecial.

Q_1 = Gasto del vertedor rectangular

Q_2 = Gasto del vertedor triangular

Q = Gasto del vertedor trapecial

$$Q = Q_1 + Q_2 = C\,L'\,H_{3/2} + C_V\,H^{5/2}$$

$$L' = L - 0.1\,n\,H$$

n = 2 contracciones laterales: $L' = L - 0.2\,H$

Sustituyendo:

$$Q = C\,(L - 0.2H)\,H^{3/2} + C_V\,H^{5/2} = C L\,H^{3/2} - 0.2C\,H^{5/2} + C_V\,H^{5/2}$$

$$= C\,L\,H^{3/2} - H^{5/2}\,(0.2\,C - C_V)$$

$$Q = C\,L\,H^{3/2} - (0.2\,C - C_V)\,H^{5/2} \qquad \text{(VI.4)}$$

Esta es la fórmula para vertedores trapeciales, pero debido a que este tipo de vertedores tiene escaso interés, ha sido poco estudiado y por tanto no son muy conocidos los coeficientes C y CV; únicamente se le ha dado importancia a uno de características particulares llamado de Cipolletti.

a). Vertedor trapecial de Cipolletti o Compensado.

Este vertedor tiene el trazo de un trapecio regular con taludes en los lados de 0.25:1 (0.25 horizontal y uno vertical) y que encuentra aplicación como aforador en canales. La geometría de este vertedor ha sido obtenida de tal manera que la inclinación de las caras del vertedor compensen el gasto disminuido por las contracciones laterales de un vertedor rectangular, de longitud de cresta L en igualdad de condiciones de carga.

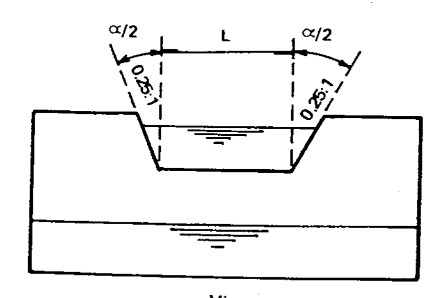


Figura VI.12. Vertedor Cipolletti.

$$tg\,\frac{\alpha}{2} = 0.25$$

$$C_V = \frac{8}{15}\,C_o\,\sqrt{2g}\;tg\,\frac{\alpha}{2}$$

$$C = \frac{2}{3}\,C_o\,\sqrt{2g}$$

Q' = Gasto en vertedor trapecial Cipolletti.

Sustituyendo en la ecuación VI.4, se tiene:

$$Q' = C\,L\,H^{3/2} - \left(0.2 \times \frac{2}{3}\,C_o\,\sqrt{2g} - \frac{8}{15}\,C_o\,\sqrt{2g} \times 0.25\right) H^{5/2}$$

$$= C\,L\,H^{3/2} - \frac{0.4}{3}\,C_o\,\sqrt{2g}\,H^{5/2} + \frac{2}{15}\,C_o\,\sqrt{2g}\,H^{5/2}$$

$$Q' = C\,L\,H^{3/2}$$

Vertedor Trapecial Cipolletti

Según se observa es igual a la fórmula VI.1; idéntica a la de un vertedor rectangular sin contracciones laterales.

Lo anterior muestra que la disminución de gasto cuanto existe contracciones laterales (b' ≥ 2 H, p ≥ 3H, B ≥ B ≥ L + 4H), se ve compensada con la inclinación de 0.25:1 de las caras del vertedor; las ventajas del vertedor Cipolleti son que no necesita corrección por contracciones laterales y por tanto la fórmula de su grado es igual a la VI.1.

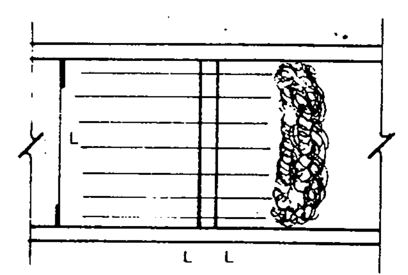


Figura VI.13. Vertedor sin contracciones laterales.

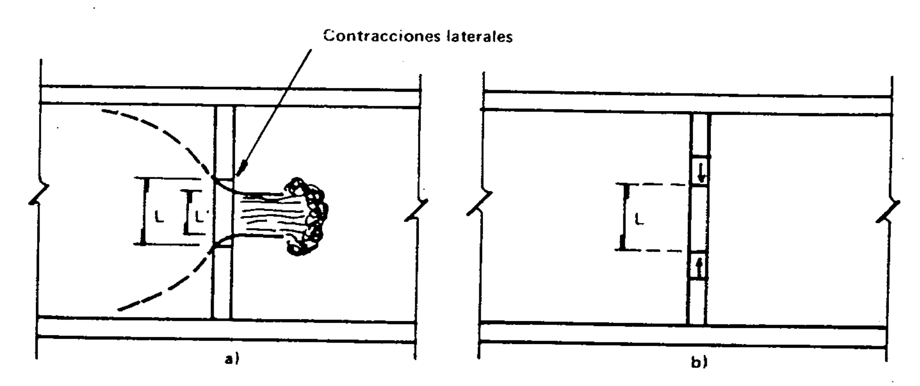


Figura IV.14. a) Vertedor rectangular con contracciones laterales $Q = CL'H^{3/2}$. b) Vertedor trapecial de Cipolletti $Q' = CLH^{3/2}$ es igual a un vertedor rectangular sin compensar las contracciones laterales.

Las fórmulas dadas por Cipclletti, son:

Forma	Unidades inglesas	Unidades métricas
Trapecial Cipolletti	$3.367\ L\ H^{3/2}$	$1.86\ L\ H^{3/2}$

De acuerdo con Sotelo (26), las anteriores expresiones son válidas si:

$$0.08\ m \leq H \leq 0.60$$

$$L \geq 3\,H$$

$b' \geq 2\,H$ (Según Figura IV.1.c)

$$p \geq 3\,H$$

$$30\,H \leq B \leq 60\,H$$

Cuando no se satisfacen los requisitos anteriores se puede sustituir la H de las expresiones por $H + v^2/2g$, para tomar en cuenta el efecto de la velocidad de llegada.

Por otro lado King (17), para considerar el efecto de la velocidad de llegada estima que su fórmula { $Q = 1.78\ L\ H^{1.47}\left[1 + 0.56\,(H/D)^2\right]$, para unidades métricas), puede aplicarse con tanta exactitud a los vertedores Cipolletti como la de este autor ($Q = 1.86\ L\ H^{3/2}$), y que debe preferirse cuando la velocidad de llegada es grande.

6.3.4. Vertedores con Descarga Ahogada.

Cuando en un vertedor el nivel de agua a la salida es mayor que el de su cresta, se dice que se tiene un vertedor con descarga ahogada.

Para obtener el gasto del vertedor con ahogamiento no hay más que corregir la correspondiente descarga de un vertedor libre con un coeficiente de ahogamiento (β).

Así se tiene, según las fórmulas VI.1, VI.2 y VI.3.

- Vertedor rectangular con descarga ahogada:

Sin velocidad de llegada. $Q = C\,L\,H^{3/2}\,\beta$

Con velocidad de llegada. $Q = C\,L\,H^{3/2}\,(1 + C_1 \dfrac{H^2}{D^2})\,\beta$

- Vertedor triangular, con descarga ahogada:

$$Q = C_v\,H^{5/2}\,\beta$$

En las que β es el coeficiente de ahogamiento que depende de la relación de sumergencia (hs/H) y del tipo de cresta (delgada o ancha).

$$\beta = f\left(\frac{hs}{H}, \text{tipo de cresta}\right)$$

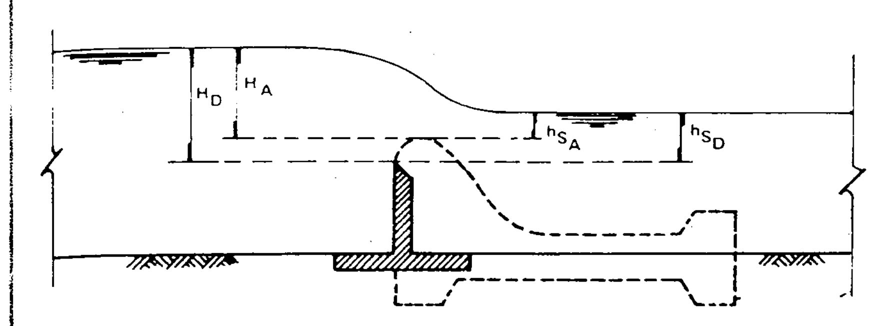


Figura VI.15 Vertedor con descarga ahogada.

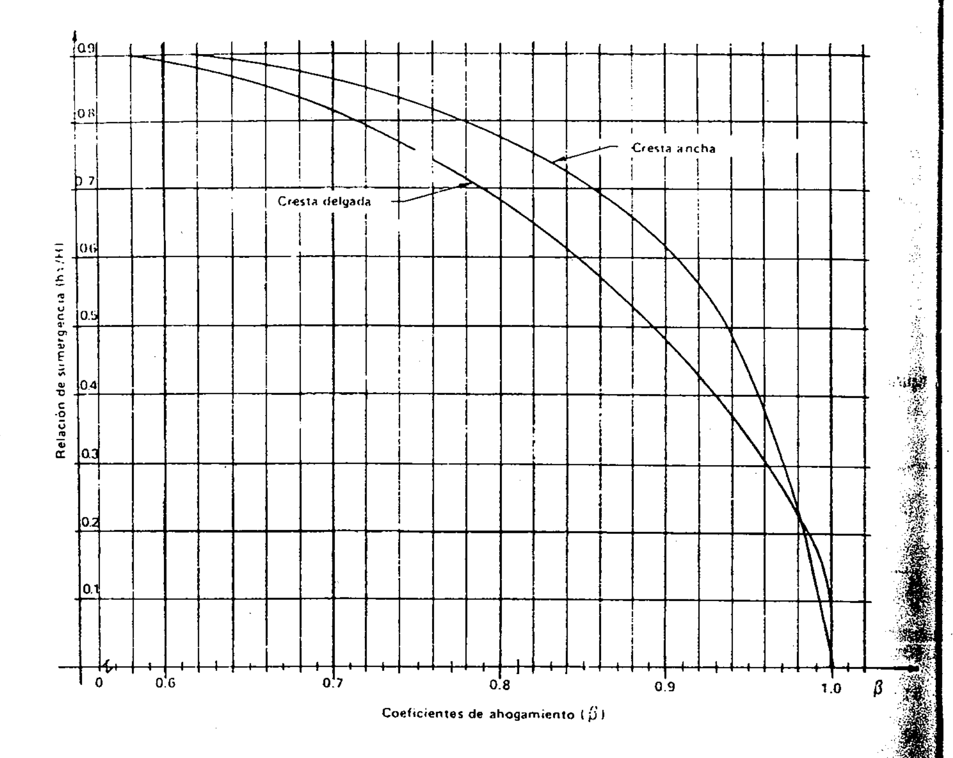
H_D Y hs_D = Carga del vertedor y de sumergencia en vertedor de pared delgada.

H_A Y hs_A = Carga del vertedor y de sumergencia en vertedor de cresta ancha.

TABLA VI.1. Coeficientes de ahogamiento en vertedores (β)

$\frac{hs}{H}$	Cresta delgada C. Herschel	Cresta Ancha USBW
	Valores de β	
0.0	1	1
0.1	1	0.991
0.2	0.985	0.983
0.3	0.959	0.972
0.4	0.929	0.956
0.5	0.892	0.937
0.6	0.846	0.907
0.7	0.787	0.856
0.8	0.703	0.778
0.9	0.574	0.621

Cuando se tengan valores intermedios, para evitar hacer una interpolación lineal se hace uso de la Gráfica No. VI.1.



Gráfica VI.1. Coeficientes de ahogamiento en vertedores.

Por otro lado, Sotelo (26), recomienda para los vertedores de pared delgada la ecuación de Villemonte, como un método simple de evaluar el efecto de ahogamiento de las diferentes formas de vertedor.

$$Q_s = Q \left\{1 - \left(\frac{hs}{H}\right)^n\right\}^{0.385} \qquad \text{(VI.5)}$$

Donde:

Q_s = gasto del vertedor con descarga ahogada, en m^3/seg.

Q = gasto del mismo vertedor con igual carga, suponiendo la descarga libre, en m^3/seg.

n = exponente de la carga H en la expresión de Q, según sea el tipo de vertedor (3/2, para vertedor rectangular; 5/2 para el triangular).

La carga de sumergencia (hs) deberá medirse desde la superficie, aguas abajo fuera de la zona de disturbios, hasta la cresta.

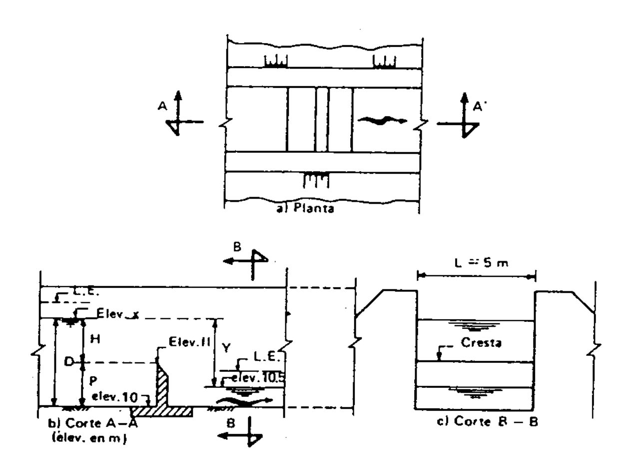


Figura VI.16. Ejemplo de vertedor rectangular sin contracciones laterales.

6.3.5 Ejemplos

1. De vertedor rectangular

Se tiene un vertedor de las siguientes características:... Planta recta, cresta delgada, con velocidad de llegada, vista rectangular y sin contracciones laterales ...de acuerdo con los esquemas y datos siguientes se desea saber cuál es la altura de Remanso(A.R.) para un gasto de 1.51 m^3/seg (según Figura VI.16).

Datos:

Q = 1.51 m^3/seg

L = 2.5 m

Elevación S.L.A. = 10.5 m (descarga)

Elevación cresta = 11 m

Pregunta:

Determinar la altura de remanso

(diferencia de niveles de la S.L.A. antes y después del vertedor)

Respuesta.

1. Determinación altura de remanso (A.R.)

$$y = \text{Elevación } x - \text{Elevación } 10.5 = \text{Elevación } 11 + H - \text{Elevación } 10.5$$

$$y = H + 0.5 \qquad (1)$$

De acuerdo con las características del vertedor y analizando los límites de aplicación, la fórmula que proporciona el gasto es la VI.2.

$$Q = C L H^{3/2} (1 + C_1 \frac{H^2}{D^2})$$

Según Francis, para unidades métricas:

$$Q = 1.84\, L H^{3/2} \left\{ 1 + 0.26 \left(\frac{H}{D}\right)^2 \right\}$$

Para resolver esta ecuación se conoce Q = 1.51 m^3/seg, L = 2.5 m y D = p + H = Elev.11 - Elev.10 + H = 1 + H y se desconoce H, estando dentro de los límites de aplicación especificados en el inciso d) 1. para la fórmula de Francis.

Sustituyendo:

$$1.51 = 1.84 \times 2.5\, H^{3/2} \left\{ 1 + 0.26 \left(\frac{H}{1+H}\right)^2 \right\}$$

$$1.51 = 4.60\, H^{3/2} \left\{ 1 + 0.26 \left(\frac{H^2}{1 + 2H + H^2}\right) \right\}$$

$$\frac{1.51}{4.60} = 0.3283 = H^{3/2} + \frac{0.26 H^2 H^{3/2}}{1 + 2H + H^2} = H^{3/2} + \frac{0.26 H^{7/2}}{1 + 2H + H^2}$$

multiplicando todo por $(1 + 2H + H^2)$

$$0.3283 + 0.6566H + 0.3283H^2 = H^{3/2} + 2H^{5/2} + H^{7/2} + 0.26 H^{7/2}$$

Ordenando:

$$1.26 H^{7/2} + 2 H^{5/2} + H^{3/2} - 0.3283H2 - 0.6566 H = 0.3283$$

$$H (1.26 H^{5/2} + 2H^{3/2} + H^{1/2} 03283H - 0.6566) = 0.3283 \qquad (2)$$

donde:

$$* = (1.26 H^{5/2} + 2H^{3/2} + H^{1/2} - 0.3283H - 0.6566)$$

Resolviendo esta ecuación por medio de tanteos como se muestra en la tabla de cálculo.

TABLA DE CALCULO DE H PARA LA ECUACION (2)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
H	$H^{1/2}$	$H^{3/2}$	$H^{5/2}$	$1.26H^{5/2}$	$2H^{3/2}$	0.3283H	$1.26H^{5/2} + 2H^{3/2} + H^{1/2}$	0.3283H + 0.6566	H(*)
SUP.	√(1)	(2)x(1)	(3)x(1)	1.26x(4)	2x(3)	0.3283x(1)	(2) + (5) + (6)	(7) + 0.6566	(1)x(8)-(9)
0.48	0.6928	0.3326	0.1596	0.2011	0.6652	0.1576	1.5176	0.8142	0.3376
0.46	0.6782	0.3120	0.1435	0.1808	0.6240	0.1510	1.4830	0.8076	0.3107
0.47	0.6856	0.3222	0.1514	0.1908	0.6444	0.1543	1.5208	0.8109	0.3337
0.468	0.6841	0.3202	0.1498	0.1888	0.6404	0.1536	1.5133	0.8102	0.3290

Cuando la columna (10) sea aproximadamente igual a 0.3283 se tendrá el valor H.

Para comenzar a hacer tanteos, considérese al vertedor como si fuera sin velocidad de llegada.

$$Q = C L H^{3/2} = 1.84 \times 2.5 \times H^{3/2} = 1.51$$

$$H^{3/2} = \frac{1.51}{4.6} = 0.3283 \quad H = 0.3283^{2/3} = 0.476$$

Se comienza la tabla con un valor de H = 0.48, desarrollándola, según se observa anteriormente se llega al siguiente valor:

$$H = 0.468 \text{ m}$$

Sustituyéndolo en la ecuación (1);

$$y = H + 0.5 = 0.468 + 0.5 = 0.968$$

$$y = 0.97 \text{ m}$$

Respuesta

Altura de remanso (A.R.) = y = 0.97 m

2 . De vertedor triangular

Se tiene un vertedor de las siguientes características:

...Cresta delgada, vista triangular, planta recta, sin velocidad de llegada, con descarga libre... de acuerdo con los datos y esquemas siguientes, determinar la altura (p) a la cual hay que colocar el vertedor para dar paso a un gasto máximo de 0.250 m^3/seg y evitar se rebase el tirante aguas arriba de 1.75m en un canal rectangular con un ancho de plantilla de 1.50m.

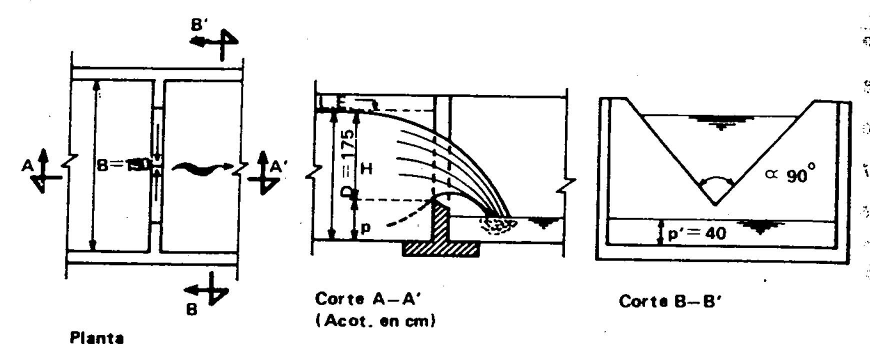


Figura VI.17. Ejemplo de vertedor triangular.

DATOS

$Q = 0.250 m^3/seg$

$D = 1.75m$

$B = 1.50m$

$\alpha = 90°$,

$H = ?$

PREGUNTA

¿Determinar la altura a la cual hay que colocar el vertedor?

Respuesta.

1. Determinación de la altura del vertedor (p), diferencia de niveles de la cresta y la plantilla del canal de acceso.

De acuerdo con los esquemas, de la Figura VI.17.

$$D = p + H, \qquad p = D - H$$

$$p = 1.75 - H \qquad (1)$$

Si se analizan las características del vertedor (vista triangular y descarga libre), su gasto estará definido como:

$$Q = C_\nabla H^{5/2}$$

para esta fórmula, C = 1.4 según especificaciones anteriores.

sustituyendo,

$$0.250 = 1.4 H^{5/2}$$

$$H^{5/2} = \frac{0.25}{1.4} = 0.1786$$

$$H = 0.1786^{2/5} = 0.502\, m$$

sutituyendo en la ecuación (1).

$$p = 1.75 - 0.502 = 1.247 \text{ m}$$

$$p = 1.248\text{m}$$

3 De vertedor trapecial compensado

Se tiene un canal de riego de sección trapecial, diseñado para conducir un gasto máximo de 20 m^3/seg; con una plantilla b = 1.4 m, tirante normal d = 1.36 m, taludes m = 1 y libre bordo LB = 0.40m. Se desea colocar un vertedor trapecial compensado (Cipolletti), de longitud de cresta L = 1.30m, con el objeto de aforar los gastos que escurran por ese canal. ¿A qué altura (p) hay que ubicar la cresta del vertedor, considerando que el tirante aguas arriba no debe rebasar la suma del normal más 3/4 partes del bordo libre?

DATOS:

$Q = 2.0 m^3/seg$

$b = 1.40$ m

$d = 1.36$ m

$m = 1.0$,

$LB = 0.4$ m,

$d' = d + {}^{3/4} LB = 1.66$ m,

$p = ?$

$$d' = p + H; \; p = d' - H$$

$$p = 1.66 - H \qquad (1)$$

Para saber si se considera la velocidad de llegada.

$$A = (b + md')\, d' = (1.40 + 1.0 \times 1.66)\, 1.66$$

$$A = 5.0796\ m^2$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{2.0}{5.0796} = 0.394\ m/seg$$

Como la velocidad de llegada no es grande, las características del vertedor son: "Trapecial Cipolletti, con ahogamiento, sin velocidad de llegada, con contracciones laterales -como es compensado no se toman en cuenta-"... por lo que la fórmula que resuelve este vertedor es la de Cipolletti, afectada por el coeficiente de ahogamiento.

$$Q = 1.86\ L\ H^{3/2}\beta$$

sustituyendo valores,

$$2.0 = 1.86 \times 1.3\ H^{3/2}\beta$$

$$H^{3/2}\beta = 0.8271 \qquad (2)$$

β = coeficiente de ahogamiento = $f\left(\frac{hs}{H}\right.$, tipo de cresta)

hs = carga de sumergencia = d -(d'-H) = 1.36-(1.66-H)

hs = H-0.30

$\beta = f\left(\frac{H-0.30}{H}\right.$, cresta delgada)

Al existir dos variables en la ecuación (2), se resuelve ésta por medio de tanteos en una tabla de cálculo.

Para iniciar los cálculos en la tabla se supone el vertedor con descarga libre, o sea hs = 0

$$Q = 1.86\ L\ H^{3/2};\ H^{3/2} = 0.8271;\ H = 0.881m$$

La tabla se comienza con H = 1.0m

cuando el valor de la columna (5) sea aproximadamente igual a 0.8271

valor obtenido de H = 1.039 m

sustituyendo en la ecuación (1),

$$p = 1.66 - 1.039 = 0.621m$$

TABLA DE CALCULO DE H (en m) PARA LA ECUACION (2)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
H	hs/H	β	$H^{3/2}$	$\beta H^{3/2}$
Supuesta	1-0.3/(1)	Gráficas	$(1)^{1.5}$	(3) x (4)
1.0	0.7	0.7865	1.0	0.7865
1.1	0.7273	0.77	1.1537	0.8883
1.04	0.7115	0.782	1.0606	0.8294
1.039	0.7113	0.781	1.0591	0.8271

El vertedor hay que colocarlo, con su cresta a una altura de 62.1cm respecto a la plantilla del canal.

6.4 Problemas.

6.4.1. Un vertedor rectangular, sin contracciones laterales con una longitud de cresta de 2.0m y una altura de 1.2m, se encuentra funcionando con una carga de 0.30m. Calcular el gasto con la fórmula de Rehbock y la de Francis.

Solución: a) Q = 0.609 m^3/seg, b) Q = 0.605 m^3/seg.

6.4.2. Un canal rectangular de 4.50m de ancho, lleva agua con un tirante de 1.25 m y una velocidad media de 0.7 m/seg. Si un vertedor rectangular sin contracciones laterales de 1.40m de altura se construye transversalmente al canal. ¿A cuánto ascenderá el tirante aguas arriba del vertedor? Use la fórmula de Bazin y la de Francis.

Solución: a) D = 2.0 m, b) D = 2.0 m.

6.4.3. Durante un ensayo, en un laboratorio de Hidráulica, de un vertedor rectangular sin contracciones laterales de 1.5m de longitud de cresta, y 1.0m de altura, la carga se mantuvo constante en un valor de 0.4m. En un tiempo de 28 seg se recogieron 19,678 lt de agua. Hallar el coeficiente de gasto para las fórmulas VI.1 y VI.2 considerando C_1 = 0.26 en la última, así como qué tanto es mayor uno respecto del otro.

Solución: C = 1.85, C = 1.8115, 2.13% mayor que el primero.

6.4.4. Determinar el gasto a través de un vertedor sin contracciones laterales de 2.5m de longitud de cresta y 1.30m de altura, funcionando con una carga de 0.85m. El varlor de C es 1.87. Seleccione la fórmula adecuada entre la VI.1 y VI.2 justificando su uso.

Solución: Q = 3.751 m^3/seg.

6.4.5. Un vertedor sin contracciones laterales de 8.0m de longitud de cresta desagua $12 m^3/seg$ a un canal. El coeficiente de gasto del vertedor C = 1.88, ¿qué altura p debe tener el vertedor si el tirante aguas arriba del vertedor no debe exceder a 2.0m?

Solución: p = 1.14 m

6.4.6. Un vertedor rectangular con contracciones laterales tiene una cresta de 3.0m y tiene 1.2m de altura. Si el canal tiene un ancho de 5.0 m, ¿cuál es el gasto que circula por el vertedor cuando se tiene una carga de 0.30m? Use la fórmula de Francis.

Solución: Q = 0.892 m^3/seg.

6.4.7. Un vertedor con contracciones laterales va a ser construido en un canal rectangular de 4.0m de ancho que conduce un gasto de 290 lps. ¿Qué valores debe tener la longitud y la altura de cresta del vertedor con el fin de que la carga no rebase a 0.3m, o que el tirante aguas arriba del vertedor sea de 1.0m? Utilice la fórmula de Francis.

Solución: L = 0.9 m, p = 0.7 m.

6.4.8. Un vertedor rectangular con contracciones laterales, de 2.5m de longitud deja circular agua con una carga de 0.5m. Calcúlese el gasto por medio de : a) la fórmula de Francis; b) la fórmula de Bazin y c) la fórmula de la Sociedad Suiza de Ingenieros y Arquitectos. Considere: B = 6.0 m y p = 1.00 m.

Solución: a) Q = 1.561 m^3/seg, b) Q = 1.555 m^3/seg, c) Q = 1.543 m^3/seg.

6.4.9. Un vertedor rectangular con contracciones laterales, de 3.5m de longitud se construye en el centro de un canal rectangular de 7.0m de ancho. ¿Qué altura debe tener el vertedor si el tirante aguas arriba es de 1.2m cuando el gasto es de 2.7 m^3/seg?

Solcuión: P = 0.632 m.

6.4.10. Un vertedor rectangular con contracciones laterales tiene una longitud de 1.5m ¿a qué altura (p) se debe colocar en un canal de ancho β = 3.0m, para que el tirante en el canal de acceso sea de 2.8m con un gasto Q = 0.350 m^3/seg? ¿Cuál sería la carga que se tendría en un vertedor triangular con α = 90° para descargar el mismo gasto?

Solución: a) P = 2.542 m, b) H = 0.574 m.

6.4.11. Determínese la descarga de agua sobre un vertedor triangular de α = 60°, si la carga medida es: a) 0.25 m; b) 0.38 m.

Solución: a) Q = 0.025 m^3/seg, b) 0.072 m^3/seg.

6.4.12. El gasto que produce la circulación de agua por un vertedor triangular de 45° es de 26.5 lps.¿Cuál es la carga? Use la fórmula de Lenz.

Solución: H = 0.293 m.

6.4.13. Se tiene un vertedor triangular de α = 90°. ¿Qué carga será necesaria para tener un gasto de 1350 Gal/min?

Solución: H = 0.326 m.

6.4.14. Un vertedor triangular con α = 120° se encuentra funcionando con una carga de 0.35 m, calcular el gasto con las fórmulas de Hertzleer y Bar y comente sobre las diferencias.

Solución: a) Q = 0.174 m^3/seg, b) Q = 0.173 m^3/seg.

6.4.15. Si hay una carga de 0.65m en un vertedor triangular de 90°.¿Qué longitud de vertedor trapecial Cipolletti sería necesaria para que esta longitud fuera cuatro veces la carga sobre él?

Solución: L = 1.333 m.

6.4.16. Cálculese el gasto que circula por un vertedor trapecial Cipolletti de 1.20m de longitud con un carga de 0.33m. Compárese con el gasto sobre un vertedor rectangular con contracciones laterales con la misma longitud y la misma carga.

Solución: a) Q = 0.423 m^3/seg, b) Q = 0.396 m^3/seg.

6.4.17. Un vertedor Cipolletti con una longitud de cresta de 1.85 m se encuentra funcionando con una carga de 0.32 m. Calcular el valor del gasto del vertedor.

Solución: Q = 0.623 m^3/seg.

6.4.18. ¿De qué longitud se deberá construir un vertedor Cipolletti para que la carga medida no exceda de 0.50 m cuando el gasto sea de 2.5 m^3/seg?

Solución: L = 3.81 m.

6.4.19. Una corriente de sección rectangular de 20 m de ancho lleva 1.95 m^3/seg. Determínese la carga resultante sobre un vertedor de Cipolletti de 1.0 m de altura y 3.0 m de longitud, suponiendo que la descarga sea libre.

Solución: H = 0.504 m.

6.4.20. Se tiene un vertedor trapecial compensado con una longitud de 1.25 m y se encuentra funcionando con una carga de 0.38 m y una velocidad de llegada de 1.36 m/seg. Determine el gasto del vertedor.

Solución: $Q = 0.76\ m^3/seg$.

6.5 Vertedores de cresta ancha.

Un vertedor es considerado de cresta ancha (**pared gruesa**) cuando la cresta tiene el ancho suficiente para que en la vena adherente se establezca el paralelismo de los filetes.

En forma semejante a los orificios, si la cresta del vertedor no es de arista afilada, se presenta entonces el vertedor de pared gruesa que puede adquirir varias formas.

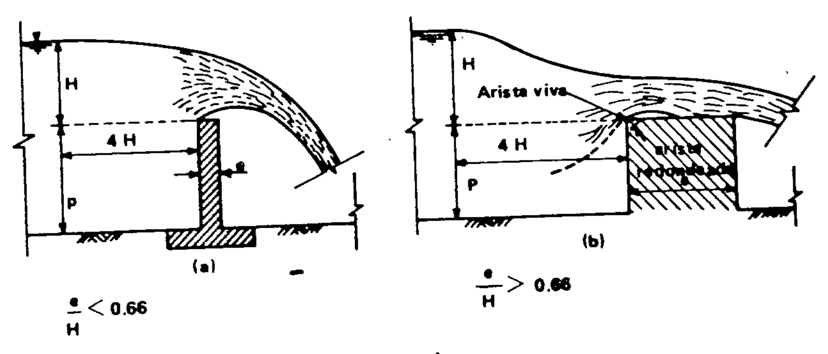


Figura VI.19. Vertedor rectangular de cresta ancha.

En la Figura VI.19 se presenta la forma más sencilla de vertedor de cresta ancha, la cual consiste en aumentar el espesor de la cresta en un vertedor rectangular sin contracciones laterales.

Cuando $e/H \leq 0.66$, el chorro se separa de la cresta y el funcionamiento es idéntico al del vertedor de pared delgada (a). Cuando $e/H > 0.66$ el funcionamiento es diferente pues la lámina vertiente se adhiere a la cresta del vertedor (b).

Se presentan también distintos funcionamientos, dependiendo de la altura p de la cresta sobre el fondo del canal de acceso.

La descarga sobre un vertedor de cresta ancha, depende principalmente de la forma de su sección transversal o perfil y de su cresta, siendo necesaria la

experimentación para determinar el derrame sobre una forma particular. Como el número de formas de los vertedores es ilimitado, no es posible en la actualidad, ni lo será más adelante, disponer de datos experimentales para todos ellos. Sin embargo, se tienen los resultados de varias series de experimentos en vertedores de diferentes secciones transversales o perfiles, que suministran información muy valiosa para la misma forma o formas semejantes.

El gasto sobre vertedores de cresta ancha se expresa en función de H, determinándose experimentalmente los valores de C, para la fórmula en vertedores rectangulares (según ecuación VI.1), según Francis, para cuando no hay velocidad de llegada:

$$Q = C\,L\,H^{3/2}$$

Cuando existe velocidad de llegada, (Según fórmula VI.2)

$$Q = C\,L\,H^{3/2}\left(1 + C_1 \frac{H^2}{D^2}\right)$$

En las que: $C_1 = 0.26$ (Francis) y C depende de las características de la sección del vertedor, teniéndose valores entre:

$$C = \begin{cases} 2.18\ m^{1/2}/seg & \text{Cimacio Creager} \\ 1.45\ m^{1/2}/seg & \text{Rectangular} \end{cases}$$

Este tipo de vertedores se usa también como estructura aforadora, sobre todo cuando los vertedores se han de utilizar por periodos muy largos, evitándose la dificultad que presentan para su conservación los de cresta delgada, ya que las hojas metálicas de borde vivo pueden ser dañadas por los arrastres de cuerpos flotantes, además de que sufren de enmohecimiento.

La utilización más común y generalizada es en obras de excedencias de estructuras hidráulicas (presas de almacenamiento, presas de derivación, canales, etc.).

6.5.1 Vertedores de Excedencias.

En el trazo de la sección transversal de las obras de excedencias o en el estudio del perfil de los propios diques que funcionan ahogados, se busca adoptar la forma más satisfactoria, teniéndose en cuenta el flujo de la lámina vertiente.

Los vertedores más comunes de cresta ancha que se usan en las obras de excedencias son: los de tipo lavadero en aguajes y borderías y los de tipo cimacio en presas, tanto de almacenamiento como derivadoras.

a). Vertedor tipo lavadero.

Es un vertedor en el cual la cresta vertedora no presenta ninguna sobreelevación, es decir, que la cota de la cresta corresponde a la cota de inicio de la rasante de la plantilla del canal de descarga. Su característica hidráulica es la baja eficiencia con que funciona debido a que trabaja ahogado; su funcionamiento se estima que es equivalente a uno de cresta ancha, sección rectangular (Figura VI.20), sin modificaciones de ninguna especie, por lo que comúnmente se usa el coeficiente de gasto C = 1.45 dando longitudes más conservadoras. Son de planta recta y pueden ser de vista rectangular o trapecial. Su uso es muy socorrido en pequeñas obras de almacenamiento (aguajes, bordos, etc.), sobre todo cuando se tiene como límite el aspecto económico.

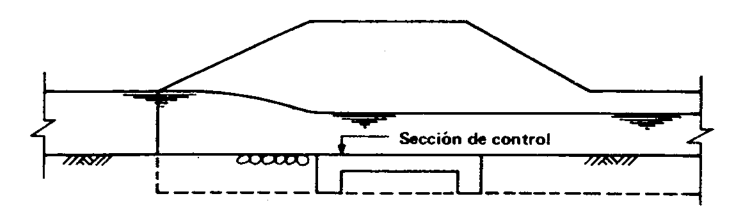


Figura VI.20. Vertedor lavadero.

b). Vertedor tipo Cimacio.

La forma ideal de un vertedor es aquella que favorece el caudal o descarga y que al mismo tiempo impide la eventualidad de efectos nocivos a la estructura, tales como el vacío parcial, las pulsaciones de la vena, las vibraciones, etc.

Precisamente, tratando de cubrir esta forma ideal, W.P. Creager ideó un perfil que le denominó **Cimacio** siendo el más usado en obras de excedencias de presas, tanto derivadoras como de almacenamiento.

El perfil Creager se caracteriza por tener la forma de la cara inferior de una lámina de agua, perfectamente aireada, vertiendo sobre un vertedor de pared delgada y cresta recta, en el que la presión en todos los puntos exteriores de la vena sean igual a la atmosférica.

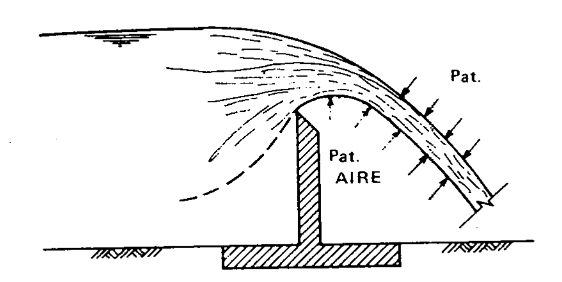


Figura VI.21. Lámina vertiente aireada en vertedor.

Sin embargo, debido a que puede presentarse el fenómeno de cavitación, es decir la producción de vibraciones intermitentes que tienen lugar en el cuerpo de la estructura, debido a que entre la superficie exterior del muro y la cara inferior del manto vertiente, se forma una cámara de aire enrarecido, provocada por la velocidad del agua dando lugar a un vacío, al reducir la presión atmosférica. La diferencia de presiones entre la superficie superior e inferior del manto, provoca un movimiento de éste hacia la cortina produciendo choques intermitentes, que pueden alterar las condiciones de equilibrio de la estructura provocando rupturas en ella, por lo que Creager prefirió hacer penetrar la cortina dentro del manto vertiente para evitar este fenómeno.

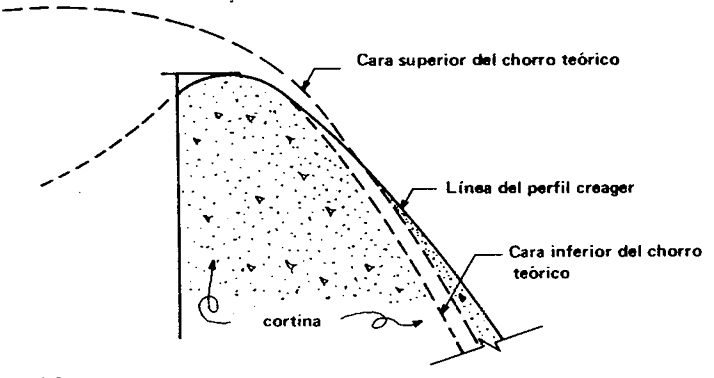


Figura VI.22. Perfil Creager.

Como resultado de sus experimentos creager da los valores que se muestran en la Tabla VI.2, corresponden a las coordenadas del perfil de cimacio en dos tipos de cresta vertedora: con taludes aguas arriba, vertical y a 45° para carga de 1m.

En cada caso en particular, deberán multiplicarse los valores de la tabla por la carga del vertedor correspondiente. Sin embargo, y dando un margen de seguridad, para cargas menores de 1.0 m se recomienda utilizar las coordenadas correspondientes a la carga de 1.0 m.

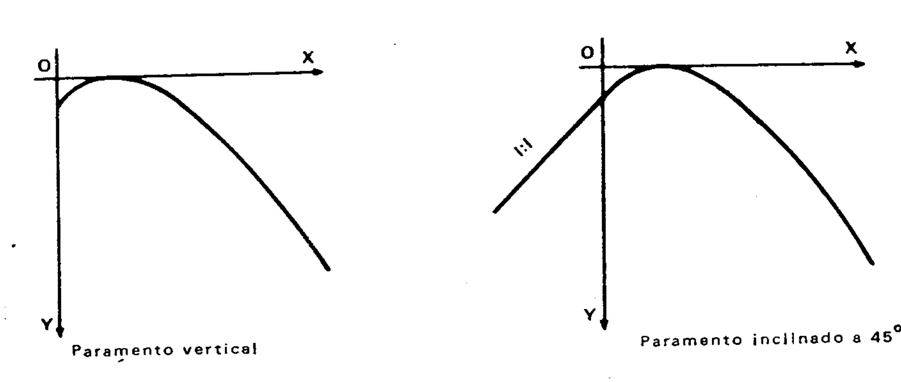


TABLA VI.2. Coordenadas del perfil Creager en vertedores. Cimacio para una carga H = 1 m.

X	Valores de Y	
	Con cara aguas arriga vertical	Con cara aguas arriba a 45°
0.0	0.126	0.043
0.1	0.036	0.010
0.2	0.007	0.000
0.3	0.000	0.005
0.4	0.007	0.023
0.6	0.060	0.090
0.8	0.142	0.189
1.0	0.257	0.321
1.2	0.397	0.480
1.4	0.565	0.665
1.7	0.870	0.992
2.0	1.220	1.377
2.5	1.960	2.140
3.0	2.820	3.060
3.5	3.820	4.080
4.0	4.930	5.240
4.5	6.220	6.580

El trazo de la cresta debe ser hecho para el caudal máximo esperado, o sea, para la mayor carga admisible (carga de diseño) aunque haya poca probabilidad de presentarse.

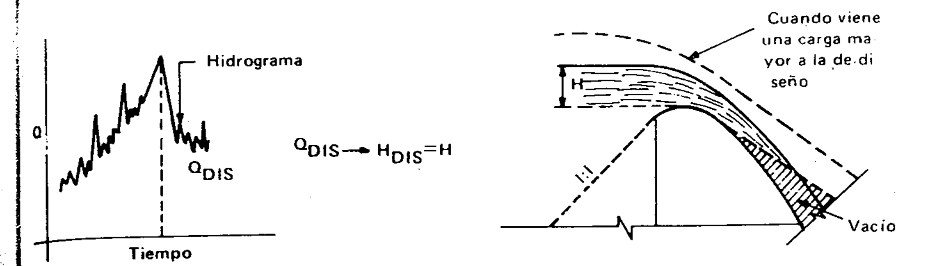


TABLA VI.3. Coeficientes de gasto (C) para unidades métricas en vertedores Creager, descarga libre, planta recta y vista rectangular.

$\frac{H}{Hp}$	Valores de C en $m^{1/2}$/seg	
	Paramento vertical	Paramento inclinado a 45°
0.1	1.787	1.796
0.2	1.810	1.835
0.3	1.85	1.920
0.4	1.910	1.998
0.5	1.980	2.052
0.6	2.030	2.09
0.7	2.080	2.113
0.8	2.123	2.129
0.9	2.160	2.139
1.0	2.171	2.14

NOTA: Hp es la carga de proyecto y H es la carga de trabajo (sobre el vertedor)

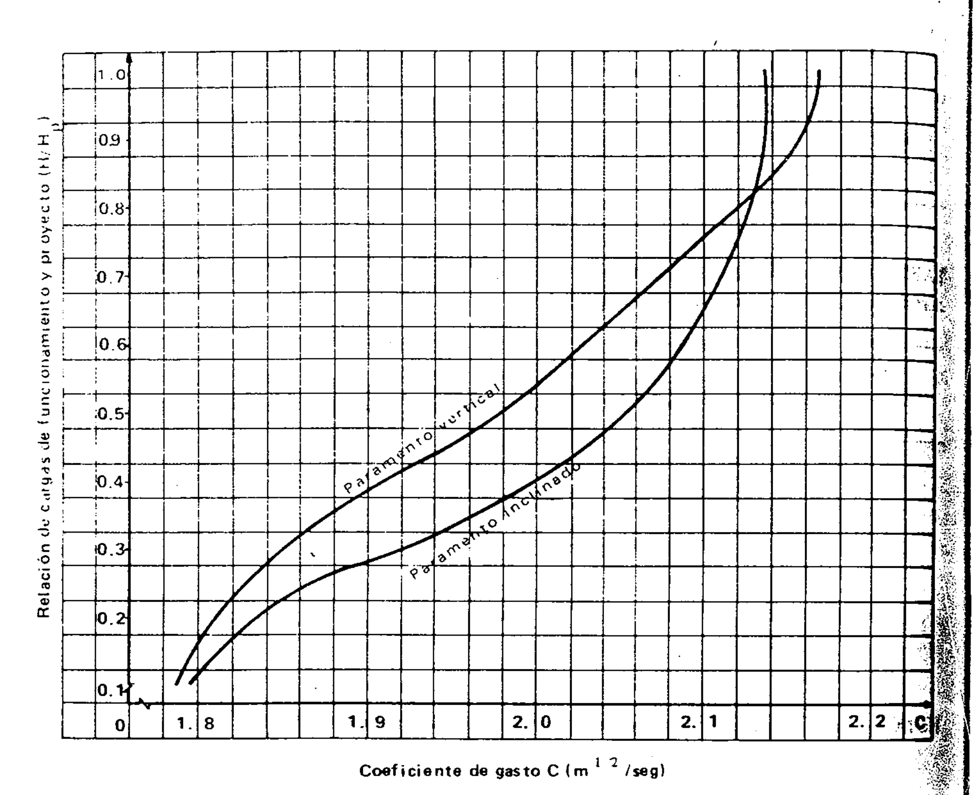
Para evitar la interpretación lineal para valores intermedios, se hace uso de la gráfica VI.2.

Perfil Scimeni. La forma que adquiere el perfil inferior del chorro al caer libremente, según Scimeni, sigue la ecuación siguiente; expresada por Trejo (31) y confirmada por Velasco (35).

$$\frac{y}{H} = 0.5 \left(\frac{x}{H}\right)^{1.85}$$

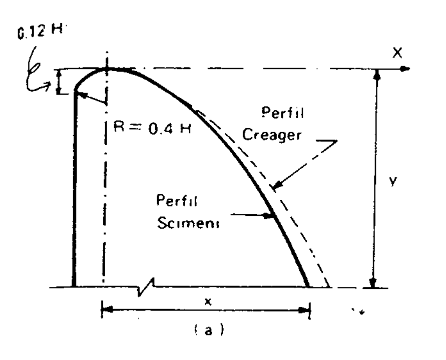
$$\text{ó} \quad y = 0.5\,\frac{x^{1.85}}{H^{0.85}} \qquad \text{(VI.6)}$$

FORMULA SCIMENI



Gráfica VI.2. Coeficientes de gasto para vertedores Creager en funcionamiento con cargas menores a las de proyecto.

La cual está referida al sistema de ejes mostrados en la Figura VI.4. La ecuación es válida desde la cresta vertedora hacia adelante; para la parte anterior propone Scimeni usar un arco de circunferencia con radio R = 0.4H y flecha de 0.12H, según se observa en el inciso a) o también como se muestra en el inciso b).



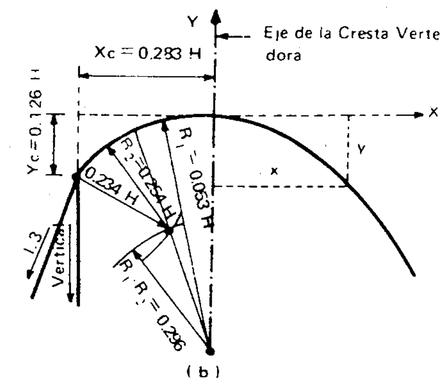


Figura VI.3. Perfil Scimeni.

La forma proporcionada por Scimeni es un poco más delgada que la de Creager, debido que se introduce al manto vertiente poco menos que la de este último.

6.5.2 Ejemplos de vertedores de cresta ancha.

1). Se tiene un vertedor en una presa de almacenamiento de las siguientes características... *Planta recta, cresta ancha (Perfil Creager), vista rectangular, con velocidad de llegada, con contracciones laterales y con descarga libre...*, el vertedor está trabajando a menos de su capacidad total, de acuerdo con los esquemas y datos siguientes ¿determinar el gasto de funcionamiento del vertedor para esas condiciones?

DATOS:

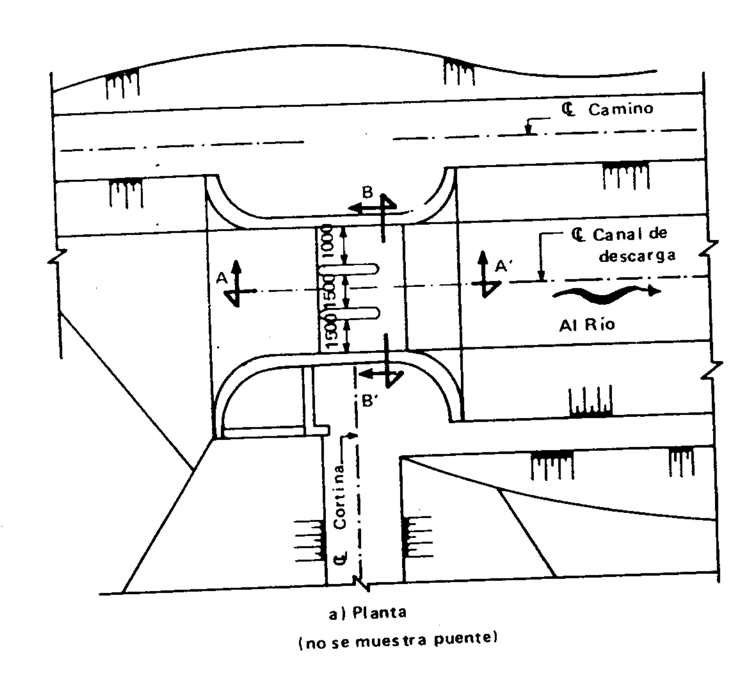
L = 45 m

n = 4 contracciones laterales con entrada hidrodinámica (K = 0.06)

H = Elevación 102.5 - Elevación 100 = 2.5m (carga de funcionamiento).

Hp = 5.0m (carga de proyecto)

d = Elevación 102.5 - Elevación 97 = 5.5m



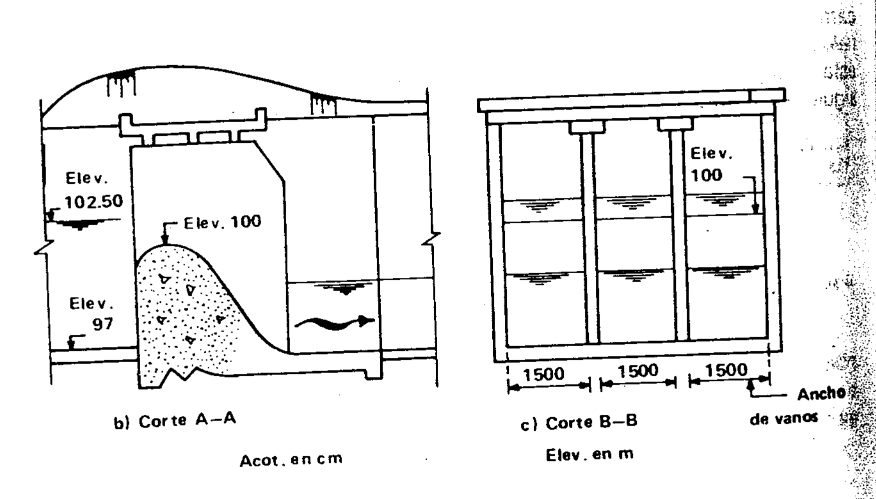


Figura VI.23. Obra de excedencias en presas de almacenamiento.

Respuesta.

1.Determinación del gasto de funcionamiento cuando H = 2.5 m.

De acuerdo con la fórmula de gasto cuando hay velocidad de llegada (VI.2) y como se tiene contracciones laterales (L'):

$$Q = CL'\ H^{3/2}\ (1 + C_1\ \frac{H^2}{D^2})$$

a). Coeficiente de gasto (C)

$$C = f\ (\text{paramento}\ \frac{H}{Hp}) = f\ (\text{paramento vertical y}$$

$$\frac{H}{H_p} = \frac{2.5}{5.0} = 0.5\ )$$

Según gráficas VI.2:

$$C = 1.975\ m^{1/2}/seg$$

b). Longitud corregida por contracciones laterales

L' = f (L, n, H, K), K = 0.06 por entrada hidrodinámica.

$L' = L - n\,K\,H = 45 - 0.06 \times 4 \times 2.5 = 45 - 0.6 = 44.4$

$L' = 44.4$ m

$$D = \frac{A}{L} = \frac{Bd}{L} = \frac{\{L + 2\,(1.0)\}\,5.5}{L} = \frac{(45 + 2)\,5.5}{45} = 5.744$$

D = 5.744 m

Sustituyendo en la fórmula:

$$Q = 1.975\ x\ 44.4\ x\ 2.5^{3/2}\left\{1 + 0.26\ (\frac{2.5}{5.744})^2\right\}$$

$$= 346.625\ (1.049) = 363.61$$

$Q = 363.61\ m^3/seg$

2. Diseñar la obra de excedencias de una presa de almacenamiento, conformada por un vertedor de cresta ancha del tipo Cimacio para ubicarlo en un puerto natural con una longitud de 60m y dar paso a una avenida máxima de diseño, regularizada por el

almacenamiento. de 235 m^3/seg y una caída de 3.5m, para un paramento vertical aguas arriba. Determine la carga de proyecto y el perfil del cimacio usando el tipo Creager.

DATOS:

Vertedor: Tipo Cimacio

L = 60 m
Q = 235 m^3/seg
a = 3.5 m
C = 2.0 $m^{1/2}$/seg

Para las características del vertedor, la fórmula VI.1: es la que resuelve este problema.

$$Q = CL\,H^{3/2}$$

$$H = \left(\frac{Q}{CL}\right)^{2/3} = \left(\frac{235}{2.0 \times 60}\right)^{2/3} = 1.5653$$

Por lo que la carga de proyecto de la obra de excedencias, es:

$$H_p = 1.57 \text{ m}$$

Para determinar el perfil Creager, se multiplican las coodenadas de la Tabla VI.2 por el valor de la carga de proyecto.

Coordenadas del Perfil Creager de la obra de excedencias

X (m)	Y (m)
0.0	0.198
0.157	0.057
0.314	0.011
0.471	0.000
0.628	0.011
0.942	0.094
1.256	0.223
1.57	0.403
1.884	0.623
2.198	0.887
2.669	1.366
3.140	1.915
3.925	3.077
4.171*	3.500
4.710	4.427**

*** Valor interpolado**

**** Como este valor revasó a a = 3.50 m., se interpola aproximadamente en forma lineal para optener X para Y = 3.50 m.**

6.6. Problemas

6.6.1 La obra de excedencias de una presa de almacenamiento se pretende diseñarla del tipo de cimacio y trabajar el vertedor con una carga máxima de 2m. para descargar un gasto máximo de 254.56 m^3/seg. Determinar la longitud de cresta necesaria y el perfil que debe tener el mismo, de acuerdo con el tipo Creager, si se va a tener una altura máxima de 4.50 m.

Solución: L = 45.0m.

6.6.2 Para el problema anterior, desarrolle el perfil Scimeni y explique las ventajas y desventajas de cada uno de ellos, recomendando el más conveniente.

6.6.3 En una presa derivadora se requiere un vertedor del tipo cimacio como obra de excedencias, para alojarlo en el dique en una longitud no mayor de 40 m y dar paso a una avenida máxima de 52 m^3/seg, determinar: ¿Qué carga es necesaria para satisfacer las condiciones de flujo expuestas?, y el perfil Scimeni de proyecto para la carga obtenida en una altura máxima de 3.5 m.

Solución: H = 0.75 m.

6.6.4. Para el problema anterior determine las coordenadas del perfil Creager, recomendando el que más convenga.

6.6.5. En un bordo de almacenamiento se va a construir un vertedor tipo lavadero para funcionar con una carga H = 0.75 m y desfogar un gasto Q = 37.67 m^3/seg. Determine la longitud necesaria para satisfacer las condiciones enunciadas.

Solución: L = 40.0 m.

6.6.6. Para la obra de excedencias de un bordo de almacenamiento, se dispone topográficamente de una longitud no mayor de 30 m, para dar paso a una avenida máxima de diseño de 43.5 m^3/seg. Determine la carga de funcionamiento del vertedor con el objeto de obtener la altura máxima del bordo. Considere un vertedor tipo lavadero.

Solución: H = 1.0 m.

Capítulo 7

FLUJO DEL AGUA EN TUBERIAS

7.1 Definición.

En hidráulica se entiende por tubería a cualquier conducto cerrado de desarrollo importante (como mínimo alrededor de 500 veces su diámetro, -10-), que transporte agua sin superficie libre, es decir a presión, por lo que al insertar un piezómetro en cualquier punto de su recorrido el agua asciende en él a mayor nivel que la clave (parte superior), del entubamiento; por lo general son de sección circular. Los conductos cerrados en que el agua circula con superficie libre (sin llenarlos completamente), se clasifican en su totalidad como canales, dentro de estos conductos están las alcantarillas y tuberías de avenamiento (drenaje).

7.2 Finalidades.

Según Camargo y Salazar (6), las finalidades de tuberías, son:

a) Científicas. En laboratorios hidráulicos las tuberías se utilizan para fines científicos de investigación.

b) Prácticas. Las finalidades prácticas de las tuberías son: la conducción, distribución y drenaje a presión, de agua y líquidos industriales. Se usan en abastecimiento y distribución de agua potable o cruda, en riego por aspersión o goteo, en enfriamiento de máquinas, en drenaje de minas, en alumbrado de mantos petrolíferos, etc.

7.3 Partes.

Las partes de una tubería, son: entrada, salida, tubos o tramos, juntas, piezas especiales o conexiones, válvulas o llaves y medidores, principalmente.

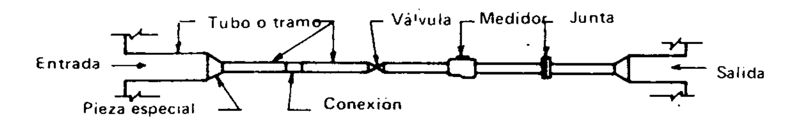


Figura VII.1. Partes de una tubería.

7.4 Clasificación.

Los sistemas de tuberías que distribuyen el agua en el campo, las ciudades o en grandes plantas industriales pueden ser extremadamente complicados. En esta clasificación sólo se consideran algunos casos bajo condiciones relativamente sencillas.

Las tuberías pueden clasificarse en simples, en serie, equivalentes, con descarga libre y con descarga ahogada.

a) Tubería simple.

Una tubería es simple cuando en toda la longitud considerada se tiene el mismo diámetro, con las mismas características y sin ramificaciones.

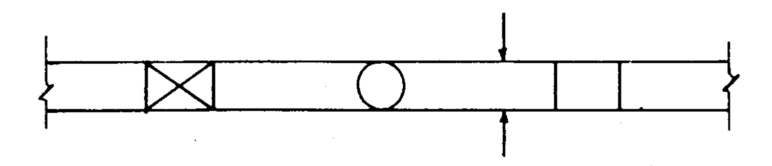


Figura VII.2. Tubería Simple.

b) Tubería en Serie.

Una tubería está en serie cuando en la longitud considerada se tienen tramos de diferentes diámetros y características, acoplados uno detrás de otro y sin ramificaciones.

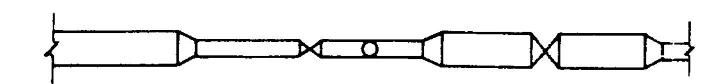


Figura VII.3. Tubería en serie.

c) Tubería Equivalente.

Una tubería es equivalente cuando se tiene otra que da la misma pérdida de carga y el mismo gasto. Algunas veces las pérdidas de carga localizadas se pueden expresar en longitudes de tubería equivalente.

d) Tubería con descarga ahogada.

Una tubería es con descarga ahogada cuando el nivel del agua a la salida es mayor que el de la clave del tubo.

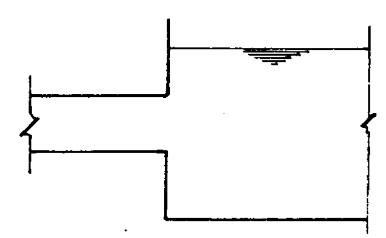


Figura VII.4. Tubería con descarga ahogada.

e) Tubería con descarga libre.

Una tubería es con descarga libre, cuando el nivel del agua a la salida es menor que el de la parte inferior del tubo.

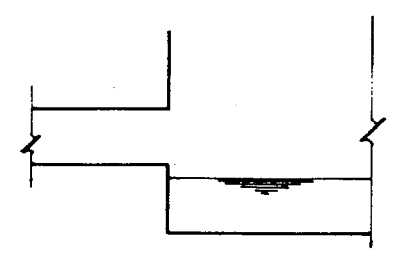


Figura VII.5. Tubería con descarga libre.

Cuando las tuberías son más de una, forman un sistema. Los sistemas de tuberías pueden clasificarse en: compuesto, en paralelo, ramificado o en parrilla.

a) *Sistema de tuberías compuesto.* Un sistema de tuberías es compuesto cuando está constituido por varias tuberías en serie.

b) *Sistema de tuberías en paralelo.* Un sistema de tuberías está en paralelo cuando se constituye por dos o más tuberías que, partiendo de un punto vuelven a unirse en otro punto, aguas abajo del primero.

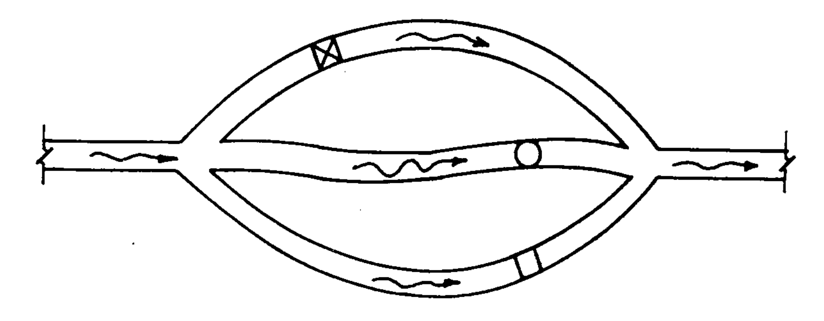


Figura VII.6 Sistema de tuberías en paralelo.

c) *Sistema de tuberías ramificado.* Un sistema de tuberías es ramificado cuando está constituido por dos o más tuberías que se dividen en cierto punto y no vuelven a unirse aguas abajo.

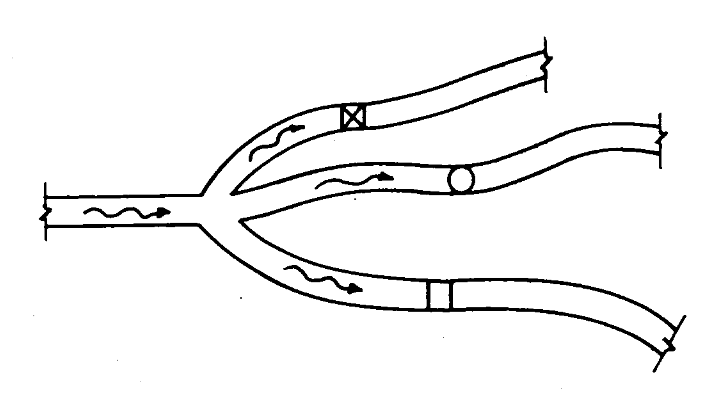


Figura VII.7. Sistema de tuberías ramificado.

d) *Sistema de tuberías en parrilla.* Se dice que un sistema de tuberías está en parrilla cuando forman una red constituida por tuberías interconectadas entre sí, formando circuitos, de tal manera que el gasto que se tiene a través de determinada salida puede provenir de varios circuitos. Tal es el caso de los sistemas de abastecimiento de agua potable y de drenaje en los centros urbanos.

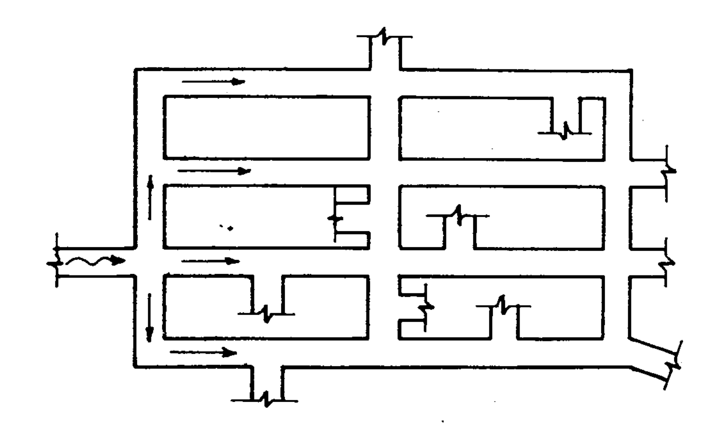


Figura VII.8. Sistema de tuberías en parrilla

7.5 Requisitos Técnicos.

Los requisitos técnicos de las tuberías, según (6) son:

a) Deben ser corrientes a presión de gran desarrollo en las que las pérdidas de carga por fricción (o recorrido), sean mayores que las pérdidas de carga localizadas.

b) Deben estar diseñadas estructuralmente todas sus partes para resistir, con coeficientes de seguridad razonables, las presiones, sobrepresiones, cargas de trabajo y la acción de la intemperie, corrosión e incrustación cuando proceda.

c) No deben rebasarse velocidades altas de acuerdo con el material de los tramos o tubos, para protegerlas de desgaste, vibración y sobrepresión dinámica críticas (golpe de ariete).

Las velocidades tolerables, son de 3.5 a 6 m/seg en concreto y de 3 a 12 m/seg en acero, siendo éstos algunos de los materiales más utilizados en Ingeniería Hidráulica.

7.6 Dispositivos de medición en tuberías.

7.6.1 De velocidad.

a) Tubo de Pitot.

Consiste de un tubo abierto en uno de sus extremos y doblado en ángulo recto en dirección a la corriente del agua, permite medir la presión de estancamiento (**Presión total = presión estática + presión dinámica**).

$$H = \frac{P}{\omega} + \frac{v_t^2}{2g} - \frac{P}{\omega} = \frac{v_t^2}{2g}, \quad v_t = \sqrt{2gH}$$

En ésta se debe introducir un coeficiente de corrección C.

$$v_t = C\sqrt{2gH} \qquad \text{(VII.1)}$$

$C \leq 1$ (Según la forma y posición de la abertura).

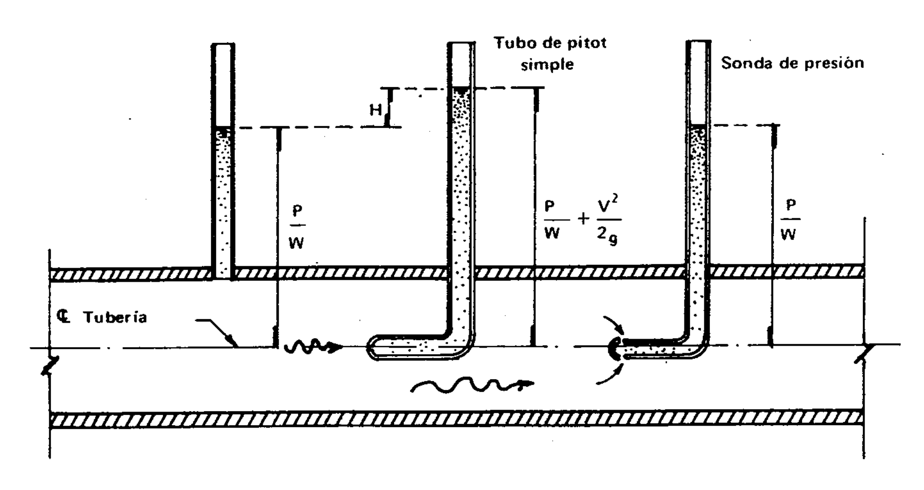


Figura VII.9 Tubo de pitot.

b) Tubo de Prandtl.

Este es un tubo de pitot estático que permite medir directamente la carga de velocidad, ya que combina el funcionamiento de la sonda de presión y del tubo de pitot simple.

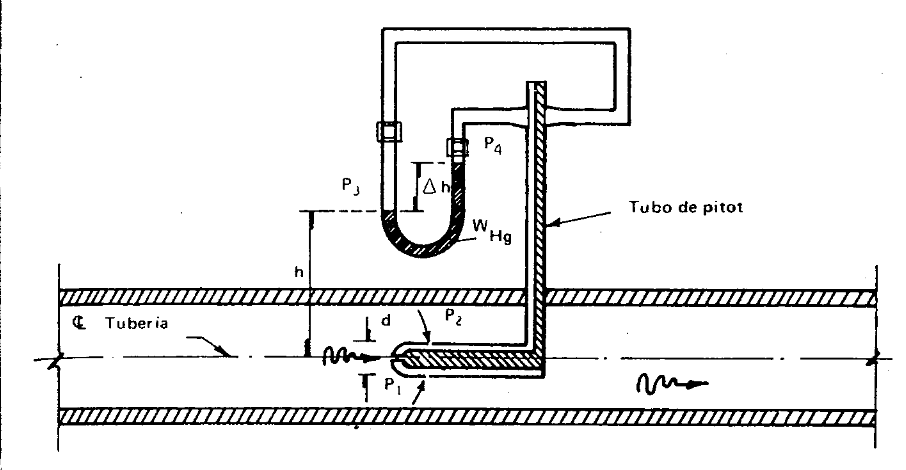


Figura VII.10 Tubo Prandtl.

Para satisfacer el equilibrio estático, entre las columnas del líquido y del manómetro, se debe cumplir con lo siguiente:

$$\frac{P_1}{\omega} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_3}{\omega} + h$$

$$\frac{P_2}{\omega} = \frac{P_4}{\omega} + (h + \Delta h) \qquad \text{(b)}$$

Pero además, $p_3 = p_4 + \omega_m \Delta h$ (c)

y por un proceso de eliminación se tiene que:

$$\frac{p_1}{\omega} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\omega} + \left(\frac{\omega_m}{\omega} - 1\right)\Delta h$$

pero como $p_1 = p_2$ se tiene;

$$v_1 = \sqrt{2g\,\Delta h\left(\frac{\omega_m}{\omega} - 1\right)} \qquad \text{(VII.2)}$$

Fórmula de la velocidad en un tubo de Prandtl

Por la forma del tubo Prandtl (Nariz despuntada), C = 1.

Donde:

Δh = Diferencia de lecturas en el manómetro diferencial.

ω_m = Peso volumétrico del líquido manométrico.

ω = Peso volumétrico del líquido del conducto.

c) Rotámetro.

Un medidor de lectura directa de la velocidad, es el rotámetro. Consiste en un flotador contenido dentro de un tubo transparente, de diámetro variable desde la entrada hasta la salida.

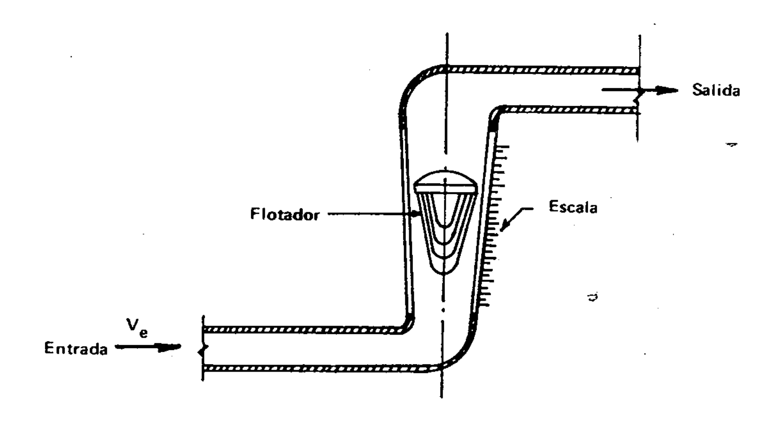


Figura VII.11 Rotámetro.

Por la ecuación de continuidad, el gasto que entra al tubo es:

$$Q = A_e v_e = Av$$

Donde:

A_e = área del tubo a la entrada

v_e = velocidad del flujo en la entrada

A = área variable del tubo transparente

v = velocidad

La velocidad v del flujo (dentro del tubo), cambiará con el área del mismo al ascender o descender el flotador, estrangulando el área en que se encuentre. Conocida la geometría del aparato se puede calibrar en la fábrica, de tal manera que sobre una escala graduada se lea directamente el valor de la velocidad (v_e).

7.6.2 De gasto.

El gasto en la sección de una tubería se puede medir indirectamente con dispositivos de aforo, en el sitio en el que se desea conocer. Los dispositivos más comunes son: Venturímetros, toberas y diafragmas; se adaptan generalmente a tuberías de medianas y grandes dimensiones, donde es necesario llevar un control de los gastos, como en el caso de redes de abastecimiento de agua.

a) **Venturímetro.** Este dispositivo se utiliza para medir el gasto a través de una tubería. Generalmente se hace de una sola pieza fundida y consta de los siguientes elementos: Una sección aguas arriba, de igual diámetro que la tubería y provista de un anillo de bronce, con una serie de aberturas piezométricas para medir la presión estática en esa sección; una sección cónica convergente; una garganta cilíndrica provista también de un anillo piezométrico de bronce y una sección cónica con una divergencia gradual hasta alcanzar el diámetro original de la tubería. Los anillos piezométricos se conectan a uno y otro extremo respectivamente, de un manómetro diferencial.

Aplicando la expresión teórica del Teorema de Bernoulli entre 1 y 2 (según Figura VII.12), con el plano de referencia arbitrario, se tiene:

$$Z_1 + \frac{p_1}{\omega} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\omega} + \frac{v_2^2}{2g} \qquad \text{(a')}$$

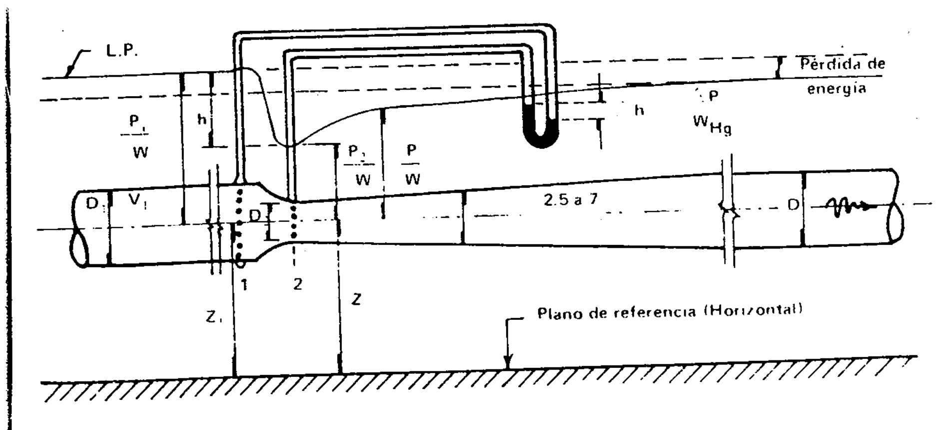


Figura VII.12. Venturímetro.

Por otra parte de la ecuación de continuidad, se tiene que:

$$v_1 = \frac{A_2 v_2}{A_1} \qquad \text{(b')}$$

$$\text{con } h = (z_1 + \frac{p_1}{\omega}) - (z_2 + \frac{p_2}{\omega})$$

Sustituyendo la ecuación (b') en la ecuación (a'), se obtiene:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - (\frac{A_2}{A_1})^2}}$$

Como velocidad real queda afectada con un coeficiente de velocidad (C_v), y en términos de la sección de la deflexión en el manómetro de mercurio, el gasto es:

$$Q = A_2 v_2 = \frac{C_v A_2}{\sqrt{1 - (\frac{A_2}{A_1})^2}} \sqrt{2gh} = \frac{C_v A_2}{\sqrt{1 - (\frac{A_2}{A_1})^2}} \sqrt{2g\,\Delta h\,(\frac{\omega_m}{\omega} - 1)}$$

considerando a,

$$\frac{C_v}{\sqrt{1 - (\frac{A_2}{A_1})^2}} = C_d \quad y \quad \frac{A_2}{A_1} = m = \frac{D_2^2}{D_1^2}$$

$$C_d = \frac{C_v}{\sqrt{1 - m^2}}$$

se tiene finalmente.

$$Q = C_d A_2 \sqrt{2g\,\Delta h\,(\frac{\omega_m}{\omega} - 1)} \qquad \text{(VII.3)}$$

Gasto para un venturímetro.

Donde:

Q = Gasto del venturímetro en m^3/seg.

Cd = Coeficiente de gasto que depende del tipo de venturímetro, grado de estrangulamiento (m), de los efectos viscosos y de la rugosidad del tubo, adimensional.

A_2 = Area de la Sección de la garganta, en m^2.

Δh = Diferencia de lecturas del manómetro diferencial, en m.

ω_m = Peso volumétrico del líquido manométrico, en Kg/m^3.

ω = Peso volumétrico del líquido del conducto, en Kg/m^3.

C_d para valores del número de Reynolds arriba de 200 000, a partir del cual se vuelve independiente.

m	C_d
0.05	0.9873
0.10	0.9899
0.20	1.0013
0.30	1.0200
0.35	1.033
0.40	1.0477
0.45	1.0674
0.50	1.0918
0.60	1.1550

b). **Diafragma.** El diafragma consiste en una placa, donde se practica un orificio de área A_o, la cual se inserta dentro de la tubería en la sección deseada. Este dispositivo se puede utilizar donde se permita una gran pérdida de energía para efectuar el aforo.

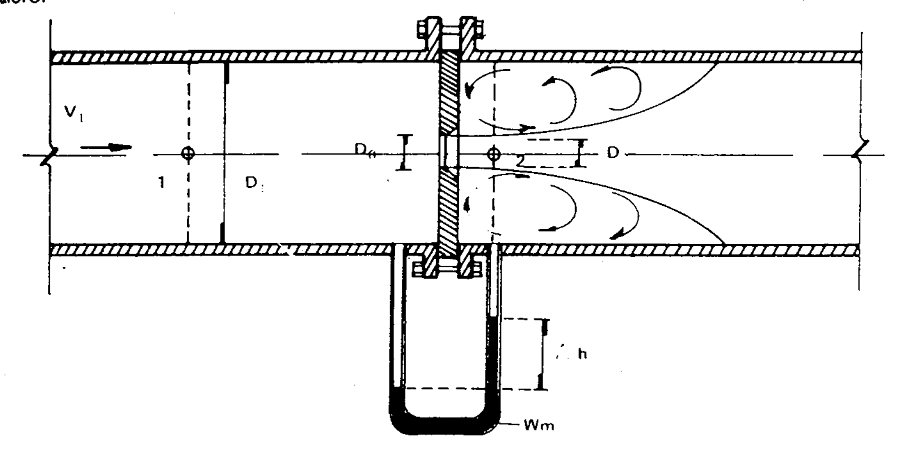


Figura VII.13. Diafragma.

La modificación en las velocidades, ocasiona un cambio de presiones antes y después del diafragma, cuyo valor determina el gasto.

Las ecuaciones de continuidad y de Bernoulli (Expresión teórica para las secciones 1 y 2 de la Figura VII.13, son:

$$v_{1_t} = \frac{A_2}{A_1} v_{2_t}\ ;\ A_2 = C_c A_0\ ;\ \frac{p_1}{\omega} + \frac{v_{1_t}^2}{2g} = \frac{p_2}{\omega} + \frac{v_{2_t}^2}{2g}$$

sustituyendo V_{1t}, se tiene;

$$\frac{v_{2_t}^2}{2g}\left[1 - C_c^2\left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2\right] = \frac{p_1 - p_2}{\omega}$$

$$v_{2_t} = \sqrt{\frac{2g\,\frac{(p_1 - p_2)}{\omega}}{1 - C_c^2\left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}}$$

Para obtener la velocidad real en la sección contraída, se multiplica por C_v:

$$v_2 = C_v\sqrt{\frac{2g\,(p_1 - p_2)/\omega}{1 - C_c^2\left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}}$$

que al multiplicar por el área en la sección contraída ($A_0\,C_c$), resulta el gasto real,

$$Q = C_v\,C_c\,A_0\sqrt{\frac{2g\,(p_1 - p_2)/\omega}{1 - C_c^2\left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}}$$

Al expresar la ecuación en función de la diferencia manométrica Δh,

$$Q = \frac{C_c\,C_v\,A_0}{\sqrt{1 - C_c^2\left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}}\sqrt{2g\,\Delta h\left(\frac{\omega m}{\omega} - 1\right)}$$

considerando a,

$$\frac{C_c\,C_v}{\sqrt{1 - C_c^2\left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}} = Cd$$

$$Q = C_d\,A_0\sqrt{2g\,\Delta h\left(\frac{\omega m}{\omega} - 1\right)} \qquad \text{(VII.4)}$$

Gasto determinado por **diafragma**

Donde:

Q = Gasto en el diafragma, en m^3/seg.

C_d = Coeficiente de gasto (depende de la geometría del diafragma y de la rugosidad de las paredes y del número de Reynolds que incluye el efecto de la viscosidad del flujo), administrativo.

A_o = Area de la sección del orificio, en m^2.

Δh = Diferencia de lecturas del manómetro diferencial, en m.

Las tomas piezométricas deben quedar localizadas a 2.5cm antes y después de la placa. Para valores de $R_e > 10^5$, Cd se vuelve prácticamente independiente de R_e pudiendo utilizarse estos valores:

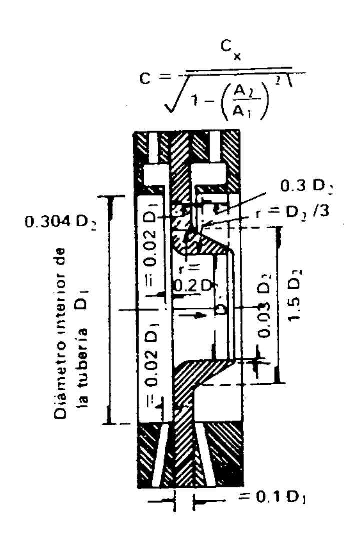
$\frac{A_0}{A_1}$	C_d
0.05	0.597
0.10	0.604
0.20	0.616
0.30	0.635
0.40	0.661
0.50	0.696
0.60	0.743
0.70	0.805

c). **Toberas**. Para tuberías con diámetro mayores de 30 cm, se emplean toberas en lugar de diafragmas. Se tiene una forma comúnmente usada, que ha sido estudiada y cuyas dimensiones especificadas por la VDI (Verein Deutscher Ingenieure), su forma eliminada el coeficiente de contracción haciéndolo igual a uno. Esto es, las dimensiones del orificio coinciden con las del área contraída con la única salvedad de que $A_o = A_2$ y $C_c = 1$.

La ecuación que proporciona el gasto, es:

$$Q = C_d\,A_2\sqrt{2g\,\Delta h\left(\frac{\omega m}{\omega} - 1\right)}$$

Para la tobera de la Figura VII.14, C_d varía aproximadamente entre 0.95 para $R_e = (v_2 D_2)/\nu = 10^5$ hasta 0.98 para $R_e = 10^6$ a partir del cual se conserva constante este último valor.



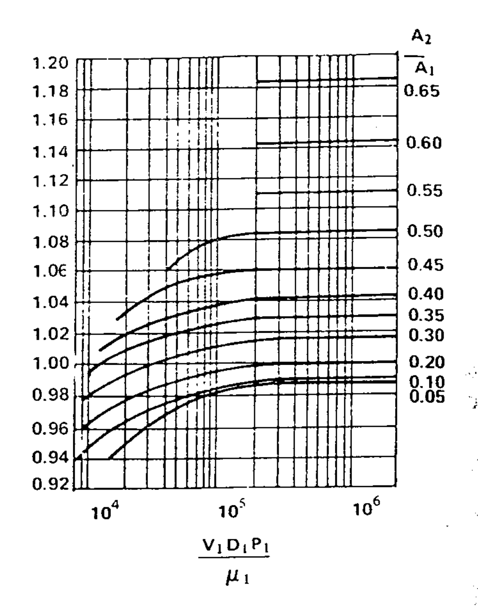


Figura VII.14. Tobera VDI.

Para lograr mejor precisión en los aforos con estos dispositivos, se recomienda tener un tramo de tubería recta de por lo menos 10 a 40 D antes de ellos y de por lo menos 5 D después de los mismos.

Estos dispositivos (Diafragma y tobera), de aforo son menos costosos que el tubo de Venturi; sin embargo, presentan las desventajas de que las pérdidas globales son mucho mayores, debido a la falta de confinamiento del chorro inmediatamente abajo de la boquilla.

d). **Aforador de Codo**. El aforador de codo es uno de los medidores de gasto más sencillos. Se conecta un manómetro diferencial a dos aberturas piezométricas, una en el lado cóncavo y otra en el lado convexo del codo; la diferencia en presiones se relaciona con el gasto, debido a la fuerza centrífuga que actúa sobre el codo. Se debe tener un segmento rectilíneo de tubería antes del codo y, con el fin de obtener resultados precisos, el medidor debe calibrarse en el lugar donde se va a utilizar. Dado que la mayoría de las tuberías disponen de algún codo, éste puede utilizarse como medidor; una vez calibrado, los resultados son tan confiables como los que se obtienen con un tubo venturi o con orificio.

En la figura siguiente se detalla la disposición de las tomas piezométricas.

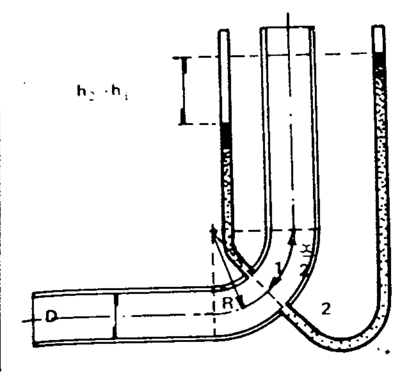
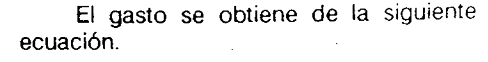


Figura VII.15. Aforador de codo.

El gasto se obtiene de la siguiente ecuación.



$$Q = C_d \, K A \, \sqrt{2 g \, \Delta h}$$



Donde:

A = área de la tubería

$\Delta h = h_2 - h_1$ = diferencia de cargas de presión (expresada en metros de columna de agua), entre el lado cóncavo y el lado convexo.

C_d y K = Coeficientes adimensionales (de gasto y de forma respectivamente), que dependen de la relación R/D, radio del codo a diámetro del tubo.

Coeficiente K para el aforador de Codo.

R/D	C_d	K
1.0	1.23	0.570
1.25	1.10	0.697
1.50	1.07	0.794
1.75	1.05	0.880
2.00	1.04	0.954
2.25	1.03	1.02
2.50	1.03	1.02
2.75	1.02	1.14
3.00	1.02	1.20

e). **Rotámetro.** Es un medidor de sección transversal variable, que consiste en un tubo transparente y un **flotador** (en realidad más pesado que el líquido), el cual se desplaza hacia arriba a través del conducto debido al flujo. El tubo se gradúa para leer el gasto directamente. Varias ranuras practicadas en el flotador ocasionan que éste gire, manteniendo así una posición central en el tubo. Cuando más grande sea el gasto, más arriba será la posición que el flotador alcance.

7.7. Análisis del escurrimiento en tuberías.

La corriente de un líquido real es mucho más compleja que la de un líquido ideal. Debido a la viscosidad de los líquidos reales, en su movimiento aparecen fuerzas cortantes entre las partículas líquidas y las paredes del contorno, así como entre las diferentes capas del líquido.

Para los líquidos reales, el estudio del escurrimiento en conductos (tuberías o canales), se basa en la Ecuación de la Energía o Teorema de Bernoulli, según observación hecha con anterioridad, en la cual también se marcó que al circular el agua por esos conductos se presentaban pérdidas en su energía disponible y que el movimiento se hacia a expensas de la energía poseída por el líquido.

Las pérdidas de energía o de carga se clasificaron en pérdidas de carga por fricción o mayores y pérdidas localizadas o menores. La importancia de cada una de las pérdidas de carga depende si la tubería es corta o larga. Si es corta, predominan las pérdidas localizadas, pudiéndose prescindir la fricción, tal es el caso de orificios y vertedores; y viceversa si es larga predominan las pérdidas por fricción, pudiéndose omitir las menores por ser generalmente pequeñas comparadas con las de fricción; pero si la tubería es de longitud intermedia, tendrán más o menos la misma importancia los dos tipos de pérdidas de carga y por tanto, ambas se tomarán en cuenta, entre estas últimas se encuentran las tuberías y los canales que son de importancia para el Ingeniero Agrónomo especialista en irrigación.

7.7.1. Pérdidas de carga por fricción.

Pocos problemas han merecido tanta atención o han sido tan investigados, como el de la determinación de las pérdidas de carga en las tuberías. Las dificultades que se presentan en el estudio analítico de la cuestión son tantas, que llevaron a los investigadores a realizar estudios experimentales. Así, después de numerosos experimentos conducidos por Darcy y otros investigadores con tubos de sección circular, concluyeron que la resistencia al flujo del agua, es:

a). Directamente proporcional a la extensión de la tubería.

b). Inversamente proporcional a una potencia del diámetro.

c). Función de una potencia de la velocidad.

d). Varía con la naturaleza de las paredes de los tubos (rugosidad), en el caso del régimen turbulento.

e). Es independiente de la posición del tubo.

f). Es independiente de la presión interna bajo la cual el líquido fluya.

Para una tubería la pérdida de carga puede ser expresada como:

$$h_f = k\ \frac{L\ v_n}{D^m}\ ;\ \text{por lo que: } D^m\ \frac{h_f}{L} = k\ v^n$$

Si se designa a $\frac{h_f}{L}$ por S_f, esto es, la pérdida de carga unitaria por metro lineal de tubería, se puede escribir de la siguiente forma:

$$D^m\ S_f = k\,v^n$$

El coeficiente k tiene en cuenta las condiciones de los tubos y lleva implícitas cuestiones de cierta complejidad. En la práctica esa expresión general de resistencia, es sustituida por fórmulas empíricas establecidas para determinadas condiciones.

Para estudiar el problema de la resistencia al flujo, es necesario volver a la clasificación inicial de los flujos observados anteriormente, y considerar las grandes diferencias en su comportamiento, entre los flujos laminar y turbulento.

El flujo o corriente en las tuberías se divide en dos tipos generales, laminar y turbulento. Cuando la corriente es laminar las capas adyacentes del fluido se desplazan paralelas entre sí y no hay velocidades transversales a la corriente. La corriente turbulenta se caracteriza por la presencia de velocidades transversales a la corriente que originan remolinos. Si se inyecta una pequeña cantidad de colorante en una corriente laminar, el colorante se extenderá aguas abajo como un hilo bien marcado de color, mientras que en la corriente turbulenta, se mezclará rápidamente por toda la sección de la tubería.

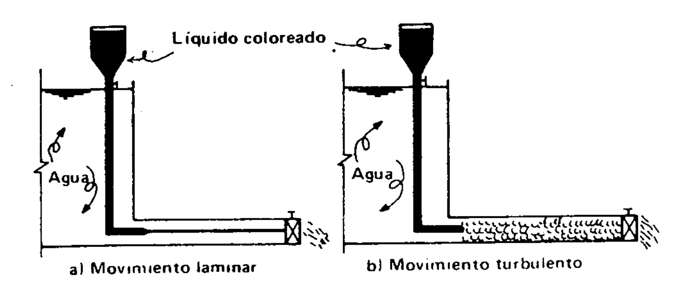


Figura VII.16. Aparato de Reynolds.

Osborne Reynolds (1883), en base a sus experimentos fue el primero que propuso el criterio para distinguir ambos tipos de Flujo, mediante el número que lleva su nombre, *el cual permite evaluar la preponderancia de las fuerzas viscosas sobre las de inercia.*

En el caso de un conducto cilíndrico a presión, el Número de Reynolds (Re), de acuerdo con la fórmula (IV.3), quedó definido así:

$$R_e = \frac{v D}{\nu}$$

Donde·

v = Velocidad media en m/seg.

D = Diámetro del conducto en m.

ν = Viscosidad cinemática del fluido en m^2/seg.

Para secciones no circulares, se puede tomar al Número de Reynolds como:

$$Re = \frac{4\ r\ v}{\nu}, \text{ en la que: } r = \text{radio hidráulico.}$$

Cualquiera que sea el sistema de unidades empleado el valor de Re será el mismo.

Para las tuberías, el flujo en régimen laminar ocurre y es estable para valores del Número de Reynolds inferiores a 2000. Entre este valor y 4000 se encuentra una "zona crítica", en la cual no se puede determinar con seguridad la pérdida de carga en ellas.

Si el flujo se verifica con R_e superior a 4000, el movimiento en condiciones normales para tubos comerciales, siempre será turbulento. En la práctica, el movimiento del agua en las tuberías se presenta con este tipo de flujo.

La resistencia al flujo en el caso del régimen laminar es debido enteramente a la viscocidad. Cuando el flujo se hace en régimen turbulento, la resistencia es el efecto combinado de las fuerzas debidas a la viscocidad y a la inercia. La experiencia ha demostrado que mientras en el régimen laminar la pérdida por resistencia {pérdida de carga por fricción: $h_f = f(v)$} es una función de la primera potencia de la velocidad, en el movimiento turbulento varía aproximadamente con la segunda potencia {$h_f = f(v^2)$}.

Debido a que la viscocidad del agua y del aire es muy pequeña, la mayoría de los problemas de flujo a los que se enfrenta el Ingeniero que trata con aspectos hidráulicos, son con Números de Reynolds grandes, esto es flujo turbulento, donde los efectos viscosos son despreciables.

Uno de los principales elementos perturbados, que motivan al movimiento turbulento en una corriente, es la rugosidad de las paredes del conducto, ya que por más lisas que éstas quieran hacerse físicamente, siempre presentarán determinadas asperezas.

Primero se creyó que la naturaleza de la pared del conducto que rodea a la corriente no influía precisamente en el escurrimiento de la misma, pero fue Darcy en 1856 quien por primera vez indicó y demostró que la rugosidad o aspereza de las paredes de la conducción, tenía influencia decisiva en el movimiento turbulento.

1.Subcapa laminar.

El flujo turbulento junto a un contorno sólido (pared de conducto), se puede dividir en tres zonas. Lejos de la pared de la conducción el flujo es esencialmente ideal y prácticamente sin fricción. En las zonas más próximas a la pared se desarrolla una capa sometida a esfuerzos cortantes (ya que la velocidad relativa sobre la pared ha de ser nula), donde son importantes la viscosidad y/o la turbulencia. Esta capa se denomina **Capa Límite.**

Se comprueba experimentalmente que a pequeñísimas distancias (δ de la pared persiste una delgadísima capa denominada **Subcapa laminar o viscosa** (no estrictamente laminar).

Aunque el fluido sea de escasa viscosidad como el agua, las tensiones cortantes se manifiestan junto a las paredes, pues el gradiente de velocidad (dv/dy), en esa zona es muy grande; debido a que al ser nula la velocidad del líquido junto a la pared, dicho gradiente crece muy rápidamente hacia el interior de aquel.

Convencionalmente, según lo indica Torres (31), es aceptado que el espesor δ_1 de la capa límite en cada sección, es la ordenada correspondiente al punto cuya velocidad es 0.99 v; siendo v la velocidad uniforme que tendría el flujo ideal.

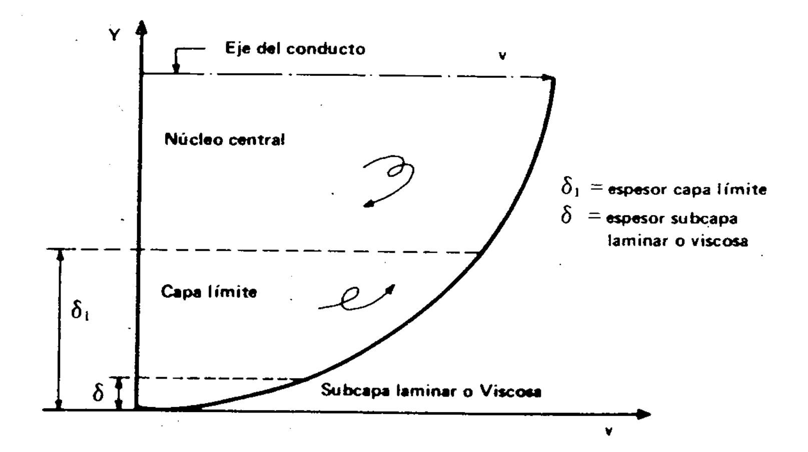


Figura VII.17. Capa límite y subcapa laminar o viscosa.

Para números de Reynolds elevados el movimiento se aproxima al de un fluido ideal, salvo en las zonas próximas a la pared en las que las fuerzas viscosas son preponderantes.

Dentro de la subcapa laminar ($y \leq \delta$, la velocidad tiende rápidamente a cero. En el resto de la capa límite ($\delta < y \leq \delta_1$), el efecto de la viscosidad va disminuyendo gradualmente al ser el gradiente de velocidades cada vez menos pronunciado. En el núcleo central ($y > \delta_1$) los valores de dv/dy son despreciables y teniendo en cuenta que la viscosidad dinámica μ es muy pequeña la tensión cortante resulta prácticamente nula.

La subcapa laminar o viscosa adyacente a la pared tiene un espesor δ, extremadamente pequeño, generalmente de algunas décimas o centésimas de milímetro pero su efecto es importante debido al elevado gradiente de velocidad que hay en su interior.

Aunque la distribución de velocidades en un tubo en régimen laminar es parabólica, sin embargo dentro del pequeño espesor de la subcapa puede admitirse (observar Figura VII.17), que el diagrama de velocidades es una línea recta, es decir, que v varía linealmente con y.

El espesor de la subcapa laminar (δ), depende del grado de turbulencia de la corriente, es decir, a mayor turbulencia o mayor Re, más delgada es la subcapa laminar:

$$\frac{\delta}{D} \approx \frac{1}{Re\sqrt{f}}$$

En todo caso el valor de δ, salvo en el flujo laminar, siempre equivale a una pequeñísima fracción del diámetro (D) del tubo.

2. "TUBOS" LISO, ONDULADO Y RUGOSO.

Cuando las asperezas debidas a la rugosidad de la pared son cubiertas por la subcapa laminar se dice que la superficie de la pared se comporta como hidráulicamente lisa o simplemente lisa. Este tipo de flujo, en el que predominan los efectos viscosos, se denomina **Turbulento liso** y en él, el factor de fricción es independiente a la rugosidad: f = f (Re).

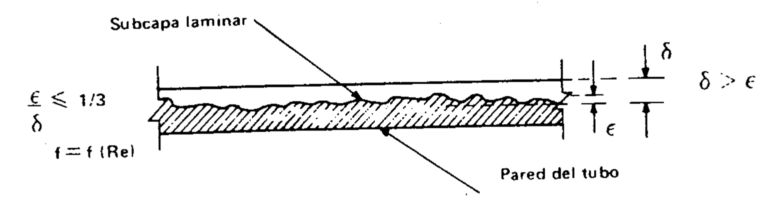


Figura VII.18. Tubo liso.

En la práctica, tubos fabricados con ciertos materiales tales como vidrio, plomo, latón y PVC; diversos plásticos comerciales pueden presentar las mismas pérdidas de carga, idénticas a las que serían obtenidas en el caso de superficies lisas ideales.

Si el perfil medio de la superficie sigue una curva regular, la superficie puede ser ondulada. En la práctica se comportan así los tubos de Asbesto-Cemento. Este tipo de flujo se denomina **Turbulento Intermedio o Turbulento de Transición**, y en él, el factor de fricción depende del efecto combinado del número de Reynolds (Re) y de la rugosidad relativa (ε/D).

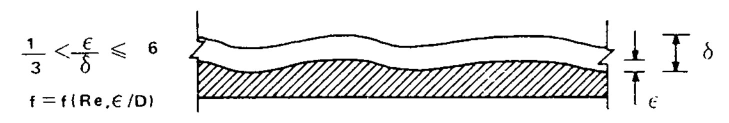


Figura VII.19. Tubo ondulado.

Si las rugosidades son muy grandes y extienden su efecto más allá de la subcapa laminar produciendo disturbios en el flujo, entonces se dice que la superficie es Hidráulicamente rugosa o simplemente rugosa. En la práctica se comportan así el concreto, mampostería, fierro fundido, etc. Este tipo de flujo se denomina **Turbulento Rugoso** en éste el factor de fricción (f) es independiente del número de Reynolds (Re), f = f (ε/D):

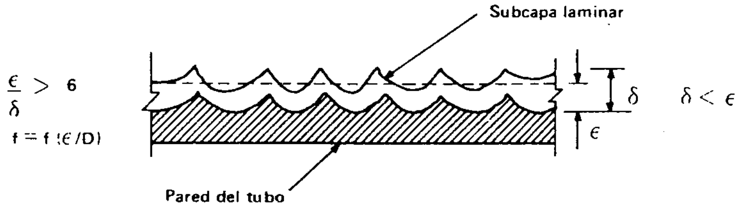


Figura VII.20. Tubo rugoso.

Como el espesor δ de la subcapa viscosa, en un tubo dado varía inversamente proporcional al valor de Re, un mismo tubo podrá comportarse como hidrodinámicamente liso para valores de Re bajos y como rugoso para valores altos de Re; con valores intermedios de Re, para los cuales los valores de δ dan lugar a que los salientes de las protuberancias perforen la subcapa viscosa y sin embargo, éstas se encuentren recubiertas por ella, se podrá comportar como tubo ondulado.

Es muy difícil definir y cuantificar completamente la rugosidad de las paredes de un conducto, ya que depende de la naturaleza y estado de la superficie; que evoluciona con la edad de la tubería; además de factores como la altura media de las irregula-

ridades de la superficie, la variación de la altura efectiva respecto de la altura media, la forma, distribución geométrica, la distancia entre dos irregularidades vecinas, etc.

Puesto que prácticamente es imposible tomar en consideración todos estos factores, se puede considerar que la rugosidad se exprese como:

Rugosidad absoluta (ε), es la altura media de las asperezas de la pared del conducto, como un promedio obtenido del resultado de un cálculo con las características del flujo, mas no propiamente por el obtenido como la media de las alturas determinadas físicamente de la pared en cada condición.

Rugosidad relativa ($\frac{\varepsilon}{D}$) es la relación que la rugosidad absoluta guarda con el diámetro del tubo.

En la práctica se debe analizar la rugosidad de las paredes considerando:

a. Material empleado en la fabricación de los tubos.

b. Proceso de fabricación de los tubos.

c. Extensión de los tubos y número de juntas.

d. Técnica de asentamiento.

e. Estado de conservación de las paredes de los tubos.

f. Existencia de revestimientos especiales.

g. Empleo de medidas protectoras durante el funcionamiento.

Así por ejemplo, un tubo de vidrio evidentemente es más liso y ofrece condiciones más favorables al flujo que un tubo de fierro fundido. Una tubería de acero remachado opone mayor resistencia al flujo que una tubería de acero soldado.

Por otro lado los tubos de fierro fundido por ejemplo, cuando nuevos ofrecen menor resistencia al escurrimiento que cuando han sido usados. Con el uso dichos tubos se obstruyen, se oxidan y en la superficie pueden surgir **tubérculos** fenómeno de la corrosión, estas condiciones se agravan con el tiempo.

Actualmente han sido empleados revestimientos internos especiales con el objeto de eliminar o aminorar los inconvenientes de la corrosión.

Otro fenómeno que puede ocurrir en las tuberías es el depósito progresivo de sustancias contenidas en las aguas que forman capas adherentes (incrustaciones) y reducen el diámetro útil de los tubos alterando su rugosidad. Estas incrustaciones se producen en el caso de aguas muy duras con porcentajes elevados de ciertas impurezas.

Tabla VII.1. Rugosidad absoluta ε en tubos comerciales.

MATERIAL		ε (mm)
Tubos lisos,		
De vidrio, cobre, latón, madera (bien cepillada), acero nuevo soldado y con una mano interior de pintura; tubos de acero de precisión sin costura, serpientes industriales, hule		0.0015
Aluminio:	nuevo	0.015 - 0.06
	usado	0.1 - 0.3
Tubos de plástico:	nuevos	0.003 - 0.03
	usados	0.03 - 0.1
Tubos industriales de latón		0.025
Tubos de madera		0.02 a 1
Hierro forjado		0.05
Fierro fundido:	nuevo	0.25
	con protección interior de asfalto	0.12
	oxidado	1 a 1.5
	con incrustaciones	1.5 a 3
	centrifugado	0.05
	nuevo, con bridas o juntas de macho y campana	0.15 a 0.3
Fierro galvanizado		0.15
Acero rolado, nuevo		0.05
Tubos de acero soldado de calidad normal.		
	nuevo	0.05 a 0.10
	Limpiado después de mucho uso	0.15 a 0.20
	con muchas incrustaciones	3
	con remaches transversales en buen estado	0.1
Asbesto-cemento:	nuevo	0.025
	usado	0.03
	con protección interior de asfalto	0.0015

(continuación)

Concreto centrifugado:	nuevo	0.03 - 0.16
	en galerías, colado con cimbra rugosa de madera	10
	de acabado liso	0.025 - 0.2
	con acabado normal	1 a 3
	con acabado rugoso	10
	presforzado Freyssinet	0.04
Galerías con acabado interior de cemento		1.5 a 1.6
Cemento liso		0.3 a 0.8
	no pulido	1 a 2
Mampostería:	de piedra bien juntada	1.2 a 2.5
	de piedra rugosa, sin juntear	8 a 15
	de piedra, mal acabada	1.5 a 3

Cuando se proyectan instalaciones hidráulicas, los factores señalados anteriormente son tomados en cuenta; en la Tabla VII.1, se muestran diferentes valores de la rugosidad absoluta de acuerdo a materiales y condiciones de uso.

Para tomar en cuenta la corrosión de un conducto, se calcula la rugosidad ε_t, que tendrá la tubería después de t años de servicio, considerando una relación lineal propuesta por Genijew (citado por CFE -16-).

$$\varepsilon_t = \varepsilon_0 + a\,t \tag{VII.5}$$

En la que:

ε_0 = rugosidad del tubo nuevo, en mm.

a = coeficiente que depende del grupo en que se clasifica el agua que va a escurrir, en mm/año, según Tabla VII.2.

t = número de años de servicio de la tubería.

ε_t = rugosidad de la tubería, después de t años de servicio en mm.

3. Fórmulas para el cálculo de tuberías.

Existe un número impresionante de fórmulas para el cálculo de tuberías, desde la presentación de la fórmula de Chezy en 1775, que representa la primera tentativa para explicar en forma algebraica la resistencia a lo largo de un conducto, innumerables fueron las expresiones propuestas para el mismo fin.

Tabla VII.2. Coeficientes a de la fórmula de Genijew 16).

Grupo I

Agua con poco contenido mineral que no origina corrosión. Agua con un pequeño contenido de materia orgánica de solución de hierro.

a varía de 0.005 a 0.55; valor medio: 0.025

Grupo II

Agua con poco contenido mineral que no origina corrosión. Agua que contiene menos de 3 mg/lt de materia orgánica y hierro en solución.

a varía de 0.055 a 0.18; valor medio: 0.07

Grupo III

Agua que origina fuerte corrosión y con escaso contenido de cloruros y sulfatos (menos de 100 a 150 mg/lt). Agua con un contenido de hierro de más de 3 mg/lt.

a varía de 0.18 a 0.40; valor medio: 0.20

Grupo IV

Agua que origina corrosión, con un gran contenido de sulfato y cloruros (más de 500 a 700 mg/lt). Agua turbia con una gran cantidad de materia orgánica.

a varía de 0.40 a 0.60; valor medio: 0.51

Grupo V

Agua con cantidades importantes de carbonatos, pero de dureza pequeña permanente, con residuo espeso de 2000 mg/lt.

a varía de 0.6 a más de 1.

Aquí sólo se verán las que comúnmente se usan en México en cuestiones prácticas.

3.a. Fórmula de Darcy-Weisbach.

De todas las fórmulas existentes para determinar las pérdidas de energía en las tuberías, solamente la fórmula de Darcy-Weisbach permite la evaluación apropiada del efecto de cada uno de los factores que afectan la pérdida de carga, señalados anteriormente. La ventaja de esta fórmula es que puede aplicarse en todos los tipos de flujo (**laminar, turbulento liso, turbulento de transición** y **turbulento rugoso**), debiendo tomar los valores adecuados de f, según corresponda.

De acuerdo con la fórmula IV.12.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Fórmula de Darcy Weisbach

En la que:

h_f = Pérdida de carga por fricción, en m

f = Coeficiente de fricción, sin dimensiones

L = Longitud de la tubería, en m

D = Diámetro de la tubería, en m

v = Velocidad media, en m/seg

g = Aceleración de la gravedad = 9.81 m/seg^2

El coeficiente de fricción puede deducirse matemáticamente en el caso de régimen laminar; pero en el caso de flujo turbulento no se disponen de relaciones matemáticas sencillas para obtener su variación con el Número de Reynolds y/o con la rugosidad relativa (ε/D).

Para régimen laminar, el valor de f está dado por:

$$f = \frac{64}{R_e} \qquad \text{(VII.6)}$$

R_e tiene un valor práctico hasta de 2000, para que el flujo sea laminar. Se recuerda que este régimen comúnmente sólo se presenta en flujos medios porosos (corrientes subterráneas en formaciones permeables y en redes de flujo en presas de tierra) y excepcionalmente en Laboratorios Hidráulicos bajo condiciones especiales.

En la zona crítica (2000 $< R_e \leq$ 4000, los valores de f son inciertos, ya que el flujo puede ser indistintamente laminar o turbulento, mostrando gran inestabilidad.

Para flujo turbulento, muchos Ingenieros Hidráulicos e Investigadores se han esforzado en el cálculo de f, tanto a partir de sus propios resultados como de los obtenidos por otros Investigadores, para todas las tuberías (rugosas, lisas, etc.).

Tabla VII.3. Valores de la viscosidad cinemática para el agua.

Temperatura (°C)	ν(m^2/seg)	Temperatura (°C)	ν (m^2/ seg)
5	1.52 x 10^{-6}	30	0.81 x 10^{-6}
10	1.31 x 10^{-6}	40	0.66 x 10^{-6}
15	1.14 x 10^{-6}	50	0.55 x 10^{-6}
20	1.01 x 10^{-6}	60	0.48 x 10^{-6}
25	0.90 x 10^{-6}	80	0.37 x 10^{-6}

El flujo turbulento, según se observó anteriormente, se divide en turbulento liso, turbulento intermedio (ondulado o de transición), y turbulento rugoso; para los cuales se establecen diferentes relaciones funcionales para determinar f.

Determinación del factor de fricción (f).

a) Para rugosidad artificial.

Nikuradse citado por Torres Sotelo (31), realizó una serie de experiencias sucesivamente en tubos lisos y en tubos que habían hecho artificialmente rugosos, obteniendo verdaderas semejanzas geométricas entre tuberías de diferentes diámetros mediante rugosidades artificiales proporcionales a los mismos. Combinando adecuadamente ε y D, obtuvo seis valores de la rugosidad relativa desde 1/30 hasta 1/1014 y experimentó una gran variedad de Números de Reynolds (500 a 10^6), para estudiar las características de la influencia cuantitativa de ambos parámetros adimensionales sobre el coeficiente de fricción.

Para régimen turbulento en tubo liso, Nikuradse en 1932, obtuvo la siguiente fórmula.

$$f = 0.0032 + \frac{0.221}{R_e^{0.237}} \qquad \text{(VII.7)}$$

Fórmula Nikuradse

la validez de esta fórmula alcanza valores de $R_e < 10^5$, sin rebasar $R_e < 3.24 \times 10^6$ en una extrapolación.

Asimismo, Nikuradse trabajó con tubos de rugosidad artificial verificada en laboratorio, mediante granos de arena adheridos con diferente distribución sobre la superficie

interna del tubo. Producto de lo anterior, obtuvo la ecuación que lleva su nombre, válida para tuvos rugosos en la zona turbulenta:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{D}{2\,\varepsilon} + 1.74 \qquad \text{(VII.8)}$$

Tabla VII.4. Tabla de valores para el coeficiente de fricción, en la fórmula de Darcy-Weisbach (Ref.31).

Régimen turbulento liso.

Re	2,300	4.000	10^4	$2x10^4$	$4x10^4$	10^5	$2x10^5$	$4x10^5$	10^6	$2x10^6$	$4x10^6$	10^7
f	0,0473	0.0400	0.0309	0.0258	0.0220	0.0180	0.0156	0.0137	0.0117	0.0104	0.0093	0.0081

Régimen turbulento rugoso.

ε/D	0.1	0.05	0.033	0.025	0.018	0.01	0.005	0.0033	0.0025	0.002	10^{-3}	$5 x10^4$	$2x10^4$	10^{-4}
f	0.1005	0.0715	0.0597	0.0529	0.0455	0.0380	0.0304	0.0269	0.0249	0.0234	0.0197	0.0167	0.0138	0.0120

Régimen turbulento de transición.

	Número de Reynolds (Re)									
ε/D	$5x 10^3$	10^4	$2x10^4$	$3x10^4$	10^5	$2x10^5$	$4x10^5$	10^6	$3x10^6$	10^7
0.05	0.0758	0.0737	0.0726	0.0722	0.0717	0.0715	0.0715	0.0715	0.0715	0.0715
0.025	0.0592	0.0562	0.0547	0.0541	0.0534	0.0532	0.0531	0.0530	0.0530	0.0530
0.01	0.0472	0.0431	0.0407	0.0398	0.0385	0.0382	0.0380	0.0380	0.0380	0.0380
0.005	0.0426	0.0376	0.0344	0.0332	0.0314	0.0308	0.0306	0.0304	0.0304	0.0304
0.002	0.0396	0.0338	0.0298	0.0280	0.0251	0.0243	0.0239	0.0236	0.0235	0.0234
0.001	0.0385	0.0324	0.0279	0.0260	0.0222	0.0210	0.0204	0.0199	0.0197	0.0197
0.0005	0.0379	0.0316	0.0269	0.0248	0.0203	0.0188	0.0179	0.0172	0.0169	0.0167
0.0002	0.0376	0.0312	0.0263	0.0240	0.0190	0.0171	0.0158	0.0147	0.0141	0.0138
10^{-4}	0.0375	0.0310	0.0261	0.0238	0.0185	0.0164	0.0148	0.0134	0.0126	0.0122
$5x10^{-5}$	0.0375	0.0310	0.0260	0.0236	0.0183	0.0160	0.0143	0.0126	0.0115	0.0109
$2x10^{-5}$	0.0374	0.0309	0.0260	0.0235	0.0181	0.0158	0.0140	0.0121	0.0105	0.0096
10^{-5}	0.0374	0.0309	0.0259	0.0235	0.0180	0.0157	0.0138	0.0119	0.0102	0.0090
$5x10^{-6}$	0.0374	0.0309	0.0259	0.0235	0.0180	0.0157	0.0138	0.0118	0.0100	0.0086
10^{-6}	0.0374	0.0309	0.0259	0.0235	0.0180	0.0156	0.0137	0.0117	0.0098	0.0082

b) En tubos comerciales.

La rugosidad de los tubos comerciales no es homogénea, razón por la cual es difícil de definir científicamente. Sin embargo, se puede caracterizar como un valor medio que, desde el punto de vista de pérdidas, es equivalente a una rugosidad uniformemente distribuida. La defineión y factores que la gobiernan ya fueron descritos anteriormente.

La magnitud del factor de fricción (f), en tubos comerciales puede ser determinada mediante las siguientes fórmulas, para lo cual resulta imprescindible definir previamente el tipo de flujo que se produce en la tubería, en las condiciones del problema que se trata de resolver.

Para régimen turbulento en tubos lisos, Blassius partiendo de datos disponibles a principios de siglo sobre el rozamiento en tuberías, realizó experimentos en tubos de cobre, plomo y latón; estas investigaciones unidas a las de Saph y Schoder en 1911, determinaron la siguiente fórmula.

$$f = 0.3164\, R_e^{-0.25} \qquad \text{(VII.9)}$$

Fórmula Blassius

al sustituirla en la ecuación de Darcy-Weisbach, resulta $h_f \sim v^{1.75}$ Esta fórmula puede ser ser utilizada en régimen turbulento liso, para valores comprendidos entre 4×10^3 y 10^5 para el Número de Reynolds.

En laterales de riego por goteo o microaspersión se ha comprobado la utilidad de esta fórmula en valores de:

$$3 \times 10^3 \leq R_e \leq 4 \times 10^4$$

Igualmente para tubos lisos, se tiene la fórmula de Waters y Keller,

$$f = \frac{0.13}{R_e^{\,0.172}} \qquad \text{(VII.10)}$$

Fórmula de Watters-Keller

Recomendada en laterales de riego por goteo y microaspersión para valores de $10^5 < R_e \leq 10^7$. Al sustituir la anterior ecuación en la de Darcy-Weisbach, resulta $h_f \sim v^{1.83}$.

2.a. Fórmulas logarítmicas de resistencia

- Para régimen turbulento liso.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{R_e \sqrt{f}}{2.51} \quad (VII.11)$$

Karman-Prandtl

- Para régimen turbulento de transición.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2.51}{R_e \sqrt{f}} + \frac{\varepsilon}{3.71 D}\right) \quad (VII.12)$$

White-Colebrook

- Para régimen turbulento rugoso.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log (3.71\, D/\varepsilon) \quad (VII.13)$$

Karman-Prandtl

En las ecuaciones VII-11 y VII-12, f aparece en forma implícita, es inconveniente que se ha tratado de obviar buscando fórmulas explícitas en f. Son varias las soluciones encontradas entre las que destacan las fórmulas de Jain debido a su facilidad de cálculo, así como el grado de exactitud.

Jain (citado por -31-) propone las siguientes fórmulas:

- Para régimen turbulento liso.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.8 \log R_e - 1.5146 \quad (VII.14)$$

esta fórmula presenta un error máximo de ± 1% respecto a la fórmula de Karman-Prandtl (VII-11), para valores: $5 \times 10^3 < R_e < 10^8$.

Para régimen tubulento intermedio (transición).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left(\frac{\varepsilon}{D} + \frac{21.25}{R_e^{0.9}}\right) \quad (VII.15)$$

con un error máximo de ± 1% respecto a la fórmula de White Colebrook (VII-12), para el campo de aplicación definido por:

$$10^{-6} < \frac{\varepsilon}{D} < 10^{-3} \quad y \quad 5 \times 10^3 < R_e < 10^7$$

pero el error máximo es de sólo ± 0.5% para los valores normales.

$$10^{-5} < \frac{\varepsilon}{D} < 10^{-3} \quad y \quad 10^4 < R_e < 10^7$$

Otra expresión explícita de f, cuyas características son su exactitud y un tanto su sencillez, es la de Swamee y Jain.

$$f = \frac{0.25}{\left[\log \left(\frac{\varepsilon / D}{3.7} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right]^2} \quad (VII-16)$$

(Swamee y Jain)

McEnroe (20) en sus comentarios al artículo "Hydraulic Friction Factors for Pipe Flow" de Kamand*, menciona que a mediados de la década de los 70's, fue necesario evaluar el factor fricción (f) de la ecuación de Darcy Weisbach; usando el diagrama de Moody o bien resolviendo la fórmula de Colebrook-White (VII-12) iterativamente (tanteos). Esta gran limitante es lo que ha hecho, a pesar de sus reconocidas limitaciones es lo que ha hecho, a pesar de sus reconocidas limitaciones teóricas, que las ecuaciones de Hazen Williams (IV.13) y de Manning (VII.21), para determinar pérdidas de carga por fricción en tuberías, aún en la actualidad, sean de un uso muy generalizado, ya que pueden ser resueltas sin interpolaciones gráficas o iteraciones tediosas, ya que sus coeficientes de fricción pueden ser considerados constantes. Tratando de reducir o eliminar este impedimento al uso de la ecuación de Darcy-Weisbach (IV.12), Swamee y Jain** desarrollaron una aproximación explícita de gran precisión, a la ecuación de Colebrook-White, esta ecuación es la VII-16.

En la cual:

f = Factor de fricción de Darcy - Weisbach

ε = Rugosidad absoluta

D = Diámetro de la tubería

Re = Número de Reynolds

Esta ecuación explícita, aproxima muy bien a la ecuación implícita de Colebrook-White, con una sobreestimación de no más del 1% dentro del rango de interés práctico.

$$10^{-6} < \varepsilon/D < 10^{-2} \quad y \quad 5\times10^3 < Re < 10^8$$

McEnroe (20), recomienda el uso de la ecuación de Darcy-Weisbach (IV.12) con la fórmula del factor de fricción de Swamee y Jain (VII-16), para evaluar las pérdidas de

* **Kamand Fadi Z. (1988) "Hydraulic friction factors for pipe flow". Journal of Irrigation and Drainage Engineering A.S.C.E. Vol.114. No. 2 Mayo 1988 p.p. 311-323. Paper No. 22441. New York.**

** **Swamee, P.K. and Jain, A.K. (1976). "Explicit equations for pipe flow problems". J. Hdr. Div., A.S.C.E., 102(5), p.p. 657-664.**

carga por fricción en los flujos turbulentos (lisos, transición y rugosos), en tuberías. Donde el flujo es en forma obvia totalmente rugoso, tal como el que se presenta en materiales como concreto o acero corrugado, la ecuación de Manning, también puede ser usada. McEnroe, con esta situación no ve justificación para continuar usando la ecuación de Hazen Williams y recomienda que sea abandonada.

La determinación de f también puede hacerse gráficamente. En 1944, L.F. Moody considera las fórmulas VII-11, 1` y 13, dibujó su Diagrama Universal de pérdidas de carga. Es confiable si se aceptan errores inferiores al 15% en cálculos de diseño sobre el rango completo mostrado en la Gráfica VII.1. Puede ser utilizado para conductos circulares y no circulares y también para flujos en canales abiertos (en los dos últimos casos se cambia D por 4r -radio hidráulico-).

La Gráfica VII.1, denominada como Diagrama Universal de Moody, muestra la variación del factor de fricción de Darcy - Weisbach (f), con el número de Reynolds R_e, dada por la ecuación de Colebrook-White (VII-12), para la región de transición para cierto número de valores de rugosidad relativa (ε/D). El diagrama muestra también la curva para tuberías lisas y el valor mínimo de f para cada valor de ε/D, de conformidad con las ecuaciones de Prandtl - Von Karman (ecuación VII.11, y VIII.13 respectivamente). La línea de puntos, que indica el límite práctico superior de la región o zona de transición la sugirió Rouse (citado por -18-) y se define mediante la ecuación. VII.17.

$$R_e = 400 \frac{D}{\varepsilon} \log \left(3.71 \frac{D}{\varepsilon}\right) \qquad \text{(VII.17)}$$

cuando el valor de R_e dado por (v D/ν, es mayor que el dado por la ecuación VII.17, se puede utilizar el valor mínimo de f dado por la ecuación VII-13.

La relación de f y R_e para flujos laminares es una línea recta en papel logarítmico y se muestra a la izquierda del diagrama de Moody. En la región o zona crítica donde el número de Reynolds se ubica entre los valores de 2000 a 4000, el flujo puede ser laminar o turbulento y no hay método o fórmula para determinar las condiciones del flujo en esa zona. Para actuar con seguridad, por lo común se considera recomendable suponer que el tipo de flujo que dé el valor mayor de f es el que prevalece. Esto quiere decir que se debe suponer que el flujo será turbulento, siempre que el número de Reynolds sea mayor que 2000. Probablemente, para el diseño en la región crítica, sea seguro utilizar valores de f correspondientes un Re de 4000.

El diagrama de Moody puede ser utilizado para resolver prácticamente todos los problemas sobre resistencia al flujo en conductos. Sin embargo, muchos de los problemas necesitan interacciones y repeticiones de cálculos ya que el diagrama de Moody es esencialmente **un diagrama de pérdidas de carga.**

Hay tres tipos básicos de problemas que se encuentran para los cálculos de flujos en conductos.

1. Pérdida de carga. Dados: Q, L, D, ν, ε; encontrar: h_f

2. Gasto o velocidad. Dados: h_f, L, D, ν, ε; encontrar: Q ó v

3. Diámetro. Dados: h_f, Q, L, ν, ε; encontrar: D

En los tres problemas, el paso considerado como fundamental consiste en la identificación de f como una función de las propiedades del fluido, el tamaño y la rugosidad del tubo, así como la variable de flujo.

El problema (1) es el único a cuya solución se ajusta bien al diagrama de Moody. Para calcular el gasto, velocidad y el diámetro, se tienen que hacer iteraciones, ya que v y D están en ordenadas y en abscisas en el diagrama.

Si se está interesado en la solución de un único problema ya sea de flujo o de tamaño, se pueden hacer tanteos respectivamente, utilizando el diagrama de Moody. Pero si hay que resolver un gran número de este tipo de problemas, se puede rediseñar el diagrama para aislar la incógnita.

El primer problema de flujo en conductos es el de pérdidas de carga y se resuelve rápidamente haciendo una selección de f directamente de la Gráfica VII.1, usando valores de R_e y ε/D calculados a partir de los datos. Como se muestra esquemáticamente en la Figura VII.21 (a), se desplaza uno hacia arriba en el diagrama, a lo largo de la línea dada de R_e hasta intersectar la curva para la condición especificada de rugosidad. Entonces, desplazándose horizontalmente hacia el lado izquierdo de la escala se lee f. La pérdida h_f se calcula entonces de la ecuación de Darcy-Weisbach.

El segundo problema para una solución directa para el gasto Q, la forma adecuada de la ecuación de Darcy-Weisbach, es:

$$v = \left[\frac{2\,g\,h_f}{L'/D}\right]^{1/2} \frac{1}{f^{1/2}} = \frac{M}{f^{1/2}} \qquad \text{(VII.18)}$$

$$\text{y} \quad R_e\, f^{1/2} = \frac{v\,D}{\upsilon}\, f^{1/2} = \frac{D^{3/2}}{\upsilon} \left[\frac{2\,g\,h_f}{L'}\right]^{1/2} \qquad \text{(VII.18.a)}$$

Donde: L' = L + L_e = Longitud equivalente de tubería, según el monto de pérdidas menores.

Por tanto, $Ref^{1/2}$ puede calcularse en términos de las cantidades conocidas. Entonces, si f se presenta como una función de Re $f^{1/2}$, es posible su determinación directa, la cual puede llevarse a cabo, mediante una escala auxiliar de Re $f^{1/2}$, sobre un diagrama de f en función de Re, en la forma indicada esquemáticamente en la Figura VII.21(b). Para usar esta escala hay que desplazarse hacia abajo en el diagrama, como se indica por las líneas punteadas y las flechas, para el valor de Re $f^{1/2}$ calculado de la ecuación VII-18 *a*. De la intersección con la curva para la condición dada de rugosidad,

se desplaza horizontalmente hasta la escala del lado izquierdo para allí leer f. Con f conocida, se calcula v, de la ecuación VII-18 y Q de la ecuación de continuidad.

En el tercer problema, para encontrar una solución directa para el diámetro del tubo en sección circular, se usan las ecuaciones de continuidad y de Darcy-Weisbach para así obtener:

$$D = \left[\frac{8\,L'\,Q^2}{\pi^2\,g\,h_f}\right]^{1/5} f^{1/5} = N f^{1/5} \qquad (\text{VII.19})$$

$$\text{y} \quad R_e\, f^{1/5} = \frac{4}{\upsilon}\left[\frac{g\,h_f\,Q^3}{8\,\pi^3\,L'}\right]^{1/5} \qquad (\text{VII.19.a})$$

Aquí Re $f^{1/5}$ puede calcularse por medio de las cantidades proporcionadas como datos. En este caso, se puede determinar f directamente, usando una escala auxiliar de Re $f^{1/5}$ como se ilustra en la Figura VII.21(c) y el diametro D puede calcularse a partir de la ecuación VII-19, el valor obtenido se compara con los diámetros comerciales, de acuerdo al material, escogiéndose el diámetro inmediato superior y haciendo un recálculo de las características hidráulicas del problema, englobado en el primer tipo.

El diagrama del factor de fricción en la Gráfica VII-1, tiene superpuesta la escala para Re $f^{1/2}$, sobre la parte (a) y la escala Re $f^{1/5}$ superpuesta sobre la parte (b). Por tanto esta figura puede usarse para los tres diferentes cálculos básicos de flujos en tuberías.

3.b. Fórmula de Chezy.

Esta fórmula fue el intento más antiguo para expresar algebraicamente la pérdida de energía en los conductos, motivo por el cual es origen de la gran mayoría de fórmulas, tiene la ventaja que el coeficiente de Chezy (k) ha sido obtenido por un sinnúmero de investigadores, entre ellos Manning, Gangüillet y Kutter, que expresaron la rugosidad no sólo por la altura de las asperezas (ε), sino por su efecto global en el movimiento. Originalmente esta fórmula fue deducida para el escurrimiento del agua en canales, según la presentación:

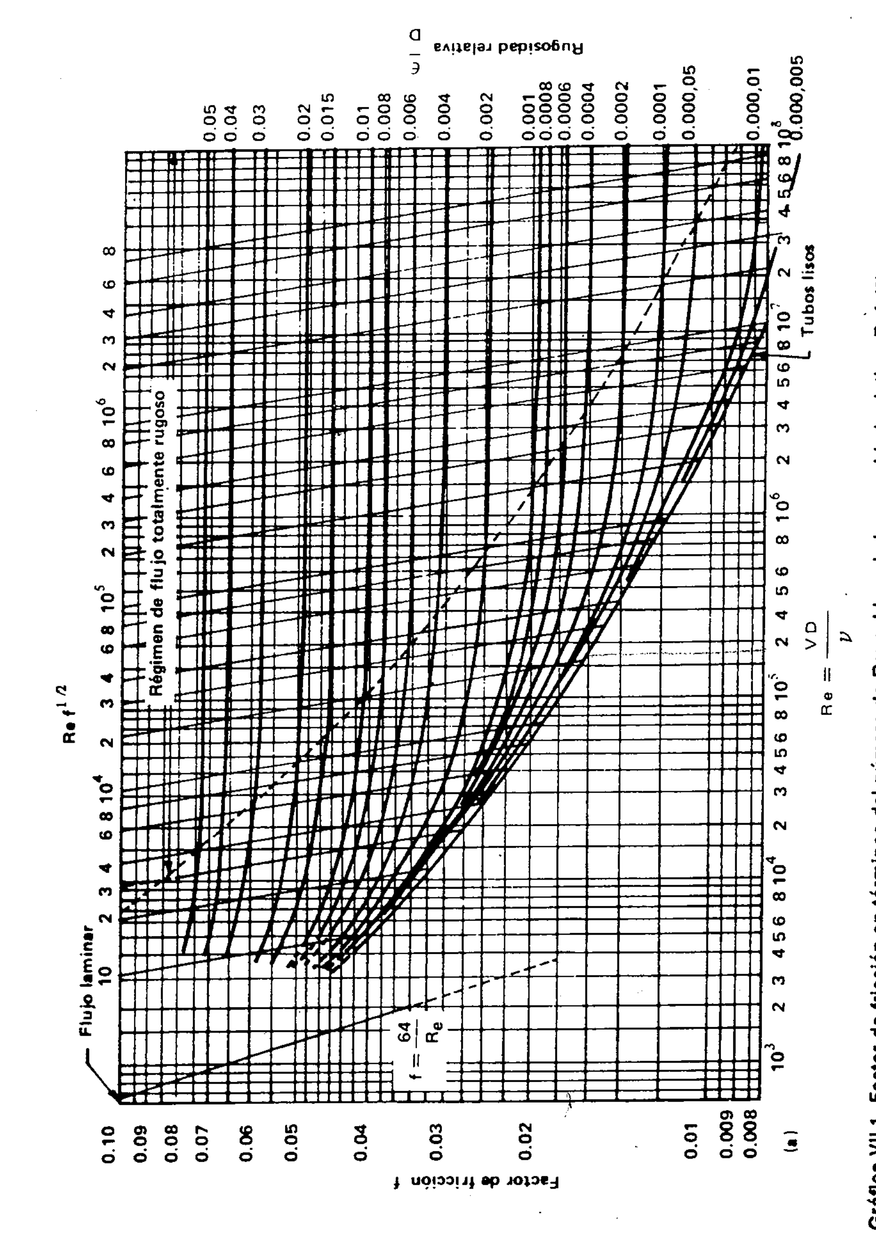
$$v = k\,\sqrt{r\,s} \qquad (\text{VII.20})$$

Si en esta fórmula se sustituye r por $\frac{D}{4}$ y s por $\frac{hf}{L}$, el valor de h_f es dado por:

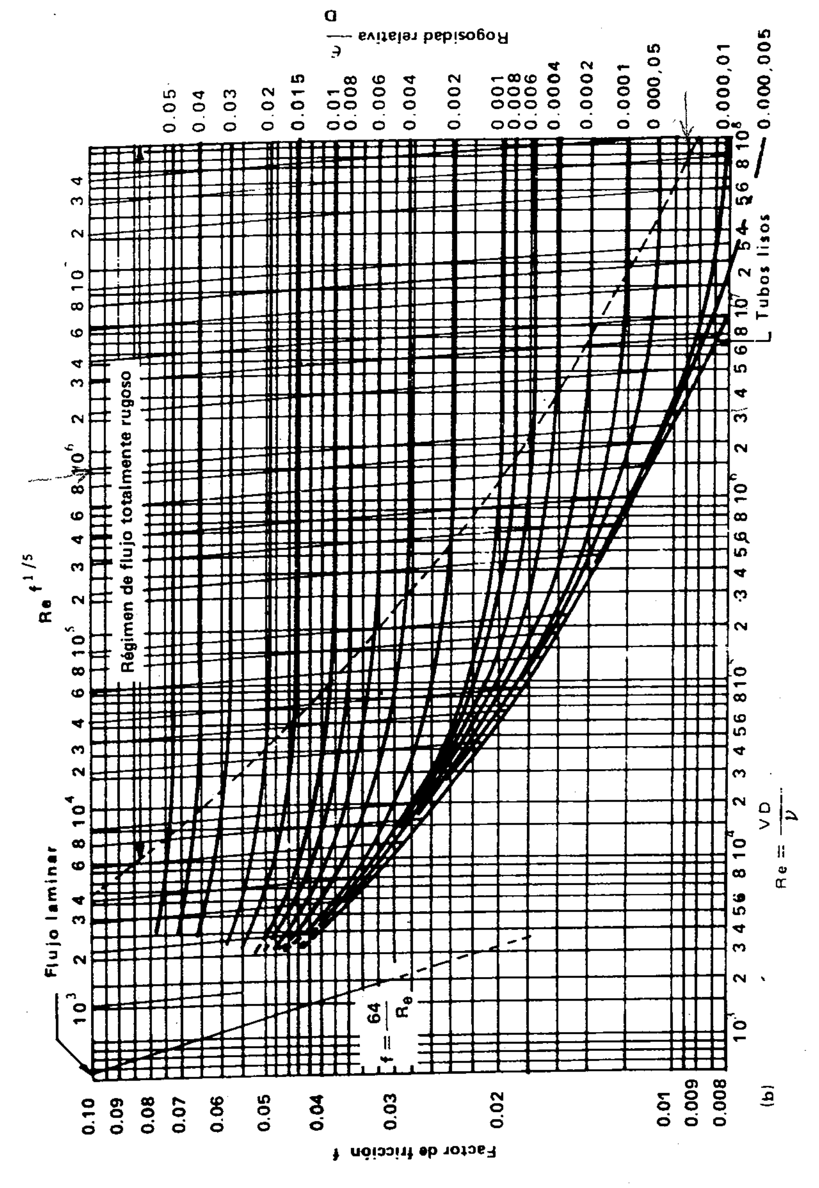
$$h_f = \frac{4}{k^2}\,\frac{L}{D}\,v^2 \qquad (\text{VII.20.a})$$

FORMULA DE CHEZY

En la que:



Gráfica VII,1, Factor de fricción en términos del número de Reynolds y de la rugosidad relativa. Ref. (8).



Gráfica VII,1, Factor de fricción en términos del número de Reynolds y de la rugosidad relativa. Ref. (8).

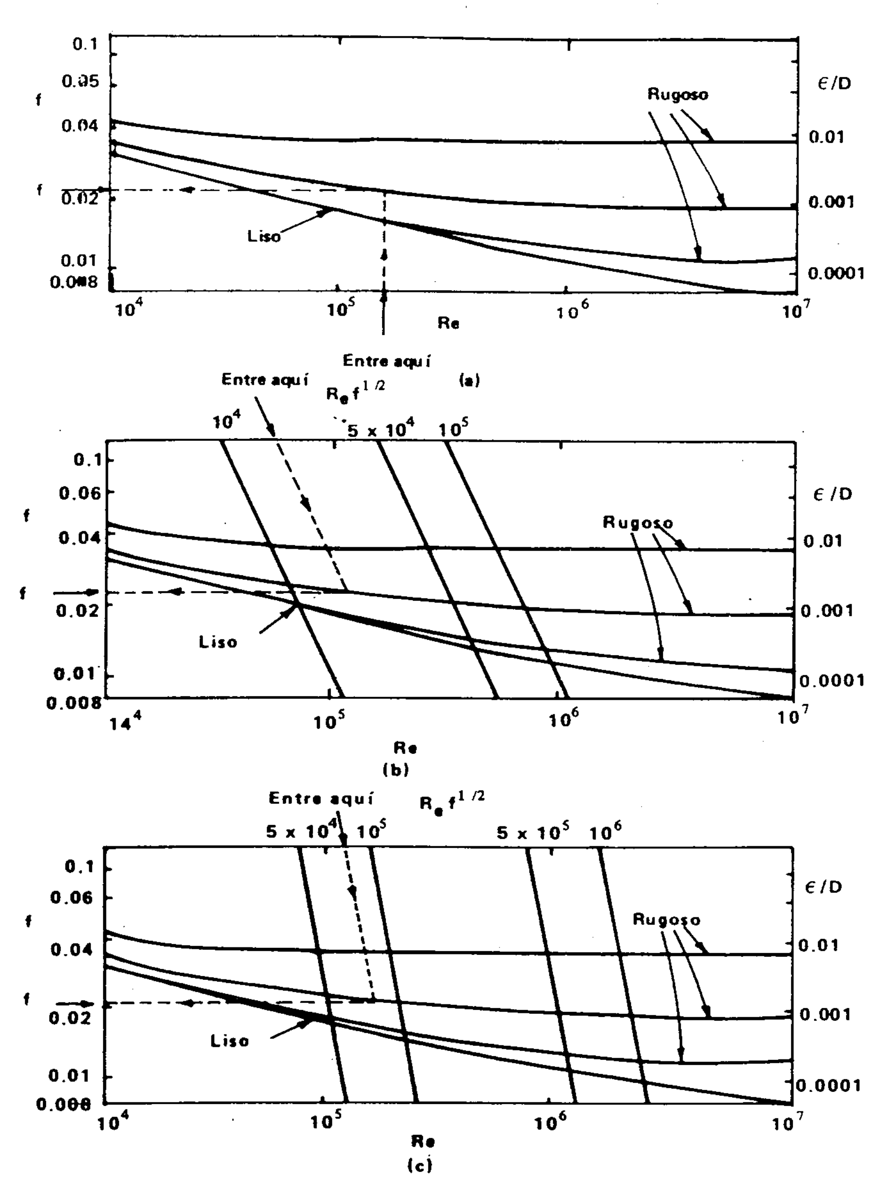


Figura VII.21. Diagrama que ilustran la determinación directa de f para los tres tipos de problemas de flujo en tuberías: a) Solución para hf; b) Solución para Q; c) Solución para D.

h_f = Pérdida de carga por fricción, en m

k = Coeficiente de Chezy, en $m^{1/2}$/seg

L = Longitud de la tubería, en m

D = Diámetro de la tubería en m

v = Velocidad media en el conducto, en m/seg.

De aquí se observa que la fórmula de Darcy-Weisbach, es otra forma de la de Chezy, estando relacionados los coeficientes de rozamiento, como sigue:

$$f = \frac{8g}{k^2}$$

La expresión de Kutter para el coeficiente de Chezy (k), según Sotelo (26), es:

$$k = \frac{100\ \sqrt{r}}{m + \sqrt{r}} \qquad \text{(VII.20.b)}$$

Donde:

r = radio hidráulico, en m

m = coeficiente adimensional, que depende del material de que está construido el tubo, según Tabla VII.5.

3c. Fórmula de Manning.

Manning adaptando el coeficiente de rugosidad de Gangüillet y Kutter, llegó a la siguiente expresión para el coeficiente de Chezy:

$$k = \frac{c}{n}\ r^{1/6}$$

Que sustituyendo en la Fórmula (VII.20), se tiene:

$$v = \frac{c}{n}\ r^{1/6}\ (r^{1/2}\ s^{1/2}) = \frac{c}{n}\ r^{2/3}\ s^{1/2}$$

Donde:

c = 1 $m^{1/3}$/seg. para el sistema métrico

c = 1.486 $ft^{1/3}$/seg. para el sistema inglés

Esta es la presentación que comúnmente se usa en canales. Sustituyendo r por $D/4$, se transforma en la expresión más convenientemente aplicable a tuberías, así se tiene en el sistema métrico:

$$v = \frac{1}{n}\ (\frac{D}{4})^{2/3}\ s^{1/2} = \frac{0.397}{n}\ D^{2/3}\ s^{1/2}$$

Si se sustituye a s por h_f/L:

$$v = \frac{0.397}{n}\ D^{2/3}\ (\frac{h_f}{L})^{1/2} \text{ por lo que:}$$

$$h_f = 6.345\ n^2\ \frac{v^2}{D^{4/3}}\ L \qquad \text{(VII.21)}$$

FORMULA DE MANNING

En la que:

h_f = Pérdida de carga por fricción, en m

n = Coeficiente de rugosidad de Manning, que depende del material de que está construida la tubería, adimensional.

L = Longitud de la tubería en m

D = Diámetro de la tubería en m

v = Velocidad media en el conducto, en m/seg.

En esta fórmula el valor de "n" aumenta a medida que el grado de rugosidad es mayor. Los valores de n más comunes para tuberías se presentan en la Tabla No. VII.5.

Esta fórmula tiene efectividad en tubos de rugosidad alta y en flujos turbulentos (Números de Reynolds grandes), comúnmente se usa también en canales.

3.d Fórmula de Hazen-Williams.

Esta fórmula es resultado de un estudio estadístico cuidadoso, en el cual fueron considerados los datos experimentales disponibles obtenidos con anterioridad por un gran número de investigadores y con datos de observaciones de los propios autores.

La expresión de esta fórmula es la misma de la ecuación IV.13, detallada anteriormente.

$$h_f = \left[\frac{v}{0.355\ C_H\ D^{0.63}}\right]^{1.852} L \qquad \text{Fórmula de Hazen-Williams}$$

Donde:

C_H = Coeficiente de Hazen-Williams, que depende del material del tubo, según Tabla VII.5, adimensional.

Los exponentes de la fórmula fueron establecidos de manera que resulte con las menores variaciones del coeficiente numérico C_H, para tubos del mismo grado de rugosidad. En consecuencia, el coeficiente C_H es, en cuanto sea posible y practicable, una función casi exclusiva de la naturaleza de las paredes.

Esta fórmula es aplicable a flujo turbulento intermedio y rugoso, así como cualquier tipo de conducto (libre o forzado), o material. Sus límites de aplicación son de los más amplios con diámetros de 5 a 350 cm.

La fórmula de Hazen-Williams, siendo una de las más perfectas, requiere para su aplicación provechosa el mayor cuidado en la adopción del coeficiente C_H. La solución negligente de este coeficiente o la fijación de un valor medio invariable, reduce mucho la precisión que se puede esperar de tal fórmula. Los valores de C_H vienen en la Tabla VII.5.

Para tubos de fierro y acero, el coeficiente C_H es una función del tiempo, de modo que su valor debe ser fijado teniéndose en cuenta la vida útil que se espera para la tubería.

3.e Fórmula de Scobey:

Para el cálculo de pérdidas de carga en tuberías principales y laterales de riego por aspersión, se utiliza comúnmente la fórmula siguiente, que es la misma (IV.14):

$$h_f = 0.002587\, K_s \frac{V^{1.9}}{D^{1.1}} L \qquad \text{(Fórmula de Scobey)}$$

Donde:

K_s = Coeficiente de Scobey que depende del material del conducto, adimensional.

Los valores comúnmente recomendados para el coeficiente de Scobey y que toma en cuenta las pérdidas de carga singulares que se producen por los coples rápidos y derivaciones propias de los laterales, son:

K_s = 0.42 (tubos de acero galvanizado con coples)
K_s = 0.40 (tubos de aluminio con coples)
K_s = 0.36 (tuberías de acero nuevos)
K_s = 0.32 (tubos de asbesto-cemento y plásticos)

TABLA VII.5. Valores de los coeficientes para las fórmulas de Hazen-Williams (C_H), Manning (n) y Kutter (m), de acuerdo con el material de que está constituido el tubo (Ref -26-).

MATERIAL	C_H	n	m
Acero corrugado	60		
Acero con juntas lock-bar (nuevo)	135		
Acero galvanizado (nuevo y usado)	125	0.014	
Acero remachado (nuevo)	110	0.015 a 0.016	
Acero remachado (usado)	85		
Acero soldado o con remache avellanado y embutido (nuevo)	120	0.012 a 0.013	
Acero soldado o con remache avellanado y embutido (usado)	90		
Acero sin costura (nuevo)			0.25
Acero sin costura (usado)			0.35
Acero soldado con revestimiento especial (nuevo o usado)	130		
Fierro fundido limpio (nuevo)	130	0.013	0.25
Fierro fundido sin incrustaciones (usado)	110		0.275
Fierro fundido con incrustaciones (viejo)	90		0.35
Plástico (PVC o PE)	150	0.007 a 0.009	
Asbesto-cemento (nuevo)	135	0.01	
Cobre y latón	130		
Conductos con acabado interior de cemento pulido	100		0.10
Concreto, acabado liso	130		0.20
Concreto, acabado común	120		

(CONTINUA EN LA SIGUIENTE PAGINA)

(continuación)

Concreto monolítico, colado con cimbras deslizantes (D > 1.25 m)		0.010 a 0.011	
Concreto monolítico bien cimbrado y sin pulir (Idem)		0.014 a 0.015	
Concreto monolítico bien cimbrado y pulido (Idem)		0.011 a 0.0123	
Concreto con acabado tosco (D > 1.25 m)		0.015 a 0.17	
Concreto con juntas de macho y campana (D > 0.8 m)		0.015 a 0.012	
Concreto con juntas toscas (D > 0.5 m)		0.0125 a 0.014	
Concreto con juntas toscas (D > 0.5 m)		0.014 a 0.017	
Tubos de barro vitrificado (drenes)	110	0.011	
Túneles perforados en roca sin revestimiento		0.025 a 0.040	
Madera cepillada o en duelas	120	0.0105 a 0.012	0.10

7.7.2. Pérdidas localizadas o menores.

Las tuberías de conducción que se utilizan en la práctica están formadas generalmente por tramos rectos y curvos para ajustarse a los accidentes topográficos del terreno, así como a los cambios que se presentan en la geometría de la sección (**transiciones, reductores o ampliadores**) y de los distintos dispositivos para el control de las descargas (**válvulas, compuertas**). Estos cambios originan pérdidas de energía distintas a las de fricción (por lo general menores), con localización en el sitio mismo del cambio de geometría o de la alteración del flujo. Tal pérdida se conoce como pérdida localizada o menor, su magnitud por lo general se expresa como un porcentaje de la carga de velocidad donde se produce la pérdida. La fórmula general de pérdidas localizadas o menores (hx) según la fórmula IV.15., es:

$$hx = Kx\,\frac{v^2}{2g}$$

A continuación se presentan las principales causas que originan las pérdidas localizadas, con sus valores K, de acuerdo con el tipo de perturbación.

1. Pérdida por entrada.

A la entrada de las tuberías se produce una pérdida por el efecto de contracción que sufre la vena líquida y la formación de zonas de separación comparable a la que se tiene en un orificio, el coeficiente Ke depende principalmente de la brusquedad con que se efectúa la contracción del chorro.

Si H es la carga hidrostática que produce el gasto, v la velocidad media en la tubería y C el coeficiente de gasto, se tiene:

$$v = C\sqrt{2gH}\,,\quad H = \frac{1}{C^2}\,\frac{v^2}{2g}$$

Como:

$$H = he + h_v$$

Se tiene:

$$\frac{v^2}{2g} + he = \frac{1}{C^2}\,\frac{v^2}{2g}\,,\quad he = \left(\frac{1}{C^2} - 1\right)\frac{v^2}{2g}$$

$$he = Ke\,\frac{v^2}{2g} \qquad \text{(VII.22)}$$

he = Pérdida de carga por entrada.

$$Ke = \frac{1}{C^2} - 1$$

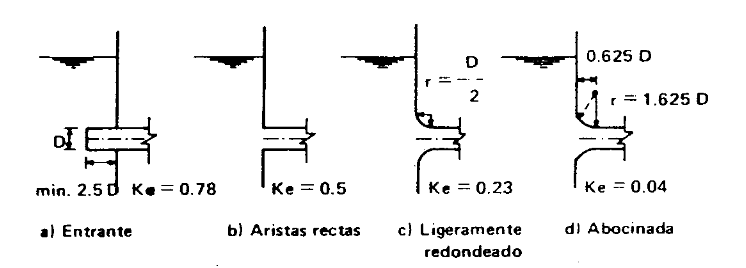


Figura VII.22. Tipos de entrada en tuberías (Valores de ke).

2. Pérdidas por rejilla

Con objeto de impedir la entrada de cuerpos sólidos a las tuberías, suelen utilizarse estructuras de rejillas formadas por un sistema de barrotes o soleras verticales

regularmente espaciadas, que se apoyan sobre miembros estructurales, dichas rejillas obstaculizan el flujo y producen una pérdida de energía.

$$h_r = K_r \frac{v^2}{2g} \qquad (VII.23)$$

Pérdidas por rejilla.

De acuerdo con las condiciones del flujo y rejillas, se puede obtener una aproximación media para K_r con la fórmula de Creager:

$$K_r = 1.45 - 0.45 \left(\frac{A_n}{A_b}\right) - \left(\frac{A_n}{A_b}\right)^2 \qquad (VII.23.a)$$

Donde:

K_r = Coeficiente de pérdida por rejilla, adimensional

A_n = Area neta de paso entre las rejillas, en m^2

A_b = Area bruta de la estructura de rejillas, en m^2

Se aclara que, al aplicarse esta ecuación en la fórmula VII.23, la velocidad v es la velocidad neta a través de las rejillas.

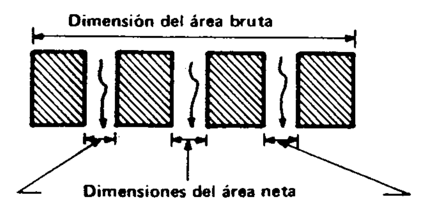


Figura VII.23. Planta esquemática de rejillas.

3. Pérdida por ampliación de la sección

Esta se origina al producirse una ampliación de la sección transversal del tubo. La ampliación puede ser brusca o gradual.

Ampliación brusca

$$h_{ab} = K_{ab} \frac{v^2}{2g} \qquad (VII.24)$$

Pérdida por ampliación brusca

En la que:

K_{ab} es un coeficiente que depende de la relación de áreas de la sección transversal antes y después de la ampliación. La velocidad que se toma en cuenta es la de aguas arriba **(diámetro menor)**.

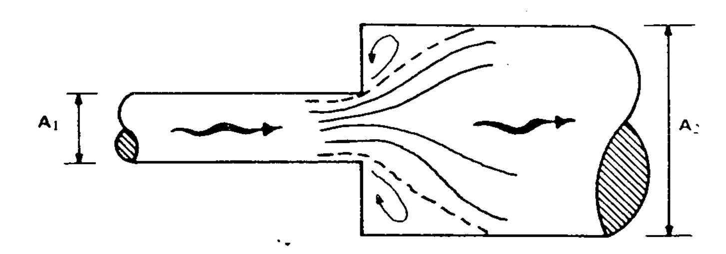


Figura VII.24. Ampliación brusca en tubería.

A_1/A_2	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
K_{ab}	1.0	0.81	0.64	0.49	0.36	0.25	0.16	0.09	0.04	0.01

Como una aproximación se puede utilizar la relación funcional de carácter exponencial, obtenida por medio de la técnica de regresión:

$$K_{ab} = 2.11\, e^{-5.02(A1/A2)} \qquad (VII.24.a)$$

con un coeficiente de determinación: $r^2 = 0.91$

Ampliación gradual (difusores cónicos).

$$h_{ag} = K_{ag} \frac{v_1^2}{2g} \qquad (VII.25)$$

Pérdida por ampliación gradual.

En la que:

$$K_{ag} = C_a \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2 \qquad (VII.25.a)$$

Esta fórmula incluye los resultados de Gibson.

Donde:

C_a es un coeficiente que depende del ángulo θ del difusor, como se indica a continuación.

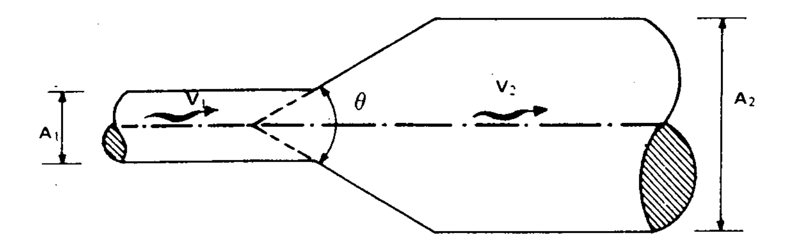


Figura VII.25. Ampliación gradual en tubería.

Valores de θ	6°	10°	15°	20°	30°	40°	50°	60°	90°
Valores de C_a	0.14	0.20	0.30	0.40	0.7	0.9	1.0	1.1	1.1

(Según -26-)

4. Pérdida por reducción de la sección.

En este caso se produce un fenómeno de contracción semejante al de entrada a la tubería. La reducción puede ser **brusca o gradual.**

Reducción brusca.

$$h_{rb} = K_{rb} \frac{v_2^2}{2g} \qquad (VII.26)$$

Pérdida por reducción brusca.

Siendo:

v_2 = **velocidad** media en el conducto de menor diámetro (aguas abajo).

K_{rb} = Coeficiente que depende de la relación de diámetros de los conductos, como a continuación se indica (según Kisieliev).

Como una aproximación se puede utilizar la relación funcional de carácter exponencial, obtenida por medio de la técnica de regresión:

$$K_{rb} = 0.74\, e^{-1.77}\, (D_2/D_1) \qquad (VII.26.a)$$

con un coeficiente de determinación:

$r^2 = 0.83.$

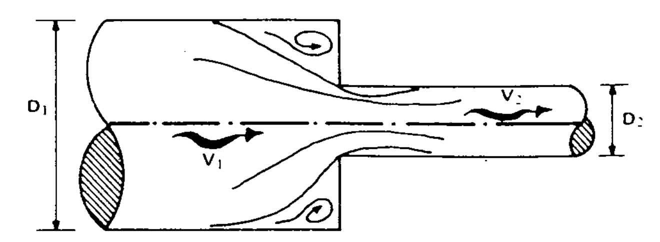


Figura VII.26. Reducción brusca en tubería.

D_2/D_1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$K_{r.b.}$	0.49	0.47	0.45	0.42	0.37	0.32	0.26	0.18	0.1

Reducción gradual.

$$h_{rg} = K_{rg} \frac{v_2^2}{2g} \qquad (VII.27)$$

Pérdida por reducción gradual

Si bien en este caso la pérdida es inferior a la de la ampliación, dependiendo de la brusquedad con que se efectúa la contracción, el coeficiente de pérdida (K_{rg}), está supeditado al ángulo θ con que ésta se produzca, de acuerdo con la tabla siguiente (según Kisieliev):

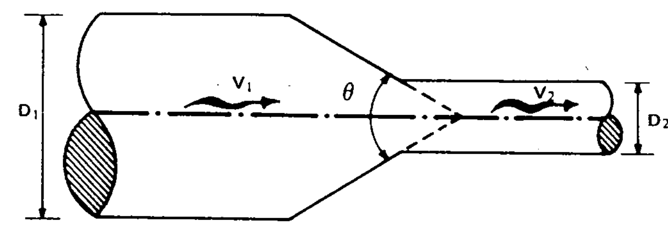


Figura VII.27. Reducción gradual en tubería.

Valores de θ	4 a 5°	7°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	60°	75°	80°
Valores de K_{rg}	0.005 a 0.06	0.16	0.16	0.18	0.2	0.22	0.24	0.26	0.28	0.3	0.32	0.34	0.35

(Según -26-)

5. Pérdida por cambio de dirección.

Si en un cambio de dirección se visualiza el flujo, se observa que los filetes tienden a conservar su movimiento rectilíneo en razón de su inercia. Esto modifica la distribución de velocidades y produce zonas de separación en el lado interior y aumentos de presión en el exterior.

El cambio de dirección puede verificarse con codo (**arista viva**) o con curva.

Cambio de dirección con codo (Arteaga -1-).

$$h_{c_1} = K_{c_1} \frac{v^2}{2g} \qquad (VII.28)$$

Pérdida por cambio de dirección con codo.

En la que:

v = Velocidad media en la tubería, en m/seg.

$K_{c_1} = C\sqrt{\frac{\Delta}{90°}}$,coeficiente de pérdida por cambio de dirección con codo.

Donde:

C = Coeficiente cuyo valor comúnmente se adopta igual a 0.25

Δ = Angulo de la deflexión en grados.

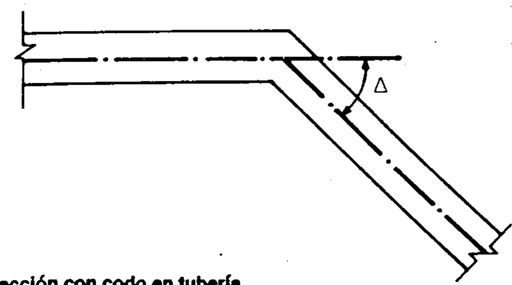


Figura VII.28. Cambio de dirección con codo en tubería.

Cambio de dirección con curva (Arteaga -2-).

$$h_{c_2} = K_{c_2} \frac{v^2}{2g} \qquad (VII.29)$$

Pérdida por cambio de dirección con curva.

En la que:

v = Velocidad media en la tubería, en m/seg.

$K_{c_2} = C_2\,\eta$ = coeficiente de pérdida por cambio de dirección con curva (Federhofer).

Donde:

C_2 = Coeficiente que depende de la relación del radio de la curva (R_c) con el diámetro del tubo (D).

Rc/D	1	2	4	6	10
C_2	0.52	0.29	0.23	0.20	0.18

η = Coeficiente que es función del ángulo de la curva (θ).

Valores de θ	10°	20°	30°	40°	60°	90°	135°	150°	180°
Valores de η	0.2	0.4	0.5	0.7	0.85	1.0	1.15	1.2	1.3

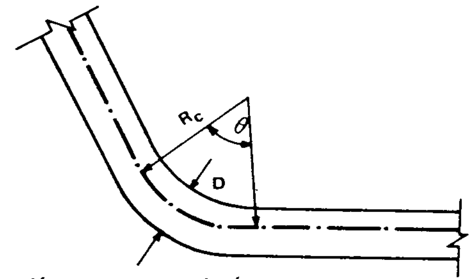


Figura VII.29. Cambio de dirección con curva en tubería.

6. Pérdida por bifurcación.

La pérdida de carga en una bifurcación de conductos, depende de numerosos factores: dirección del escurrimiento, diámetro de las diversas ramificaciones, del ángulo α que forman entre ellas, del redondeo de las juntas entre las diversas ramificaciones, etc.

La bifurcación puede ser por unión, cuando confluyen dos corrientes en una, o por separación, cuando se divide una corriente en dos. La pérdida de carga es mayor en la unión que en la separación (Figuras VII.30 y VII.31), en ambas se expresa como un porcentaje de la carga de velocidad.

Para las necesidades de la práctica, como primera aproximación se puede emplear la siguiente fórmula:

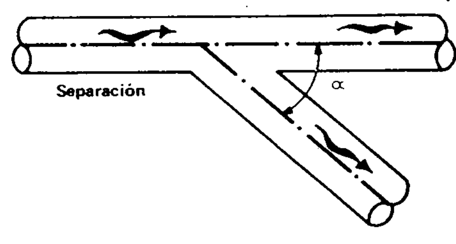
$$h_b = K_b \frac{v^2}{2g} \qquad (\text{VII.30})$$

Pérdida por bifurcación.

Donde:

v = Velocidad media de la rama en la que circula el gasto total.

k_b = Coeficiente de pérdida por bifurcación.

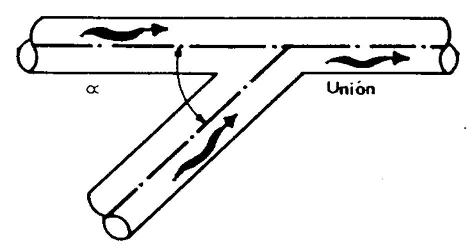


Para:

$\alpha = 90°, K_b = 0.5$

$\alpha = 45°, K_b = 0.25$

Figura VII.30. Bifurcación por separación.



Para:

$\alpha = 90°, K_b = 1.0$

$\alpha = 45°, K_b = 0.5$

Figura VII.31. Bifurcación por unión.

7. Pérdida por válvulas.

Las válvulas pueden ofrecer una gran resistencia al flujo. De la misma forma si están totalmente abiertas habrá una pérdida de carga sensible, debida a su propia construcción.

Los coeficientes de pérdida por válvula varían de acuerdo con el tipo y con las distintas aberturas, deben ser proporcionados por los fabricantes. Los tipos de válvulas más comunes son: de compuerta, de grifo o esféricas y de mariposa. Las pérdidas de carga por válvula se obtienen de acuerdo con la fórmula VII.31..

$$h_G = K_G \frac{v^2}{2g} \qquad (\text{VII.31})$$

En la que:

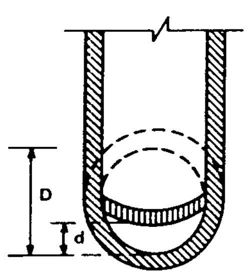
v = Velocidad media en el conducto de llegada, en m/seg

K_G = Coeficiente de pérdida por válvula, que depende del tipo y de la relación de áreas efectivas, de la abertura de paso, entre la de la tubería de sección circular.

Valores de K_G para válvulas de compuerta.

Para la válvula totalmente abierta el valor de K_G puede variar de 0.1 hasta 0.4 conforme a las características de fabricación. Los experimentos de Weisbach llevaron a los siguientes resultados relativos a válvulas de compuerta parcialmente abiertas.

Valores de K_G en válvula de compuerta (según -26-)



d/D	7/8	3/4	5/8	1/2	3/8	1/4	1/8
a/A*	0.948	0.856	0.74	0.609	0.466	0.315	0.159
K_G	0.07	0.26	0.81	2.06	5.52	17.0	97.8

***a/A es la relación de áreas efectivas de la abertura de paso y la de la tubería de sección circular.**

En válvulas de compuerta completamente abiertas, para determinar el valor de K_G se puede utilizar como aproximación la siguiente expresión obtenida por la técnica de regresión potencial de curvas recomendadas por diferentes autores en función del diámetro.

$$K_G = 0.06\, D^{-0.37} \qquad (\text{VII.31 } a)$$

con un coeficiente de determinación: $r^2 = 0.85$

Valores de K_G para válvulas esféricas o de Grifo.

Los coeficientes de pérdida para válvulas esféricas dependen del ángulo de abertura θ (según -26-).

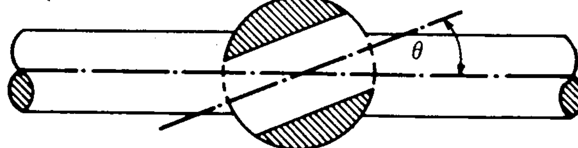


Figura VII.32. Válvula de grifo.

θ	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	82°
a/A	0.926	0.85	0.772	0.692	0.613	0.535	0.458	0.385	0.315	0.25	0.19	0.137	0.091	0
K_G	0.05	0.29	0.75	1.56	3.10	5.17	9.68	17.3	31.2	52.6	106	206	486	00

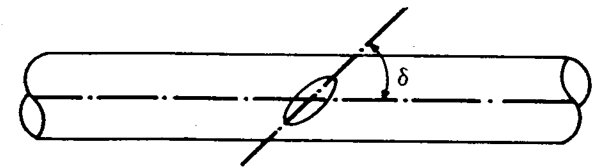
(ver Figura VII.32.)

Valores de K_G para válvulas de mariposa.

El coeficiente de pérdida para válvula de mariposa depende del ángulo δ de abertura. Para cuando está totalmente abierta, se puede utilizar como aproximación la siguiente expresión para el coeficiente K_G, obtenida por la técnica de regresión potencial aplicada a curvas recomendadas por diversos autores, en función del diámetro.

$$K_G = 0.13\,D^{-1.2} \qquad \text{(VII.31.b)}$$

con un coeficiente de determinación $r^2 = 0.88$



Valores de δ	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	90°
a/A	0.913	0.826	0.741	0.658	0.577	0.50	0.426	0.357	0.293	0.234	0.181	0.124	0.094	0.06	0
K	0.24	0.52	0.9	1.54	2.51	3.91	6.22	10.8	18.7	32.6	58.8	118	256	751	0 0

Figura VII.33. Válvula de mariposa.

Para válvulas completamente abiertas, utilizando la misma técnica que las anteriores, para K_G, se tienen:

a. En válvulas de globo

$$K_G = 3.39\,D^{-0.28} \qquad \text{(VII.31. c)}$$

con un coeficiente de determinación: $r^2 = 0.9$

b. En válvulas de retención (Check).

$$K_G = 17.92\,e^{-5.63D} \qquad \text{(VII.31. d)}$$

con un coeficiente de determinación $r^2 = 0.94$

c. En válvulas de pie con pichancha:

$$K_G = 1.8\,D^{-0.6} \qquad \text{(VII.31. e)}$$

con un coeficiente de determinación $r^2 = 0.99$

d. En válvulas alfalferas (según datos obtenidos de gráficas proporcionadas por Waterman, Co.)

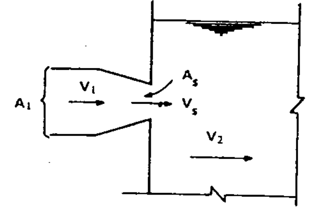
$$K_G = 1.88\,Q^{0.2575}\,D^{-2.4676} \qquad \text{(VII.31 f)}$$

con un coeficiente de determinación $r^2 = 0.9977$, obtenida para válvulas de 4" a 18" de diámetro.

8. Pérdida por salida.

Esta pérdida vale:

$$h_s = k_s \frac{(v_s - v_2)^2}{2g} \qquad \text{(VII.32)}$$



A_s/A_1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
K_s	0.83	0.84	0.85	0.87	0.88	0.9	0.92	0.94	0.965	1.0

Figura VII.33'. Pérdida por salida

Si la descarga es libre:

$$v_2 = 0 \text{ y } h_s = \frac{v_s^2}{2g} \qquad \text{Para} : A_s = A_1$$

9. Método de las longitudes equivalentes.

Un método relativamente reciente para tomar en cuenta las pérdidas localizadas, es el de las longitudes equivalentes de tuberías. Un conducto de este tipo que comprende diversas piezas especiales y otras características bajo el punto de vista de pérdidas de carga, equivale a una tubería rectilínea de mayor extensión.

El método consiste en sumar a la extensión real de tubo, para simple efecto de cálculo, extensiones tales que correspondan a la misma pérdida de carga que ocasionarían las piezas especiales existentes en la tubería. A cada pieza especial corresponde una cierta longitud ficticia y adicional. Teniéndose en consideración todas las piezas especiales y demás causas de pérdida, se llega a una longitud virtual de tubería.

Tabla VII.6. Longitudes equivalentes a pérdidas locales. (expresadas en metros de tubería rectilínea)* (Ref.-10-).

Diámetro D mm	pulg.	Codo 90° radio largo	Codo 90° radio medio	Codo 90° radio corto	Codo 45°	Curva 90° R/D-1 $\frac{1}{2}$	Curva 90° R/D-1	Curva 45°	Entrada normal	Entrada de borda	Válvula de com-puerta abierta	Válvula tipo globo abierta	Válvula de ángulo abierta	Té paso directo	Té salida lateral	Té salida bilateral	Válvula de pie	Salida de tubería	Válvula de re-ten-ción tipo liviana	Válvula de re-ten-ción tipo pesado
13	1/2	0.3	0.4	0.5	0.2	0.2	0.3	0.2	0.2	0.4	0.1	4.9	2.6	0.3	1.0	1.0	3.6	0.4	1.1	1.6
19	3/4	0.4	0.6	0.7	0.3	0.3	0.4	0.2	0.2	0.5	0.1	6.7	3.6	0.4	1.4	1.4	5.6	0.5	1.6	2.4
25	1	0.5	0.7	0.8	0.4	0.3	0.5	0.2	0.3	0.7	0.2	8.2	4.6	0.5	1.7	1.7	7.3	0.7	2.1	3.2
32	1 1/4	0.7	0.9	1.1	0.5	0.4	0.6	0.3	0.4	0.9	0.2	11.3	5.6	0.7	2.3	2.3	10.0	0.9	2.7	4.0
38	1 1/2	0.9	1.1	1.3	0.6	0.5	0.7	0.3	0.5	1.0	0.3	13.4	6.7	0.9	2.8	2.8	11.6	1.0	3.2	4.8
50	2	1.1	1.4	1.7	0.8	0.6	0.9	0.4	0.7	1.5	0.4	17.4	8.5	1.1	3.5	3.5	14.0	1.5	4.2	6.4
63	2 1/2	1.3	1.7	2.0	0.9	0.8	1.0	0.5	0.9	1.9	0.4	21.0	10.0	1.3	4.3	4.3	17.0	1.9	5.2	8.1
75	3	1.6	2.1	2.5	1.2	1.0	1.3	0.6	1.1	2.2	0.5	26.0	13.0	1.6	5.2	5.2	20.0	2.2	6.3	9.7
100	4	2.1	2.8	3.4	1.5	1.3	1.6	0.7	1.6	3.2	0.7	34.0	17.0	2.1	6.7	6.7	23.0	3.2	6.4	12.9
125	5	2.7	3.7	4.2	1.9	1.6	2.1	0.9	2.0	4.0	0.9	43.0	21.0	2.7	8.4	8.4	30.0	4.0	10.4	16.1
150	6	3.4	4.3	4.9	2.3	1.9	2.5	1.1	2.5	5.0	1.1	51.0	26.0	3.4	10.0	10.0	39.0	5.0	12.5	19.3
200	8	4.3	5.5	6.4	3.0	2.4	3.3	1.5	3.5	6.0	1.4	67.0	34.0	4.3	13.0	13.0	52.0	6.0	16.0	25.0
250	10	5.5	6.7	7.9	3.8	3.0	4.1	1.8	4.5	7.5	1.7	85.0	43.0	5.5	16.0	16.0	65.0	7.5	20.0	32.0
300	12	6.1	7.9	9.5	4.6	3.6	4.8	2.2	5.5	9.0	2.1	102.0	51.0	6.1	19.0	19.0	78.0	9.0	24.0	38.0
350	14	7.3	9.5	10.5	5.3	4.4	5.4	2.5	6.2	11.0	2.4	120.0	60.0	7.3	22.0	22.0	90.0	11.0	28.0	45.0

*** Los valores indicados para válvulas tipo globo se aplican también a llaves para regaderas y válvulas o llaves de descarga.**

La pérdida de carga a lo largo de las tuberías, puede ser determinada por la fórmula de Darcy-Weisbach.

$$h_f = f\ \frac{Le}{D}\ \frac{v^2}{2g} = m\ \frac{v^2}{2g}$$

En la que:

$$m = f\frac{Le}{D} = \text{ Constante para una determinada tubería.}$$

Por otro lado, las pérdidas locales tienen la siguiente expresión general:

$$h'_f = K_x\ \frac{v^2}{2g}$$

Se observa entonces que la pérdida de carga al pasar por conexiones, válvulas, etc., varía con la misma función de la velocidad que se tiene para el caso de resistencia al flujo en tramos rectilíneos de la tubería. Debido a esta identidad se pueden expresar las pérdidas locales en función de longitudes rectilíneas de tubos. Por tanto se puede obtener una longitud equivalente de tubo, que corresponde a una pérdida de carga idéntica a la pérdida de carga local, efectuándose:

$$h_f = h'_f;\ \ f\ \frac{Le}{D}\ \frac{v^2}{2g} = K_x\ \frac{v^2}{2g}$$

$$L_e = \frac{K_x\ D}{f} \qquad \text{(VII.33)}$$

En la que:

L_e = Longitud equivalente de tubería, en m.

K_x = Coeficiente de pérdida localizada, debido a la causa 'x', adimensional.

D = Diámetro de la tubería, en m.

f = Coeficiente de fricción de Darcy, adimensional.

Para el cálculo de las longitudes equivalentes, se puede auxiliar uno con las tablas VII.7 y VII.8, dependiendo del material y diámetro de las tuberías.

Para cuando se tengan problemas específicos sobre tuberías de fierro y acero se tienen la Gráfica VII.2 o la tabla VII.9, expresada en ésta las longitudes equivalentes en número de diámetros de tubería; éstas también se pueden aplicar a tuberías de cobre o latón con aproximación razonable. Adicionalmente también se tiene la Tabla VII.6 que proporciona directamente la longitud equivalente según el accesorio respectivo.

Cuando se tienen problemas específicos de tuberías circulando agua, se puede usar la Tabla VII-7, donde se tienen diferentes valores del coeficiente f para diferentes diámetros en función de la velocidad media y del estado de la tubería (nueva o vieja), para hierro y concreto.

Tabla VII.7. Valores del factor de fricción f para emplearse en la fórmula de Darcy, para cuando circula agua (Trueba-33).

Diámetro		Tubería de hierro								Tubería de concreto			
		nueva				vieja							
		velocidad en metros por segundo											
(m)	(pulg)	0.5	1.5	3.0	6.0	0.5	1.5	3.0	6.0	0.5	1.5	3.0	6.0
0.0254	1	0.040	.035	.034	.030	.071	.071	.071	.071				
0.076	3	.030	.027	.025	.023	0.054	.054	.054	.054				
0.152	6	.025	.023	.021	.019	.045	.045	.045	.045	.035	.030	.027	.025
0.254	10	.022	.020	.019	.017	.040	.040	.040	.040	.031	.026	.024	.022
0.381	15	.020	.018	.017	.015	.036	.036	.036	.036	.027	.024	.022	.020
0.610	24	.018	.016	.015	.013	.032	.032	.032	.032	.024	.021	.019	.018
0.914	36	.016	.014	.014	.012	.029	.029	.029	.029	.022	.019	.017	.016
1.220	48	.015	.013	.013	.011	.026	.026	.026	.026	.020	.018	.016	.015
1.830	72	.013	.012	.011	.010	.024	.024	.024	.024	.019	.016	.015	.013

Tabla VII.8. Valores aproximados de K_x (pérdidas locales). (10)

Pieza y pérdida	Kx
Ampliación gradual	0.30*
Boquillas	2.75
Compuerta, abierta	1.00
Controlador de caudal	2.50
Codo de 90°	0.90
Codo de 45°	0.40
Rejilla	0.75
Curva de 90°	0.40
Curva de 45°	0.20
Curva de 22°30'	0.10

CONTINUA

Pieza y pérdida	K x
Entrada redondeada (r = D/2)	0.23
Entrada normal en tubo	0.50
Entrada de Borda	1.00
Entrada abocinada	0.04
Existencia de pequeña derivación	0.03
Confluencia	0.40
Medidor Venturi	2.50**
Reducción gradual	0.15*
Válvula de compuerta, abierta	0.20
Válvula de ángulo, abierta	5.00
Válvula tipo-globo, abierta	10.00
Salida tubo	1.00
T, pasaje directo	0.60
T, salida de lado	1.30
T, salida bilateral	1.80
Válvula de pie	1.75
Válvula de retención	2.50
Velocidad	1.00

*** Con base en la velocidad mayor (sección menor)**
**** Relativa a la velocidad de la tubería.**

Las imprecisiones y discrepancias resultantes del empleo del método de las longitudes equivalentes, así como de los datos presentados son probablemente, menos considerables que las indeterminaciones relativas a la rugosidad interna de los tubos y resistencia al flujo, así como a su variación en la práctica.

Tabla VII.9. Pérdidas localizadas expresadas en diámetros de tubería rectilínea (longitudes equivalentes) Ref. (10).

Pieza y pérdida	Longitudes, expresadas en diámetros
Ampliación gradual	12
Codo de 90°	45
Codo de 45°198	20
Curva de 90°	30
Curva de 45°	15
Entrada normal	17
Entrada de Borda	35
Junta	30

CONTINUA

Pieza y pérdida	Longitudes, expresadas en diámetros
Reducción gradual	6
Válvula de compuerta, abierta	8
Válvula tipo globo, abierta	350
Válvula de compuerta con ángulo, abierta	170
Salida de tubería	35
T, peso directo	20
T, salida de lado	50
T, salida bilateral	65
Válvula de pie	250
Válvula de retención	100

7.8 Ejemplos de tuberías.

7.8.1. De tubería simple con descarga ahogada.

• Se tiene un bordo de almacenamiento (pequeña presa), de material homogéneo (arcilla), cuya obra de toma, colocada en la margen derecha, tiene las siguientes características: *Tubería de acero con juntas soldadas de 12" de diámetro interior, dos válvulas de mariposa, una de emergencia y otra de operación, 100% abiertas de 12" de diámetro interior*, de acuerdo con el esquema, determinar: a) gasto máximo de la obra de toma a fin de diseñar la sección del primer tramo de canal inmediato a la estructura. b) Dibujo de la L.E. y la L.P.

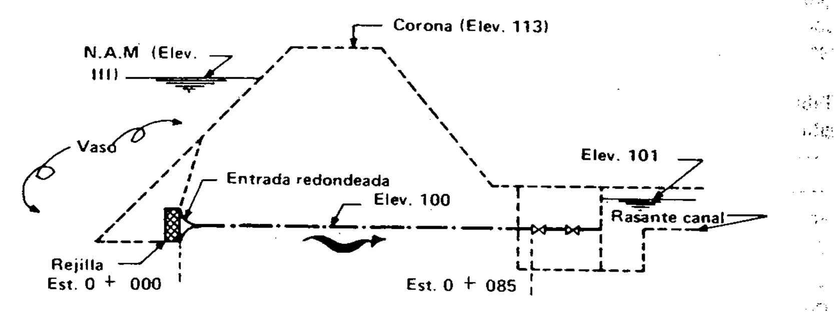


Figura VII.34. Perfil esquemático de obra de toma en presa de almacenamiento.

DATOS:

Tubería recta, a nivel, de acero soldado de 0.305m (12") de diámetro, con 85m de longitud.

Válvulas 100% abiertas de mariposa ($K_G = 0.13\ D^{-1.2}$)

Rejilla estándar: $h_r = 0.1$m (Criterio U.S.B.R.)

Entrada redondeada: $K_e = 0.23$

Salida a tanque amortiguador: $v_2 = 0.3$ m/seg y

$k_s = 1.0$

Respuesta.

a). **Gasto máximo de la obra de toma**

Este gasto se tendrá cuando se presenten el nivel máximo del agua en el vaso (Elevación 111) y el nivel máximo en el arranque del canal, así como las válvulas completamente abiertas.

$$Q = Av = \frac{\Pi}{4}\Delta^2 v = 0.785 \times 0.305^2 v$$

$$Q = 0.073\ v \qquad (1)$$

Como el gasto es constante en toda la longitud y las pérdidas de carga son valuadas, se aplica el Teorema de Bernoulli entre la entrada (inmediatamente aguas arriba de la rejilla) y la salida, posteriormente a la válvula de servicio; considerando el plano de referencia (L.Z) en la cota 100, se tiene:

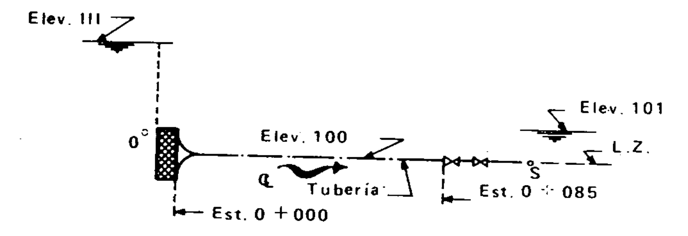


Figura VII.35. Perfil por el eje de la obra de toma.

$$H_e = H_s + \Sigma hx_{e\text{-}s}$$
$$h_{ze} + h_{pe} + h_{ve} = h_{zs} + h_{ps} + hv_s + \Sigma hx_{e\text{-}s}$$

Donde:

h_z = Carga de posición (desnivel respecto a L.Z)

hp = Carga de presión (desnivel respecto a L.P.)

h_v = Carga de velocidad (distancia vertical entre L.P. y L.E.)

h_r = Pérdida de carga por rejilla

h_e = Pérdida de carga por entrada

h_G = Pérdida de carga por válvula

h_s = Pérdida de carga por salida

(Pérdidas localizadas (h_L): h_r, h_e, h_G, h_s)

h_f = Pérdida de carga por fricción

0 + (Elevación 111-Elevación 100) + 0 = 0 + (Elevación 101 Elevación 100) + hv_s + Σhx_{e-s}

$$10.0 = hv_s + h_{L_{e-s}} + h_{f_{e-s}} \quad (2)$$

Obteniendo primeramente las pérdidas localizadas (h_L), se tiene:

$$h_L = h_r + h_e + 2h_G + hs$$

$$= 0.1 + Ke\frac{v^2}{2g} + 2\,K_G\frac{v^2}{2g} + Ks\frac{(v - v_2)^2}{2g}$$

$$= 0.1 + 0.23\frac{v^2}{2g} + 2(0.13\,D^{-1.2})\frac{v^2}{2g} + 1.0\frac{(v - 0.3)^2}{2g}$$

$$= 0.1 + 0.0117\,v^2 + 2\left\{0.13(0.305)^{-1.2}\right\}\frac{v^2}{2g} + 0.051\,(v^2 - 0.6v + 0.09)$$

$$= 0.1 + 0.0117v^2 + 0.551\,v^2 - 0.0306\,v + 0.0046$$

$$h_L = 0.1178\,v^2 - 0.0306\,v + 0.1046 \quad (3)$$

A continuación las pérdidas por fricción, usando la fórmula de Darcy-Weisbach (IV.12), se tiene:

$$h_f = f\frac{L}{D}\,\frac{v^2}{2g}$$

Para obtener el coeficiente de fricción f, se observó que varía con la rugosidad del conducto y con el número de Reynolds y que este último es función del diámetro del tubo, de la velocidad, viscosidad y densidad del fluido; por ser desconocida la velocidad no se podrá obtener R_e y entrar a los diagramas de Moody, para lo cual se puede suponer un valor del número de Reynolds (R_e) arriba del cual el flujo se vuelve turbulento rugoso, dependiendo f solamente de la rugosidad relativa, cuyo valor de f será inicio de una serie de tanteos para llegar a su valor prácticamente correcto.

Según la Tabla VII.1. para acero con juntas soldadas cuando se encuentra nuevo, la rugosidad absoluta, es: $\varepsilon = 0.1\text{mm} = 0.0001\text{m}$ y la rugosidad relativa: $\varepsilon/D = 0.0001/0.305 = 0.0003$.

$$\varepsilon/D = 0.0003$$

Según el Diagrama de Moody, en la zona turbulenta rugosa, para ε/D = 0.0003 el valor de f = 0.015, que sustituido en la expresión (IV.12), se tiene:

$$h_f = 0.015\left\{\frac{85.0}{0.305}\right\}\left\{\frac{v^2}{19.62}\right\} = 0.2131\,v^2$$

$$h_f = 0.2131\,v^2 \quad (4)$$

Sustituyendo (3) y (4) en (2), se tiene:

$$10 = \frac{v^2}{2g} + 0.1178\,v^2 - 0.0306\,v + 0.19 + 0.2131\,v^2$$

$$0.3819\,v^2 - 0.0306\,v - 9.8954 = 0$$

Dividiendo todo entre 0.0306

$$12.48\,v^2 - v - 323.38 = 0$$

resolviendo la anterior ecuación de la forma cuadrática completa, para lo cual se considera: a = 12.48, b = 1.0 y c = 323.38, por lo que:

$$v = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1.0) \pm \sqrt{(-0.1)^2 - 4(12.48)(-323.38)}}{2\,(12.48)} =$$

$$= \frac{1.0 + \sqrt{0.01 + 16143.13}}{24.96} = \frac{128.057}{24.96} = 5.13$$

$$v = 5.13 \text{ m/seg}$$

Calculando el Número de Reynolds:

$$Re = \frac{5.13 \times 0.305}{1.01 \times 10^{-6}} = 1.55 \times 10^6$$

entrando al diagrama de Moody con este valor y con $\varepsilon/D = 0.0003$,

se tiene: $f = 0.0151$

que prácticamente es igual al valor utilizado, por lo que se considera correcto el cálculo; sustituyendo el valor de v en la ecuación (1), se obtiene el gasto.

$$Q = 0.073\,(5.13) = 0.374$$

$$Q = 0.374\ m^3/seg$$

b.) **Dibujo de la Línea de Energía** (L.E.) **y de la Línea piezométrica** (L.P.).

La L.E. es necesaria para el trazo de la L.P. que muestra si todo el entubamiento trabaja lleno (a presión) además de permitir calcular las presiones máximas cuando ocurre un cierre brusco de válvulas, dato que es necesario para el diseño estructural del entubamiento y piezas especiales (válvulas, acopladores, juntas, etc.) y detectar la necesidad de dispositivos para contrarrestar los efectos de un eventual **Golpe de Ariete** y que se manifiesta por pulsación de la L.P. debido a la detención brusca del flujo.

La L.P. como se indicó con anterioridad, está abajo de la L.E. a una distancia igual a la carga de velocidad ($hv = v^2/2g$).

La técnica para trazar la L.E. implica el cálculo previo de las diferentes pérdidas de carga, ya sean localizadas o de fricción, las cuales se van descontando en el sentido del flujo.

Cálculo independiente de las pérdidas de carga.

- Carga de velocidad: $hv = \frac{v^2}{2g} = \frac{5.13^2}{19.61} = 1.341\ m$

- Por rejilla: $h_r = 0.1 m$ (Según criterio del U.S.B.R.)

- Por entrada ($K_e = 0.23$): $h_e = K_e\, h_v = 0.23 \times 1.341 = 0.308\ m$

- Por fricción:

$$h_f = f\,\frac{L}{D}\,\frac{v^2}{2g} = 0.015 \times \frac{85}{0.305} \times 1.341 = 4.18 \times 1.341 = 5.606\ m$$

- Por válvulas:

$$h_G = K_G\,\frac{v^2}{2g} = 0.541 \times 1.341 = 0.726\ m$$

- Por ser dos válvulas:

$$2 \times 0.726 = 1.452\ m$$

- Por salida:

$$h_s = K_s\,\frac{(v - v_2)^2}{2g} = 1.0\,\frac{(5.13 - 0.3)^2}{19.6} = 1.189\ m$$

$$\Sigma h_x = 0.1 + 0.308 + 5.606 + 1.452 + 1.189 = 8.655\ m$$

$$hv_s = 1.341\ m$$

$$hv_s + \Sigma h_x = \text{Elev. 111-Elev. 101} = 10\ m$$

$$\Sigma h_x + hv_s = 8.655 + 1.341 = 9.996 = 10$$

Por lo que está bien realizado el cálculo.

Con los datos anteriores se dibuja la L.E. y luego la L.P.

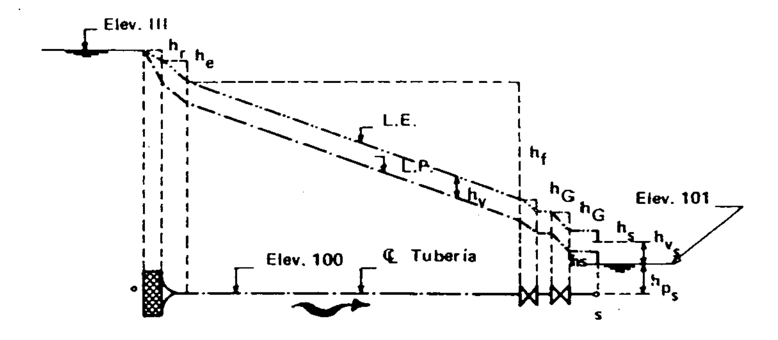


Figura VII.36. Dibujo de las líneas piezométrica y de energía.

7.8.2. De tubería simple con descarga libre.

Se tiene una bomba centrífuga, accionada por un motor eléctrico en un cárcamo de bombeo construido en un manantial, el agua bombeada alimenta un tanque ubicado sobre una torre, que regula la dotación de agua potable a un centro de población. Determinar el consumo de energía en la planta de bombeo para un gasto de 62 lt/seg; las eficiencias son: a). En el motor $\eta M = 0.85$, y b). En la bomba $\eta_B = 0.55$.

Un conjunto de bombeo puede representarse esquemáticamente (Figuras VII.37 y VII.38.).

La utilización de una bomba centrífuga está condicionada a que el desnivel entre el eje de la bomba y el espejo dinámico del cárcamo siempre debe ser menor que la carga de presión atmosférica en el sitio, disminuida de las pérdidas de carga hasta la bomba, para asegurar el cebado de la bomba en forma automática.

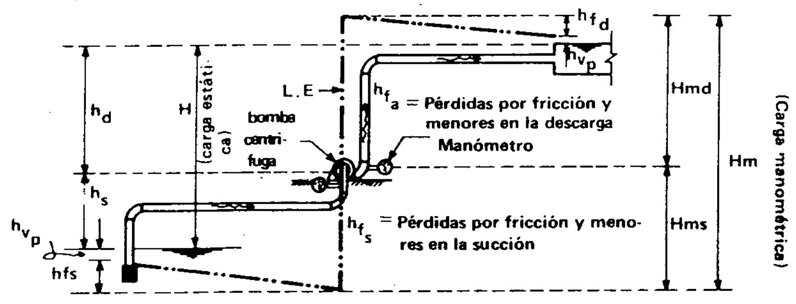


Figura VII.37. Esquema de conjunto de bombeo.

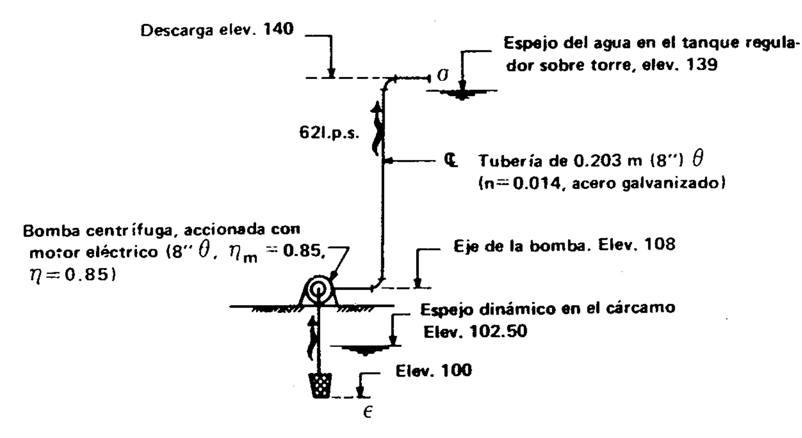


Figura VII.38. Perfil esquemático (Elevación en m).

La carga de presión en ε (sumersión), es dato del fabricante, así como las eficiencias de la bomba y el motor.

La potencia del conjunto formado por la bomba y el motor está dada por:

$$P = \frac{\omega\, Q\, H_m}{75\ \eta_{Mec.}}$$

Donde:

P = Potencia requerida en C.V.

ω = Peso volumétrico del agua = 1000 kg/m^3

Q = Gasto de la bomba = 0.062 m^3/seg

H_m = Carga manométrica comunicada a la bomba por el motor, en m

$\eta_{Mec.}$ = Eficiencia mecánica o del conjunto ($=\eta_M\ \eta_B$), adimensional = 0.55 x 0.85 = 0.4675 $\doteq$ 0.47

Sustituyendo datos:

$$p = \frac{1000 \times 0.062 \times H_m}{75 \times 0.47} = 1.759\ H_m \text{ (en C.V.)}$$

Pero como la potencia se desea en Kw:

1 C.V. consumido = 0.736 Kw consumidos

C.V. = caballo de vapor

Kw = kilowatt

P = 1.759 H_m (0.736) = 1.295 Hm

P = 1.295 Hm (1)

Aplicando el Teorema de Bernoulli entre ε y σ, ubicando el plano de referencia (Lz) en la elevación 100 m, se tiene:

$$H_m + hz_\varepsilon + hp_\varepsilon + hv_\varepsilon = hz_\sigma + hp_\sigma + hv_\sigma + \Sigma h_{x_{\varepsilon-\sigma}}$$

$$H_m + 0 + (\text{Elevación 102.5 - Elevación 100}) + 0$$

$$= (\text{Elevación 140- Elevación 100}) + 1/2\ D_t + \frac{v^2}{2g} + \Sigma h_{x_{\varepsilon-\sigma}}$$

$$H_m + 2.5 = 40 + \frac{1}{2}(0.203) + \frac{v^2}{2g} + \Sigma h_{x_{\varepsilon-\sigma}}$$

$$H_m = 37.6 + 0.051 v^2 + \Sigma h_{x_{\varepsilon-\sigma}} \quad (2)$$

$$\Sigma h_{x_{\varepsilon-\sigma}} = h_L + h_{f_{\varepsilon-\sigma}}$$

$$h_L = h_\pi + 3hc_1 + h_1 + hs$$

$$h_L = K_\pi \frac{v^2}{2g} + 3K c_1 \frac{v^2}{2g} + K_1 \frac{v^2}{2g} + Ks \frac{v^2}{2g}$$

Usando la fórmula de Manning (VII.21) para h_f.

$$h_f = 6.345\, n^2 \frac{L}{D^{4/3}} v^2$$

- Por válvula de pie con Pichancha, según fórmula (VII.31.e):

$$K_\pi = K_\pi = 1.8\,(0.203)^{-0.6} = 4.686$$

- Por Codo de 90°: $K_{c_1} = 0.25$

- Por Hélice: $K_1 = 0$ al quedar comprendido en la eficiencia de la bomba.

- Por salida: $K_s = 1.0$

- Por fricción n = 0.014 para acero galvanizado según la Tabla VII.6

$$h_{f_{\varepsilon-\sigma}} = 6.345\; n^2 \frac{L}{D^{4/3}} v^2 = 6.345(0.014)^2 x \frac{40}{(0.203)^{4/3}} v^2$$

$$h_{f_{\varepsilon-\sigma}} = 0.4167 v^2$$

$$h_L = 4.686 \frac{v^2}{2g} + 3\,(0.25) \frac{v^2}{2g} + 0 + 1.0 \frac{v^2}{2g} = 6.436 \frac{v^2}{2g}$$

$$h_L = 0.328\, v^2$$

$$\Sigma h_{x_{\varepsilon-\sigma}} = 0.328\, v^2 + 0.4167\, v^2 = 0.7447\, v^2$$

Sustituyendo en (2):

$$Hm = 37.6 + 0.051\, v^2 + 0.7447\, v^2$$

$$= 37.6 + 0.7957\, v^2$$

Como:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.062}{0.785\, x\; 0.203^2} = \frac{0.062}{0.0323} = 1.92\; m\,/\,seg$$

$$H_m = 37.6 + 0.7957\,(1.92)^2 = 37.6 + 2.933 = 40.533$$

$$H_m = 40.533\ m$$

Sustituyendo en la ecuación (1):

$$P = 1.295 \times 40.533 = 52.49$$

$$P = 52.5\ Kw$$

Consumidos por la planta de bombeo para entregar al tanque regulador 62 l /seg.

7.9 Diseño de tuberías.

El problema de diseño de tuberías consiste en definir la sección, tamaño y el material que conformará el conducto que servirá para transportar un fluido hasta donde vaya a ser aprovechado para una determinada finalidad.

El diseño de una tubería estará condicionado para tres casos:

1. Según su sitio de construcción.

   a) Para tuberías prefabricadas: con diámetros comerciales y materiales disponibles en el mercado.

   b) Para tuberías construidas *in situ*: al tamaño de la maquinaria y cimbras de construcción.

2. Velocidades permisibles.

   a) Velocidad mínima.

   Para evitar depositaciones en las tuberías la velocidad mínima generalmente se fija entre 0.25 y 0.4 m/seg, según la calidad del agua; para las aguas que contienen ciertos materiales en suspensión, la velocidad no debe ser inferior a 0.6 m/seg (Drenaje de asentamientos humanos). Esto no es válido para sistemas de distribución de agua potable.

   b) Velocidad máxima.

Esta velocidad depende de:

b.1 Condiciones económicas.

b.2 Limitaciones de pérdidas de carga.

b.3 Desgaste de las tuberías y piezas accesorias.

b.4 Control de la corrosión.

b.5 Condiciones relacionadas al buen funcionamiento de los sistemas.

b.6 Posibilidad de aparición de efectos dinámicos nocivos (sobrepresiones perjudiciales).

b.7 Ruidos desagradables.

Los diámetros comerciales prefabricados según los materiales de las tuberías, son:

a) Tubos de Asbesto Cemento.

Diámetros de 2 1/2" hasta 36", variando de 2 1/2", 3", 4" y de 2" en 2" hasta 20", luego 24", 30" y 36", siendo estos diámetros interiores con presentación en varias clases según su presión máxima de trabajo, en cuyo caso se dan diferentes espesores. La longitud comercial es de 4.0 m.

b) Tubos de Fierro fundido.

Diámetros de 2", 3", 4", 6", hasta 60", de 2" en 2" hasta 24" y de 6" en 6" hasta 60".

c) Tubos de Concreto reforzado.

Diámetros de 12" hasta 84", de 3" en 3" hasta 18" y de 6" en 6" hasta 84".

d) Tubos de Acero.

Diámetros de 4" a 24" variando de 2" en 2" hasta 20" y luego 24", con longitudes de 6.40 m.

e) Tubos de P.V.C.

Diámetros de 1/4" hasta 8", variando en 1/4" hasta 1 1/2", de 1/2" en 1/2" hasta 4", luego 5", 6" y 8" de diámetro nominal exterior

para la serie inglesa y de 50, 63, 80, 140, 160, 200, 250, 315, 355, 400, 450, 500 y 630 mm de diámetro exterior nominal para la serie métrica. En ambas presentaciones se ofrecen varias clases según su presión máxima de trabajo, en cuyo caso será el espesor de la pared dando un determinado diámetro interior, las longitudes comunes son de 6m.

3. Diámetros fabricados en el sitio.

Depende de las condiciones de la maquinaria de construcción y cimbras disponibles.

7.9.1 Ejemplos de diseño de tuberías.

1. Para el abastecimiento de agua de un centro de población será construida una línea de conducción con tubos de P.V.C. (Policloruro de Vinilo), en una extensión de 3 500 m. Diseñar la tubería con capacidad de 75 l /seg. La elevación de la SLA en la fuente de abastecimiento es la 615.00 y la cota de la tubería en la entrada del tanque de almacenamiento en la planta de tratamiento es la 565.50m.

Datos:

L = 3 500 m

Q = 0.075 m^3/seg

h_f = Elevación 615 - Elevación 565.50 = 49.50 m

Material: PVC, ε = 0.02 mm = 2×10^{-5} m (según Tabla VII.I)

(Pág. 223-224)

a) Determinación del diámetro

El presente ejemplo, cae dentro del problema tipo 3, por lo que de acuerdo a la Ecuación VII.19:

$$D = \left(\frac{8 L Q^2}{\pi^2 g h_f}\right)^{1/5} f^{1/5} = N f^{1/5}$$

$$N = \left(\frac{8 \times 3500 \times 0.075^2}{3.1416^2 \times 9.81 \; .5}\right)^{1/5} = \left(\frac{157.5}{4792.63}\right)^{1/5} = 0.033^{1/5}$$

N = 0.5051

$$D = 0.5051 f^{1/5} \qquad (1)$$

49.50 m

Para determinar el valor de f se hace uso del diagrama de Moody en su modificación para el problema tipo 3, según Gráfica VII.I (b) y de acuerdo a la ecuación VII.19.a:

(Pág. 235 - 237)

$$\text{Re } f^{1/5} = \frac{4}{\upsilon}\left\{\frac{g\ h_f\ Q^3}{8\pi^3 L}\right\}^{1/5}$$

$$= \frac{4}{1.01 \times 10^{-6}}\left(\frac{9.81 \times 49.5 \times .075^3}{8 \times 3.1416^3 \times 3500}\right)^{1/5} = 3.96 \times 10^6 \left\{\frac{0.2049}{8.682 \times 10^5}\right\}^{1/5}$$

$$\text{Re } f^{1/5} = 3.96 \times 10^6 \times 0.0473 = 0.1872 \times 10^6$$

$$\text{Re } f^{1/5} = 1.87 \times 10^5$$

187000

υ = viscosidad cinemática del líquido (m^2/s)

Por otro lado: $\frac{\varepsilon}{D} = \frac{2 \times 10^{-5}}{D}$

Como se desconoce D, se supone un valor de v = 1 m/seg, por lo que:

$$Q = A\,v = \frac{\pi}{4} D^2\ v\ ;\ D = \frac{Q}{0.785\ v}$$

$$D = \frac{0.06}{0.785 \times 1.0} = 0.276 m.$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{2 \times 10^{-5}}{0.276} = 0.00007$$

Entrando a la Gráfica VII.1 b), con Re $f^{1/5}$ y ε/D, se tiene:

$$f = 0.0144$$

Sustituyendo en la ecuación (1), se tiene:

$$D = 0.5051\ (0.0144)^{1/5} = 0.2163 \text{ m}$$ = 216.3 mm

El diámetro comercial inmediato superior de la tubería de PVC línea Hidráulica, serie métrica es 250 mm, que para la clase 5 (5 kg/cm^2 de presión máxima de trabajo), su diámetro interior es de 240.85 mm, por lo que la velocidad es:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.075}{0.785 \times 0.241^2} = 1.645 \text{ m/seg}$$

y verificando la pérdida de carga, se tiene:

$$\text{Re} = \frac{v\,D}{\upsilon} = \frac{1.645 \times 0.241}{1.01 \times 10^{-6}} = 3.93 \times 10^5$$

393000

$$\text{y} \quad \frac{\varepsilon}{D} = \frac{2 \times 10^{-5}}{0.241} = 0.00008$$

entrando al diagrama de Moody (Gráfica VII.1).

$$f = 0.0146$$

$$h_f = f\frac{L}{D}\ \frac{v^2}{2g} = 0.0146 \times \frac{3500}{0.241} \times \frac{1.645^2}{19.62} = 29.24 m$$

h_f = 29.24, m, por lo que está bien

2. ¿Qué diámetro debe tener una tubería de fierro fundido de 2500 m de longitud para transportar 0.750 m^3/seg? Para una velocidad máxima de 1.2 m/seg, ¿qué pérdida de carga se presenta?

Datos:
- L = 2 500 m
- Q = 0.750 m^3/seg
- v = 1.2 m/seg
- D = ?
- h_f = ?

a) Determinación del diámetro

$$Q = A\,v\ ;\ A = \frac{Q}{v} = \frac{0.750}{1.2} = 0.625\ m^2$$

$$\frac{\pi}{4} D_t^2 = 0.625\ ; D_t = 0.7958 = 0.892\ m$$

El diámetro comercial inmediato superior, es:

$$D_t = 0.914 \text{ m } (36")$$

b) Determinación de la pérdida de carga
Utilizando la fórmula de Hazaen-Williams, de acuerdo a la fórmula IV.13, se tiene:

$$h_f = \left\{\frac{v}{0.355\ C_H\ D^{0.63}}\right\}^{1.852} L = \left\{\frac{Q/(0.785\ D^2)}{0.355\ C_H\ D^{0.63}}\right\}^{1.852} L$$

El valor de C_H para fierro fundido, según la Tabla VII.6, es 130.

$$h_f = \left\{\frac{0.750/(.785 \times 0.914^2)}{0.355 \times 130 \times 0.914^{0.63}}\right\}^{1.852} \times 2500$$

$$= \left(\frac{1.1437}{43.6082}\right)^{1.852} \times 2500 = 0.0012 \times 2500 = 2.9475$$

$$h_f = 2.947 \text{ m}$$

7.10 Problemas.

7.10.1. Calcular el gasto que descarga una tubería de 0.762 m (30") de fierro fundido nuevo, con una longitud de 1000 m y que es alimentada desde un almacenamiento cuya superficie libre del agua está a 15 m por arriba de la descarga.

Solución: Q = 1.66 m^3/seg.

7.102. Dos vasos de almacenamiento están conectados por una tubería de Asbesto Cemento de 0.305 m (12"), con 3000 m de longitud, existiendo una diferencia de cotas entre sus niveles de embalse de 30 m. Calcular el gasto que descarga dicha tubería.

Solución Q = 0.15 m^3/seg.

7.10.3. ¿Con qué gasto será descargada el agua de una manguera de Polietileno de 200 m de longitud y diámetro interior de 0.051 m (2"), si está colocada en un hidrante en el que la presión durante el escurrimiento es de 3 kg/cm^2? Si en esta manguera se conectará un chiflón de 1.91 cm (3/4") de diámetro. ¿Qué gasto sería descargado si se mantuviera una presión de 4.5 kg/cm^2 en el hidrante? Para el chiflón considere C_v = C = 0.96, así como que la manguera se encuentra horizontal.

Solución: a) Q = 5.9 l.p.s.; b) Q = 5.4 l.p.s.

7.104. A una distancia de 500 m (medida sobre la tubería), desde la fuente de abastecimiento, una tubería de P.V.C. de 345 mm de diámetro interior está a 40 m abajo de la SLA del depósito y la presión en ese punto es 3.5 kg/cm^2. ¿Cuál es la velocidad en la tubería? Considere f = 0.013.

Solución: v = 2.22 m/seg.

7.10.5 Una tubería de 0.203 m (8") se ensancha bruscamente a un diámetro de 0.610 m (24") y la velocidad en esta tubería es de 0.8 m/seg. Calcular la pérdida de carga en m. ¿Qué diferencia de presión habrá en los dos tubos cerca del ensanchamiento? ¿Cuál sería la pérdida de carga si la velocidad en la tubería aguas abajo fuera de 0.5 m/seg?

Solución: a) hab_i = 2.1 m; b) hp_1-hp_2 = -0.524 m, y c) hf_{ab} = 0.822 m.

7.10.6. Una tubería de 0.762 m (30") se reduce de tamaño sucesivamente en forma brusca a 0.457 m (18") y a 0.305 m (12"), con un gasto de 150 l.p.s. ¿Qué pérdida de carga se ocasionará por las reducciones? ¿Qué diferencia de presión habrá en las tuberías extremas (30" y 12"), si se pierden 1.2 m de carga debido a la fricción en la tubería intermedia (18")?

Solución: a) hrb_1 = 1.36 cm, hrb_2 = 6.02 cm; b) hp_1 - hp_4 = 1.48 m.

7.10.7. Una línea de tubería, que descarga al aire, consta de dos tramos, uno de 250 m de longitud con 0.457 m (18") de diámetro y el otro de 600 m de longitud y con 0.61 m (24") de diámetro. Si el cambio de sección es brusco y el gasto descargado es de 250 l.p.s. encontrar la pérdida de carga en cada tramo debida a la fricción en la tubería y la pérdida debida al ensanchamiento brusco. Trácese las líneas de Energía y piezométrica escogiendo las escalas adecuadas. Considérese f = 0.016.

Solución: a) hf_1 = 1.036 m, b) hf_2 = 0.587 m, c) hab = 0.023 m.

7.10.8. Un depósito, cuyo nivel permanece constante, alimenta a un conducto de fierro fundido cuyo eje en su inicio se encuentra a 3 m por debajo de la SLA, el conducto consta de dos tramos, el primero de 400 m de longitud y 0.152 m (6") de diámetro y el otro de 700 m de longitud y 0.102 m (4") de diámetro. Si el cambio de sección es brusco y al final del conducto se encuentra un chiflón cónico (C_d = 0.95), con un diámetro de salida de 5 cm (2") y 4 m de desnivel respecto al inicio del conducto. a) Calcular el gasto de la tubería y b) trazar las líneas de Energía y Piezométrica, incluyendo todas las pérdidas.

Solución: Q = 6.53 l.p.s., hf_1 = 0.456 m, hrb = 0, hf_2 = 5.962 m, h_{ch} = 0.057 m.

7.10.9. Una bomba que se ubica en la Elevación de 200 m, bombea un gasto de 0.045 m^3/seg a través de una tubería de 0.152 m (6") y 2000 m de longitud hasta un depósito de almacenamiento cuya SLA está a la Elevación de 310 m. ¿Qué presión se ubicará en la tubería en un punto en donde su eje se tiene en la Elevación 240 m y la distancia (medida sobre la tubería), desde la bomba es 800 m? Considere f = 0.02.

Solución: p = 11.95 kg/cm^2

7.10.10. Desde un vaso de almacenamiento cuya SLA está a la Elevación de 500 m, se bombea agua a través de una tubería de P.V.C. de 1 250 m de longitud y 0.348 m

de diámetro a través de un valle hacia un segundo vaso de almacenamiento cuyo nivel está a la Elevación de 520 m. Si, durante el bombeo, la presión en un punto de la tubería es de 5.2 kg/cm^2 situado a la mitad de su longitud y a la Elevación de 470 m, calcular el gasto y la potencia ejercida por la bomba. Trazar las líneas de Energía y Piezométrica. Considere una eficiencia del conjunto de bombeo de 50%.

Solución: a) Q = 122.4 l.p.s.; b) P = 77.6 H.P.

7.10.11. Una bomba contra incendios abastece de agua a una boquilla por medio de una manguera de 0.076 m (3") y 150 m de longitud. ¿Qué potencia se requerirá en la bomba para mantener una corriente de agua que tenga una velocidad de 22 m/seg, con la boquilla fijada a 9.0 m arriba del cilindro de la bomba? La boquilla tiene un diámetro de 3.8 cm (1 1/2") en la punta y un coeficiente de gasto 0.9. El valor de f para la manguera puede considerarse de 0.015. Considre $\eta_T = 0.55$

Solución: P = 51 H.P.

7.10.12. Una bomba que toma el agua desde un cárcamo a la elevación 0, la bombea a través de una tubería de 0.254 m (10") sobre una colina cuya cima está a la Elevación 50 m y a 600 m de distancia desde la bomba. La línea de tubería continúa su desarrollo a nivel, 400 m aguas abajo, terminando en una boquilla de 0.0762 m (3"). La bomba tiene que entregar un gasto de 0.125 m^3/seg y el manómetro insertado en la tubería en la cumbre de la colina debe registrar una presión de 4.0 kg/cm^2. Considerar f = 0.018 para la tubería y C_v = C = 0.95 para la boquilla. Despreciar la pérdida de carga a la entrada. Calcular: a) La potencia (en HP) producida por la bomba, b) La altura de la boquilla y en el extremo de ésta, así como c) Las elevaciones de la L.E.: en la bomba, en la cima de la montaña, en la base de la boquilla y en el punto de la misma. Considere una eficiencia total en la bomba de 60%.

Solución:

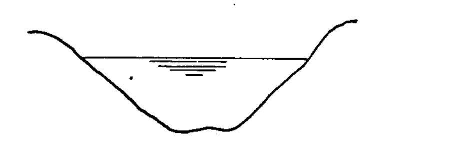
a) P = 284 HP; b) h_b = 39.0 m; c.1) Elevación LE_B = 103.50 m; c.2) Elevación LE_c = 90.30 m; c.3) Elevación LE_{eb} = 81.5 m; c.4) Elevación LE_{Sb} = 77.30 M.

Capítulo 8

FLUJO DEL AGUA EN CANALES

8.1 Definición.

Los canales son conductos de gran desarrollo, abiertos o cerrados, en los cuales circula el agua bajo la acción de la gravedad y sin ninguna presión, puesto que la superficie libre del líquido está en contacto con la atmósfera.



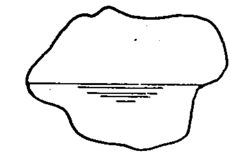


Figura VIII.1. Secciones de canal natural.

8.2 Finalidades (Según -6-).

Las finalidades de los canales pueden ser científicas o técnicas.

Las finalidades científicas por lo general se presentan en laboratorios hidráulicos, investigando problemas de turbulencia, azolve, erosiones, perfiles, etc.

Las finalidades técnicas son: la conducción, distribución y drenaje de volúmenes de agua para aprovechamiento o servicios.

8.3 Partes de un Canal.

Las partes de un canal son: cauce, estructuras y corriente líquida, según las indica Camargo y Salazar (6).

El **Cauce** es la vía por donde circula la corriente líquida en el que se pueden distinguir dos elementos: el trazo y la sección. El trazo, que se refiere a la localización de su eje, tanto en plantas como en perfil, y la sección que se refiere a la conformación geométrica que resulta de cortar el cauce con un plano vertical.

Las estructuras, denominadas también obras de arte, son los elementos necesarios para que el cauce pueda cruzar obstáculos, ser operado, controlado, protegido, etc.; sin modificar sus condiciones originales.

8.4. Elementos técnicos de un canal.

Los elementos técnicos de un canal son: el gasto (Q), el coeficiente de rugosidad (n), la pendiente (s) de la rasante o piso en perfil, el talud (m) o inclinación de las paredes, el ancho de la plantilla (b) que es el ancho del piso o rasante en sección normal a la corriente, el tirante (d), que es la carga de presión sobre el piso o rasante, la velocidad media (v) con la que el agua fluye en el cauce.

Complementariamente también se tienen el área hidráulica (A), que es la superficie de la sección que resulta de cortar la corriente con un plano vertical, el perímetro mojado (p) que es el contorno del contacto entre la corriente y el cauce en la sección normal, y el radio hidráulico (r), que es el cociente del área hidraúlica entre el perímetro mojado.

8.5. Especificaciones técnicas generales (6).

Para los canales, desde el punto de vista técnico, se pueden señalar las siguientes especificaciones generales:

El trazo del eje en planta, se hará a base de tangentes y curvas circulares de gran radio, y el perfil, con curvas verticales que pueden ser del tipo cimacio diseñado para el máximo gasto. Su localización se hará en la ruta de menor desarrollo, respetando los puntos obligados y atendiendo el menor costo de construcción, operación y mantenimiento de las alternativas viables; que se elaborarán de acuerdo con la factibilidad técnica y económica que siempre deberá tomarse en cuenta.

El régimen para canales de riego será uniforme con escurrimiento tranquilo. Los canales de riego serán debidamente revestidos para evitar pérdidas de agua por filtración y aumentar su eficiencia de conducción, cuando menos en los primarios y secundarios (**principales y laterales**).

Los canales de agua potable serán cerrados (cubiertos), e impermeables para evitar pérdidas de agua y contaminación. Los de drenaje se localizarán en *Talwegs* naturales para evitar sobreexcavaciones, para los de aguas negras: además serán impermeables y curbiertos para eliminar fugas y contaminación.

8.6. Clasificación de canales.

Los canales se pueden clasificar de acuerdo a su ubicación, a la geometría de su sección, a su finalidad práctica, a la condición interior de su cauce y a su funcionamiento hidráulico.

a). **Por su ubicación.**

En elevados, superficiales (excavados o en terraplén) y subterráneos.

b) **Por la geometría de su sección.**

En rectangulares, trapeciales, circulares, en herradura, etc.

c) **Por su finalidad práctica.**

En canales de fuerza, cuando sirven para generar energía hidroeléctrica.

Canales de navegación, cuando sirven para transportar mercancías, pasaje, etc (Panamá, Suez, Misisipi, *et al.*)

Canales de riego, cuando sirven para conducir el agua de una fuente de abastecimiento (presa, pozo, etc.) hasta las parcelas de cultivo.

Canales de drenaje, cuando conducen aguas sobrantes de riego (drenes agrícolas), pluviales o aguas negras de asentamientos humanos.

Canales de abastecimiento, cuando conducen agua potable a poblados.

d). **Por la condición interior de su sección.**

En revestidos y sin revestimiento.

e). **Por su funcionamiento hidraúlico.**

Sin considerar el tiempo, de acuerdo con el espacio se clasifican en canales de régimen uniforme y de régimen variado.

Canales de régimen Uniforme —
- Escurrimiento tranquilo o subcrítico
- Escurrimiento crítico
- Escurrimiento rápido o supercrítico

Canales de régimen variado no uniforme —
- Escurrimiento gradualmente variado, que puede ser acelerado o retardado
- Escurrimiento bruscamente variado (salto hidráulico).

8.7. Análisis del escurrimiento del agua en canales.

La dinámica del flujo en canales es, en general, más complicada que la del flujo en conductos a presión (tuberías), a la presencia de una superficie libre. La línea piezométrica (LP) coincide con esta superficie libre y su posición suele ser desconocida.

Para que se llegue a presentar el flujo laminar en un canal, se necesita que la sección transversal sea extremadamente pequeña, la velocidad demasiado baja o la viscosidad cinemática muy alta. Un ejemplo de flujo laminar se tiene cuando una delgada película de líquido escurre sobre un plano inclinado o vertical. Este flujo a través de una tubería se presenta con valores de Re, menores a 2000 este mismo valor se puede aplicar al caso de un canal, si se reemplaza el diámetro D por 4r (**radio hidráulico**). De acuerdo con el Número de Reynolds una vez sustituida 4r en vez de D, el flujo se considera como laminar si: $R_e = vr/\nu \leq 500$; como de transición, pudiendo ser laminar o turbulento si: $500 < Re \leq 2000$ y generalmente turbulento si $Re > 2000$.

La mayoría de los escurrimientos en canales son turbulentos y el líquido suele ser agua. Los métodos para analizar el flujo en canales no se han desarrollado al grado de los de flujo en conductos a presión. Las ecuaciones actualmente en uso suponen turbulencia completa, con la pérdida de carga proporcional al cuadrado de la velocidad $h_f = k\,(v^2)$. Todas las consideraciones que se hagan a continuación son aplicables solamente a flujos turbulentos.

8.7.1. Distribución de presiones en una sección longitudinal de un canal.

Cuando el canal tiene una pendiente pequeña (menor de 0.1), la distribución de presiones en las distintas secciones, sigue la ley hidrostática, o sea, que la presión en cualquier punto de la corriente es directamente proporcional a la profundidad. Así, la Línea piezométrica (LP) coincide en estos casos en la superficie libre del agua (SLA). Esto se presenta en la práctica en los casos de flujo uniforme o gradualmente variado.

En el caso de pendientes muy fuertes (mayores de 0.1), la carga de presión en cualquier punto, será menor que el tirante y se puede obtener de la siguiente forma:

$$\frac{P}{\omega} = y\cos\alpha$$

α = ángulo que forma el fondo del canal con la horizontal.

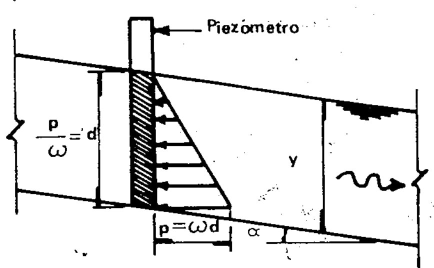


Figura VIII.2. Distribución hidrostática de presiones.

8.7.2. Distribución de velocidades en un canal.

La variación de las velocidades en las secciones de canales viene siendo investigada desde hace mucho tiempo; para el estudio de la distribución de las velocidades se consideran dos secciones.

a) **Sección transversal.** La resistencia ofrecida por las paredes y fondo reduce la velocidad. En la SLA, la resistencia ofrecida por la atmósfera y por los vientos también influye sobre la velocidad. La velocidad máxima será encontrada en la vertical del eje en un punto más abajo de la superficie libre.

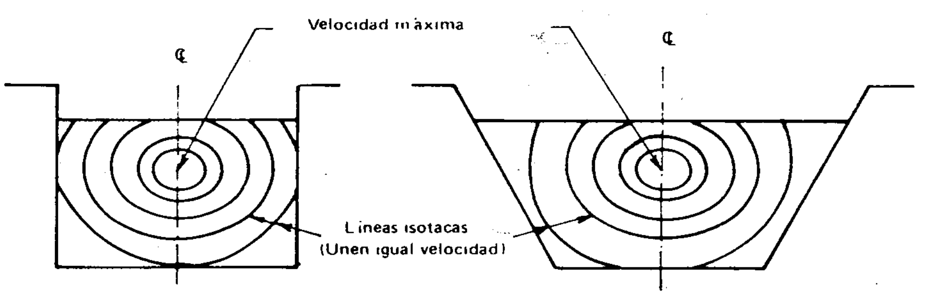


Figura VIII.3. Distribución de velocidades en sección transversal.

b) **Sección longitudinal.** En una sección tomada verticalmente desde la SLA hasta el fondo y orientado según el sentido del escurrimiento, consideando que las veloci-

dades de las partículas líquidas varían de punto a punto según su posición, se distinguen las siguientes velocidades:

v_s = Velocidad superficial

$v_{máx}$ = Velocidad máxima

v_f = Velocidad correspondiente al filete del fondo

v = Velocidad media

El diagrama de velocidades varía con las dimensiones del canal, con su forma, con la rugosidad de las paredes, con el número de Reynolds de la corriente, etc., pero aproximadamente tiene la forma siguiente:

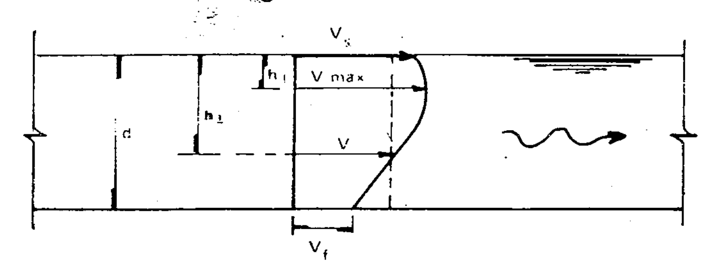


Figura VIII.4. Distribución de velocidades en sección longitudinal.

La velocidad máxima ($v_{máx}$), se presenta ligeramente abajo de la SLA desde $0.05\ d \leq h_1 \leq 0.25\ d$, según sean corrientes poco o muy profundas. En canales rugosos y estrechos la velocidad máxima coincide con v_s.

La velocidad media en la vertical se puede estimar a una profundidad $h_2 = 0.6\ d$.

$$v_{med} = v_{0.6\ d}$$

Si bien un método más confiable consiste en tomar el promedio de las lecturas a 0.2 y 0.8 de tirante, de acuerdo con las recomendaciones del U.S.G.S. (Servicio Geológico de los Estados Unidos).

$$v_{med} = \frac{v_{0.2\ d} + v_{0.8\ d}}{2}$$

Según se trate de canales pequeños o grandes y corrientes naturales, la velocidad media varía entre 0.8 y 0.95 veces la velocidad superficial (v_s) respectivamente.

$$v_{med} = 0.8 \text{ a } 0.95\ v_s$$

8.8. Régimen uniforme en canales.

El régimen uniforme en canales se presenta cuando la velocidad media permanece constante en cualquier sección del canal. Con una superficie libre, esto implica que la sección transversal y el tirante permanecen también constantes.

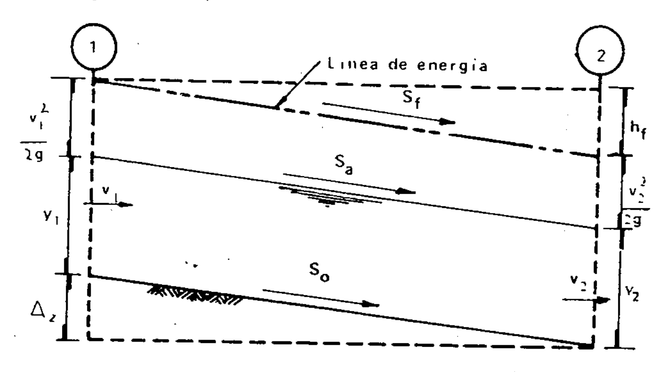


Figura VIII.5. Canal de régimen uniforme.

$$y_1 = y_2 = d;\ A_1 = A_2 = A;\ v_1 = v_2 = v$$

$$Q_1 = Q_2 = Q;\ s_f = s_a = s_o = s$$

Como consecuencia de la definición, en flujo uniforme, la pendiente de fricción (s_f) o de la LE; la SLA y la pendiente geométrica (s_o) del canal son iguales; $s_f = s_a = s_o = s$. El hecho de que la velocidad media permanezca constante, se refiere estrictamente que el flujo posea una velocidad constante en cada punto de la sección transversal a lo largo del canal, es decir, que la distribución de velocidades de cada sección no se altera. El tirante correspondiente al flujo uniforme se conoce como tirante normal.

Las características de un régimen uniforme se pueden satisfacer únicamente si se le proporciona a la corriente una sección transversal y pendiente de plantilla constante, esto es, el flujo uniforme sólo puede ocurrir en canales artificiales, pero no en los naturales. Si la velocidad se incrementa a valores muy grandes (**más de 6 m/seg**) se produce arrastre de aire adquiriendo el flujo un carácter no permanente (**el tirante cambia con el tiempo**) y pulsatorio, por lo cual el flujo muy rápido no puede ser uniforme.

El régimen uniforme en canales se puede verificar en los siguientes tres tipos de escurrimiento.

1. Tranquilo o subcrítico, si el tirante normal es mayor que el crítrico.

2. Crítico, si el tirante normal corresponde al tirante crítico.

3. Rápido o supercrítico, si el tirante normal es menor que el crítico.

a) **Fórmula de Chezy.** La fórmula de fricción desarrollada por Chezy en 1775, fue obtenida originalmente para su aplicación en canales y su validez se restringe el régimen uniforme.

Supóngase un canal de sección cualquiera, como se ilustra en la Figura VIII.6, donde el flujo es uniforme. Puesto que el tirante y la velocidad media permanecen constantes, la aceleración del agua al pasar de una sección a otra (y como consecuencia la fuerza de inercia), vale cero.

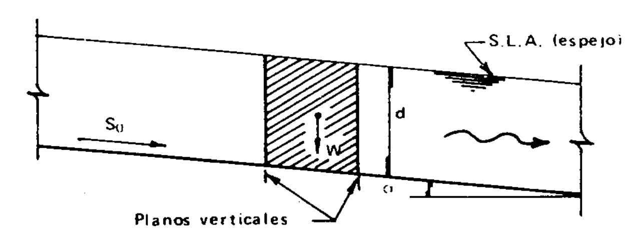


Figura VIII.6. Perfil esquemático del canal con régimen uniforme.

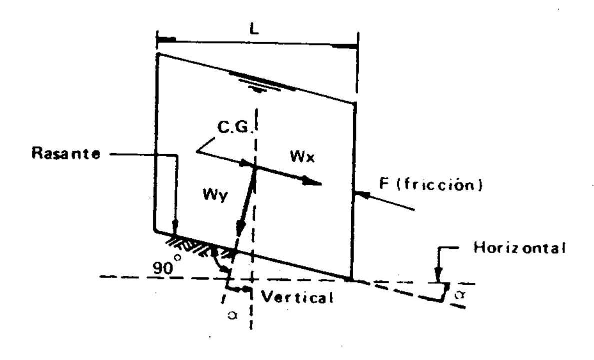


Figura VIII.7. Prisma de agua en equilibrio dinámico (perfil esquemático).

Según Chezy... *Hay una fuerza retardatriz* (Fricción) *que equilibra la reacción acelerante de la componente motriz del peso...*

O sea, para que ocurra el flujo uniforme es necesario que exista un balance entre la componente (**motriz**) del peso en la dirección del flujo (W_x) y la fuerza de resistencia (**fricción = F**).

La componente Wy del peso del prisma genera una fricción y se llama estática, definida como:

$$W_y = W \cos \alpha$$

La componente W_x del peso, genera otra fricción, la cual es dinámica, definida con la siguiente ecuación:

$$W_x = W \operatorname{sen} \alpha$$

Como α es muy pequeño, se considera;

$$\operatorname{sen} \alpha \doteq \operatorname{tg} \alpha$$

Se tiene:

$$W_X = W \operatorname{tg} \alpha; \quad \text{pero} \quad \operatorname{tg} \alpha = s_o$$

Entonces:

$$W_X = W_S$$

Donde:

s_o = Pendiente de la rasante.

Para tener movimiento uniforme, de acuerdo con Chezy, se necesita que:

$$W_X = F \quad \text{o sea,} \quad W_S = F$$

De lo contrario el movimiento sería gradualmente variado.

De acuerdo con la Figura VIII.8.

$$W = \text{Vol. prisma} \times \omega$$

$$W = A\,L\,\omega$$

En la que:

W = peso del prisma de agua considerado
ω = peso volumétrico del agua (1000 kg/m^3)

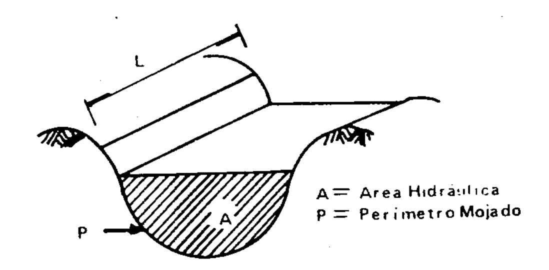


Figura VIII.8. Prisma de agua en estudio.

Sustituyendo en la ecuación **Ws** = F, se tiene:

$$F = A L \omega s$$

Según Chezy, la fricción vale el área de contacto ($a_c = pL$) por un factor de fricción unitario que es proporcional al cuadrado de la velocidad:

$$F = a_c f = (p L) \mu v^2$$

En la que:

μ = Parámetro que depende de la clase de material del cauce.

Sustituyendo:

$$p L \mu v^2 = A L \omega s; \text{ por lo que: } v^2 = \frac{A L \omega s}{p L \mu}$$

Pero: $\frac{A}{p} = r$, entonces:

$$v = \left(\frac{\omega}{\mu}\right)^{1/2} \sqrt{r s}\ ; \quad \text{considerando a } \left(\frac{\omega}{\mu}\right)^{1/2} = k$$

Se tiene:

$$v = K \sqrt{r s} \quad \text{Fórmula de Chezy}$$

que es la misma VII.20 observada en tuberías.

En la que:

v = velocidad media en un canal con un gasto en régimen uniforme, dada en m/seg

k = coeficiente de fricción de Chezy, en $m^{1/2}$ seg

r = radio hidráulico, en m

s = pendiente de la rasante, adimensional

El coeficiente k de Chezy después de muchas investigaciones, se ha observado y comprobado (contra lo que originalmente se pensaba), que varía con la rugosidad relativa del canal y con el Número de Reynolds, pero hasta la fecha no ha sido posible cuantificar completamente la influencia que cada uno de estos factores tiene en el movimiento de la corriente.

b) **Fórmula de Manning.** Varios investigadores han proporcionado fórmulas para cuantificar el valor de k de Chezy (como los Ingenieros Suizos Ganguillet y Kutter), pero de complejidad algebraica poco práctica; debido a esta situación por la finalidad del texto, sólo se verá la que corresponde a Manning, que es de gran sencillez y es la que comúnmente se usa en México y algunos países de América.

El coeficiente k de Chezy, según Manning, vale:

$$k = \frac{c\, r^{1/6}}{n}$$

sustituyendo en la fórmula de Chezy,

$$v = \frac{c\, r^{1/6}}{n} \sqrt{r s} = \frac{c}{n} r^{1/6} s^{1/2} r^{1/2}$$

$$v = \frac{c\, r^{2/3} s^{1/2}}{n} \qquad \text{(VIII.1)}$$

FÓRMULA DE MANNING

En la que:

v = velocidad media del agua en canales con régimen uniforme, en m/seg.

c = coeficiente de Manning que para el sistema métrico vale: 1 $m^{1/3}$/seg y el sistema inglés: 1.486 $pies^{1/3}$/seg.

r = radio hidráulico, en m

s = pendiente de la L.E., que corresponde a la del fondo por estar en régimen uniforme, adimensional.

n = coeficiente de rugosidad de Manning, adimensional.

El coeficiente de rugosidad n depende de un gran número de factores, siendo el más importante lo rugoso de las paredes y que es el que más se ha estudiado (Horton) y para el cual se tienen diferentes valores que se muestran en la Tabla VIII.1.

8.8.1. Escurrimiento tranquilo o subcrítico.

Este escurrimiento es el que se verifica con un tirante normal mayor que el crítico, por tanto con velocidades más bajas que la crítica. Es deseable que los canales de riego trabajen en este tipo de escurrimiento.

a) **Diseño Hidráulico de Canales.** Aquí se atenderá el diseño Hidráulico de canales de riego solamente, aunque debe aclararse que los fenómenos hidráulicos son generales para cualquier canal, así como las técnicas de diseño.

Criterios de diseño (Según 6).

El diseño hidráulico de un canal consiste en definir la geometría de su sección normal resultante de cortar el cauce con un plano vertical, perpendicular al flujo; a partir de los datos: Gasto (Q), tipo de material en el que se aloje el cauce y confine la corriente y pendiente de la rasante (s) o piso, los que deberán dársele al proyectista.

Dichos datos, básicos e indispensables para el diseño hidráulico del canal, se definen mediante análisis de alternativas técnicas y económicamente factibles, elaboradas en gabinete por personal técnico del área de estudios con suficiente información y datos de las brigadas de campo. La pendiente (s) y el tipo de material derivan del trazo definitivo del canal tanto en planta como en perfil aprobado; trazo que a su vez queda condicionado a la topografía, geología de la ruta, puntos obligados (cruce de ríos, vías de comunicación, cerros, bancos de materiales permeables o rocosos, pantanos, poblados, etc.), dominancia de la zona de riego, costos; facilidades de construcción, operación, mantenimiento y control del canal, etc. El gasto generalmente se estima mediante gráficas que ligan la capacidad del canal (m^3/seg) con áreas por regar (hectáreas) y que se han elaborado con base en experiencias de operación de zonas de Riego.

Obviamente el gasto que se requiere depende del programa de cultivos, el cual genera un calendario de riegos. Tal programa tomará en cuenta: clima, agrología, usos consuntivos del agua por los cultivos, técnicas de cultivo y riego, mercadeo y demás características y factores ecológicos regionales, sin pasar por alto el agua disponible de acuerdo con el funcionamiento hidráulico de la fuente de abastecimiento (presa de almacenamiento, derivación, bombeo, ya sea de corrientes superficiales o de aguas subterráneas),

Un problema de diseño se plantea de la siguiente forma:

a) Datos: Q, tipo de material, s

b) Incógnitas: b, d, m, v, n

c) Resolución del problema: Cualquiera que sea el tipo de problema son dos las ecuaciones que permiten el diseño de un canal, la ecuación de continuidad:

$$Q = A\,v$$

y la fórmula de Chezy con coeficiente determinado por Manning.

$$v = \frac{1}{n}\, r^{2/3}\, S^{1/2}$$

el gasto entonces es:

$$Q = \frac{1}{n}\, A\, r^{2/3}\, S^{1/2}$$

El coeficiente de rugosidad n, depende del tipo de material en que se aloje el canal o que revista la sección, su valor se puede obtener de tablas en Manuales de Hidráulica, pudiendo en forma general utilizar los que se muestran en la Tabla VIII.1.

Tabla VIII.1. Coeficiente de rugosidad (n).

MATERIAL	VALORES		
	mínimo	normal	máximo
Roca (con salientes y sinuosas).	0.035	0.040	0.050
Tepetate (liso y uniforme).	0.025	0.035	0.040
Tierra (alineado y uniforme).	0.017	0.020	0.025
Tierra (construido con draga).	0.025	0.028	0.033
Mampostería seca.	0.025	0.030	0.033
Mampostería con cemento.	0.017	0.020	0.025
Concreto.	0.013	0.017	0.020
Asbesto cemento.	0.09	0.010	0.011
Polietileno o PVC.	0.007	0.008	0.009
Fierro fundido.	0.011	0.014	0.016
Acero remachado en espiral.	0.013	0.015	0.017

Para valores y materiales más amplios, consúltese las referencias 6, 7, 10, 17, 26 ó 33.

La velocidad media debe tener un valor tal que ni sea tan lenta que azolve el canal, ni tan fuerte que lo erosione y a la vez permita un manejo adecuado del agua. Para evitar el azolve se requieren velocidades mayores de 0.4 m/seg y para que no lo erosione se debe tomar en cuenta el material que aloje el cauce o revista su sección. También se tienen tablas elaboradas al respecto por investigadores hidráulicos, como la Tabla VIII.2.

Tabla VIII.2. Velocidades admisibles (no erosivas) en canales.

MATERIAL	Velocidad en m/seg		
Arena	0.3	a	0.4
Arena arcillosa		0.9	
Arcillo-arenoso o arcillo limoso		1.1	
Arcillas		1.0	
Tepetate	0.9	a	1.25
Roca sana		3.0	
Mampostería		3.5	
Concreto simple		6	
Concreto reforzado		8	

El talud (m), que define la inclinación de las paredes laterales del canal, toma en cuenta la clase o tipo de material en que se construya el canal a fin de evitar derrumbes, igualmente existen tablas al respecto (Tabla VIII.3).

Respecto a la pareja b (plantilla), d (tirante), cada uno de ellos es función del otro, pero para canales de riego sin condiciones especiales se diseñan secciones en los que la relación b/d, se ubica entre 2 y 4 (**valores máximos para máxima eficiencia y mínima filtración, respectivamente**-Tabla VIII.4-), para obtener, bajo volumen de excavaciones y facilidades de operación y mantenimiento, naturalmente cuidando de dar valores mínimos en costos de construcción y una aceptable dominancia de riego. Cuando el canal es en roca o el revestimiento (cuando existan posibilidades de usarse) sea muy caro, se dan secciones de máxima eficiencia hidráulica; y si el problema es mantener una alta eficiencia conductiva (para reducir el fenómeno de infiltración , en paredes y piso), se diseñarán secciones de mínima filtración.

Tabla VIII.3. Valores del Talud (m:1) para canales.

Material	Talud
Roca completamente sana	Vertical
Roca ligeramente alterada	0.25:1
Mampostería	0.4:1
Tepetate duro, roca alterada	1:1
Concreto	1:1 ó 1.25:1
Tierra algo arcillosa, tepetate blando, arenisca blanda, etc.	1.5:1
Material poco estable, arena tierra arenosa, etc.	2 : 1

Tabla VIII.4. Valores del cociente b/d ($= \frac{Plantilla}{Tirante}$).

Talud	Angulo α	Máxima eficiencia	Media	Mínima filtración
Vertical	90°	2.00	3.00	4.00
1/4 : 1	75°58'	1.562	2.342	3.123
2/5 : 1	68°12'	1.354	2.031	2.708
1/2 : 1	63°26'	1.236	1.854	2.472
3/4 : 1	53°08'	1.00	1.50	2.00
1:1	45°00'	0.828	1.243	1.657
11/4 : 1	38°40'	0.702	1.053	1.403
11/2:1	33°41'	0.605	0.908	1.211
2:1	26°34'	0.472	0.708	0.944
3:1	18°26'	0.325	0.487	0.649

En canales pequeños (**Gastos menores de 2.8 m^3/seg**), en la generalidad de los casos pueden no cumplirse los requisitos de máxima eficiencia en secciones revestidas y de mínima filtración en no revestidas, ya que se les debe dar preferencia a los aspectos constructivos, dominancia de riego y fácil mantenimiento.

No debe olvidarse que el tirante normal (d) tendrá que ser mayor que el tirante crítico (dc) para que el régimen uniforme sea tranquilo. El tirante crítico depende de b, m y Q, el cual genera una energía específica mínima ($E_{min} = d + v^2/2g$), detallado posteriormente.

Para fines de riego, en la práctica se usan canales trapeciales revestidos (**concreto, mampostería,** etc.) o sin revestir.

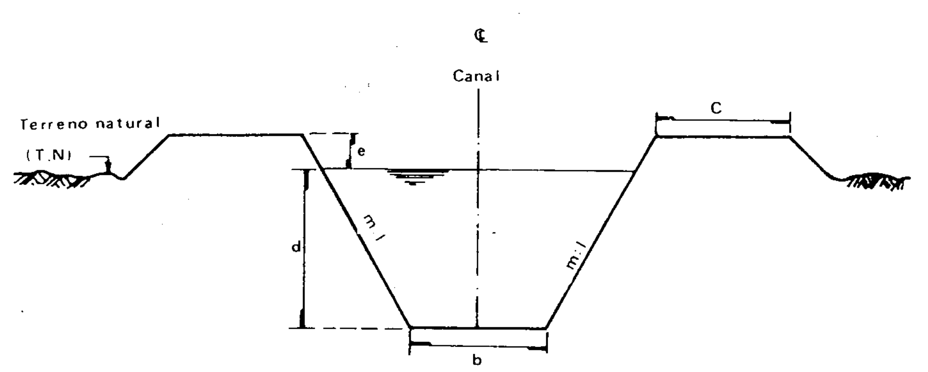


Figura VIII.9. Sección normal de canal trapecial.

En la que:

b = ancho de la plantilla, en m

d = tirante del canal, en m

m = valor del talud, es igual a la ctg del ángulo que forma la pared con la horizontal.

e = libre bordo, en m. En la práctica, es recomendable usarse en tanto no se tengan valores específicos: e = 1/3 d para sección sin revestimiento y 1/6 d para cuando son secciones revestidas, con un mínimo de 10cm, en números redondeados en 0, ó en 5.

c = ancho de la corona del bordo, en m. Depende de las necesidades de tránsito en canales excavados y de la línea de saturación en canales en terraplén.

Cuando el tirante d tiene 2/3 (0.67) o más de su longitud enterrado, el canal se considera en excavación, de lo contrario se considera en terraplén.

A continuación se obtiene el área hidráulica (A), el perímetro mojado (p) y el radio hidráulico (r), elementos necesarios para resolver el diseño de un canal.

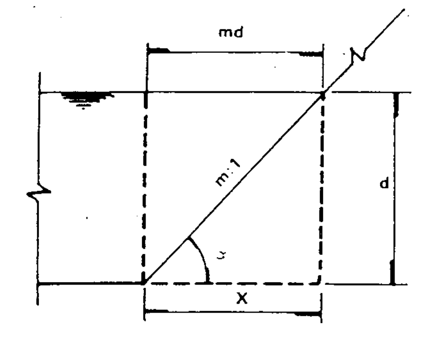


Figura VIII.9. Parte del canal trapecial.

De acuerdo a la Figura VIII.9

$$ctg\ \alpha = \frac{x}{d}\ ,\quad x = d\ ctg\ \alpha$$

$$x = d\ \frac{m}{1} = md$$

$$A = bd + 2\ (\frac{1}{2}\ md\ (d)) = bd + md^2$$

$$A = bd + md^2 \quad \text{(Area hidráulica)}$$

$$p = b + 2\sqrt{d^2 + (md)^2} = b + 2\sqrt{d^2(1 + m^2)} = b + 2d\sqrt{1 + m^2}$$

$$p = b + 2d\sqrt{1 + m^2} \quad \text{(Perímetro mojado)}$$

$$r = \frac{A}{p} = \frac{bd + md^2}{b + 2d\sqrt{1 + m^2}} \quad \text{(Radio hidráulico)}$$

$$T = b + 2\ md \quad \text{(Ancho de la SLA)}$$

El dimensionamiento para definir la geometría de la sección normal de un canal, se realiza mediante una serie de tanteos y afines, y al final hay que dar el dibujo a escala de dicha sección acotada y una tabla de características como la siguiente:

Tabla de características hidráulicas.

Concepto	Valor	Unidad
Q		m/seg
n		Adim.
s		Adim.
m		Adim.
b		m
d		m
v		m/seg

En la práctica, por lo general se encuentran tabuladas secciones de canales ya diseñados para diferentes gastos, rugosidades, pendientes y taludes o diagramas predibujados relativos, pero en ambos casos deberá verificarse que Q/A sea igual a $d\left(cr^{2/3}\ s^{1/2}\right)/n$ con una diferencia tolerable de no más del 0.5% y que d sea mayor que el correspondiente tirante crítico. La velocidad media deberá ser de tal magnitud que no azolve ni erosione el canal. El talud se fijará para que la sección sea estable de acuerdo con el material en el cauce, y la relación b/d será la conveniente según lo mencionado anteriormente.

b) **Sección de máxima eficiencia en canales.** Cuando se trata de proyectar un canal para conducir cierto caudal de agua, hay que excavar una cantidad de material que debe procurarse sea el mayor volumen posible.

En ciertas condiciones de topografía y clase de suelo, puede presentarse el siguiente problema; dada la sección y la pendiente que debe tener un canal, determinar cual es la forma que debe proporcionársele a la sección para conducir el mayor gasto o sea la máxima eficiencia hidráulica.

Esta sección se consigue teniendo una relación plantilla-tirante: $b/d = 2\text{tg}\ \frac{1}{2}\alpha$ para la condición de máxima eficiencia $r = d/2$.

c) **Sección de mínima filtración.** Si en algunos casos a juicio del Ingeniero, hay que obtener la menor pérdida posible de agua por filtración en los canales, aplicando la fórmula de mínima filtración lo logrará. Esta fórmula tiene la ventaja de que los tirantes no son tan grandes como en el caso de la sección de gasto máximo.

La fórmula que proporciona esta condición, es:

$$\frac{b}{d} = 4\ tg\ \frac{\alpha}{2}$$

8.8.2. Escurrimiento crítico en canales.

El régimen crítico o condición crítica es aquel escurrimiento que se verifica con una energía específica mínima.

a) **Energía específica.** La energía específica se define como la energía por Kg de agua, en cualquier sección de un canal, medida con respecto al fondo del mismo (Lz) y es la suma de la energía mecánica o de presión (*representada en este caso por energía potencial*), más la energía cinética.

La energía específica constituye una cantidad de uso conveniente en el estudio del flujo a través de canales abiertos y fue ideada por Bakhmeteff en 1911.

$$\text{Para } W = 1;\ E = Ep/Ec = d + hv = d + \frac{v^2}{2g}$$

Tomando en cuenta la ecuación de continuidad, resulta:

$$E = d + \frac{Q^2}{2g\ A^2} \qquad \text{(VIII.2)}$$

Energía específica en un canal.

La representación gráfica de esta ecuación en un sistema de coordenadas cartesianas, en que por abscisas se tienen energías y por ordenadas tirantes, es la siguiente:

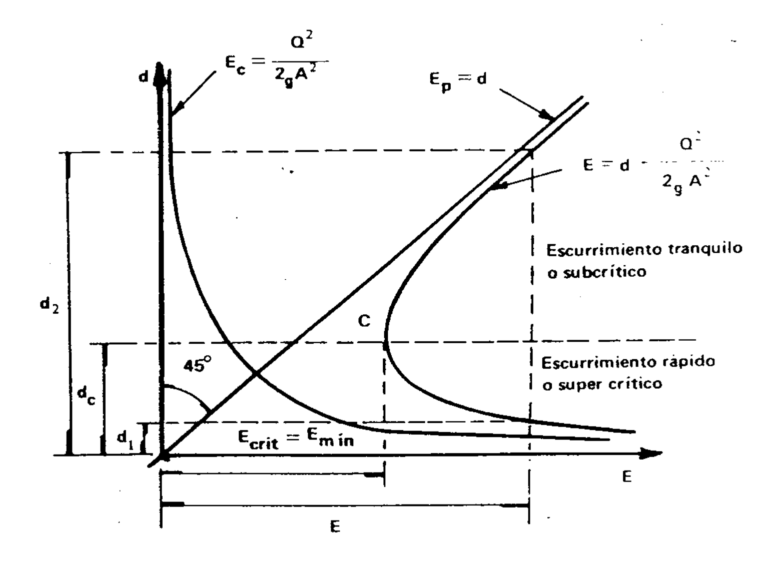


Figura VIII.10. Curva de energía específica.

La energía potencial (Ep) representada por el tirante (d), es una recta que pasa por el origen y está inclinada a 45°.

La energía cinética (Ec) representada por la carga de velocidad $(hv = \frac{v^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\ A^2})$, en una curva hiperbólica asintótica a los ejes cartesianos de E y d.

La energía específica (E), representada por la suma de las dos anteriores es una curva hiperbólica asintótica al eje de las abscisas (E) y a una recta a 45° (Ep = d).

Si se observa la curva de la energía específica, se advierte que pasa por un punto (c) en donde la energía es mínima y existe un solo valor del tirante, el cual recibe el

nombre de **Tirante crítico** y se designa por dc al que corresponde una velocidad llamada crítica. Al escurrimiento que se realiza con el contenido mínimo de energía específica se le llama **Régimen crítico** y a la sección en que se produce se le llama **sección de control.**

En la misma curva se observa también que un escurrimiento que tenga una determinada energía específica (E), puede verificarse con dos tirantes diferentes; uno grande (d_2) mayor que el crítico y otro pequeño (d_1) menor que el crítico, llamados tirantes alternados o equipotenciales. En el primer caso se dice que el escurrimiento o régimen es tranquilo, subcrítico o lento y en el segundo caso se dice que el régimen es rápido o supercrítico, en cada régimen el tirante y la velocidad adquieren el nombre que corresponda (**sub o supercrítico**).

El escurrimiento crítico es el valor límite entre el régimen tranquilo y el régimen rápido.

b) **Tirante crítico.** Como se ha visto, cuando la energía específica en una corriente es mínima, al tirante que la define, se le llama **tirante crítico.** En la ecuación (VIII.2), se ve que la energía específica es función del tirante, por tanto para averiguar, ¿Cuándo, el contenido de la energía es mínimo? habrá que derivar esa expresión con respecto al tirante e igualar a cero la derivada.

Si se considera un canal de cualquier sección y se cambia a d por y, se tiene:

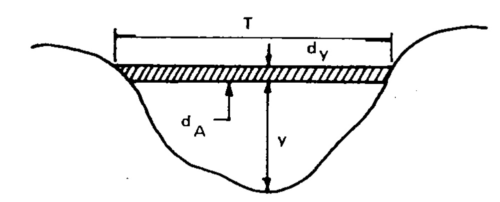


Figura VIII.11. Sección transversal de un canal.

$$E = y + \frac{Q^2}{2g\,A^2}$$

$$E = E_{mín} \quad \text{cuando} \quad \frac{dE}{dy} = 0$$

$$\frac{dE}{dy} = \frac{dy}{dy} + \frac{d}{dy}\left(\frac{Q^2}{2g\,A^2}\right)$$

Como:

Q y g son constantes

$$\frac{dE}{dy} = 1 + \frac{Q^2}{2g}\cdot\frac{d}{dy}(A^{-2}) = 1 + \frac{Q^2}{2g}\left(-2\,A^{-3}\frac{dA}{dy}\right) = 0$$

$$0 = 1 - \frac{Q^2}{g\,A^3}\cdot\frac{dA}{dy} \qquad (1)$$

De acuerdo con la Figura VIII.11:

$$dA = T\,dy, \quad \frac{dA}{dy} = T$$

sustituyendo en (1):

$$0 = 1 - \frac{Q^2}{2\,A^3}\,T; \quad \frac{Q^2\,T}{g\,A^3} = 1; \quad \frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T}$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T} \qquad (\text{VIII.3})$$

Condición de escurrimiento con régimen crítico en un canal.

En la que:

Q = Gasto del canal en m^3/seg

g = Aceleración de la gravedad = 9.81 m^3/seg

A = Area hidráulica, en m^2

T = Ancho de la lámina de la SLA, en m

El Tirante que resuelve esta ecuación es el tirante crítico (d_c).

En un **canal rectangular,** en el que T = b = B y A = B d_c, sustituyendo en la ecuación VIII.3, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(B\,d_c)^3}{B} = \frac{B^3\,d_c^{\,3}}{B} = B^2\,d_c^{\,3} \quad \therefore \quad d_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B^2\,g}}$$

$$d_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B^2\,g}} \qquad (\text{VIII.4})$$

Tirante crítico en el canal rectangular.

donde:

d_c = Tirante crítico, en m

Q = Gasto en m^3/seg

B = Ancho de la plantilla, en m.

Por otra parte, también puede quedar de la siguiente forma:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^2\ (B\ d_c)}{B}\ ;\ \frac{Q^2}{g\ A^2} = d_c\ ;\ \frac{v_c^2}{g} = d_c$$

es decir:

$$\frac{d_c}{2} = \frac{v_c^2}{2g} = hv_c$$

o sea que la carga de velocidad crítica es igual a la mitad del tirante crítico (d_c). Si se sustituye este valor en la ecuación VIII.2, queda:

$$E = d_c + \frac{1}{2}\ d_c = \frac{3}{2}\ d_c\ ;\ d_c = \frac{2}{3} E$$

entonces el tirante crítico es igual a los dos tercios de la energía específica. Todo esto en canales rectangulares.

c) **Pendiente crítica.** Se llama pendiente crítica al valor particular de la pendiente de un canal que conduce un gasto Q con régimen uniforme y con una energía específica mínima, es decir el agua circula con el tirante crítico y el gasto es crítico.

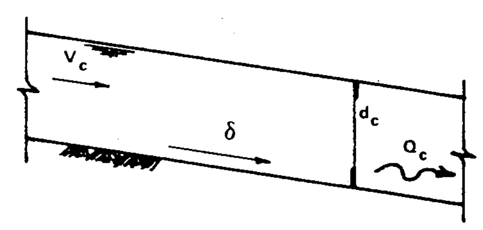


Figura VIII.12. Pendiente crítica.

A la pendiente crítica se le designa por la letra griega σ. Para calcularla se despeja a Q de la ecuación VIII.3:

$$Q = \sqrt{\frac{A^3\ g}{T}}$$

Para régimen crítico y que es el mismo gasto crítico en la fórmula de Manning.

$$Q = A\,v = \frac{A}{n}\ r^{2/3}\ \sigma^{1/2}$$

Para régimen normal cuando la pendiente es crítica, igualando y despejando se obtiene ésta:

$$\sigma = \frac{A\,g\,n^2}{T\,r^{4/3}} \qquad \text{(VIII.5)}$$

Pendiente crítica en canales.

donde:

σ = pendiente con la cual escurre un gasto en régimen crítico, adimensional

A = Area hidráulica, en m^2

n = Coeficiente de rugosidad de Manning, adimensional

T = Ancho de la lámina en la SLA, en m

r = Radio hidráulico, en m

Si un flujo uniforme se presenta en un canal con pendiente menor que la crítica ($s_o < \sigma$), el flujo es con régimen subcrítico o tranquilo y a la pendiente se le llama **subcrítica** o más comúnmente **suave**. Por el contrario, si el flujo uniforme es con pendiente mayor que la crítica ($s_o > \sigma$), el escurrimiento es supercrítico o rápido y la pendiente se le denomina **supercrítica** o **pronunciada**.

8.8.3. Escurrimiento rápido o supercrítico.

Este escurrimiento es el que se verifica con un tirante normal menor que el crítico, con una pendiente mayor que la crítica ($s_o > \sigma$) y con velocidades mayores que la crítica. En la práctica en canales artificiales, este escurrimiento se presenta sólo algunas veces en las estructuras denominadas **rápidas** (cuando son muy largas y alcanza a uniformizarse el régimen), se analiza igual que en el caso de escurrimiento tranquilo. La mayoría de las veces el problema de las rápidas es de escurrimiento con régimen variado o no uniforme.

8.8.4. Canales de sección trapecial.

Para resolver problemas de canales con escurrimiento en régimen uniforme, por lo general se recurre al auxilio de gráficas, nomogramas, diagramas o tablas, que por lo general vienen en manuales de Hidráulica.

De la teoría hidráulica de canales, se tiene:

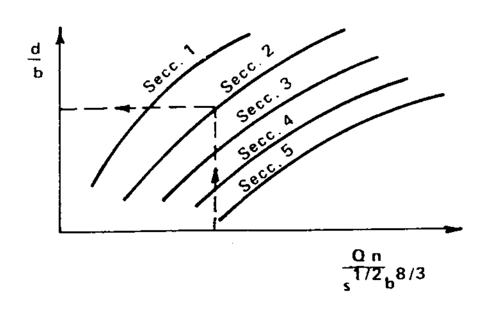
$$Q = A\,v = \frac{A\,r^{2/3}}{n}\,s^{1/2}$$

$$\frac{Q\,n}{s^{1/2}} = Ar^{2/3} \qquad \text{(VIII.6)}$$

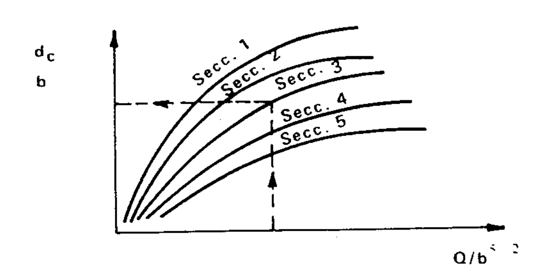
Módulo de sección

$$\frac{Q\,n}{s^{1/2}} = (bd + md^2)\left[\frac{bd + md^2}{b + 2d\sqrt{1 + m^2}}\right]^{2/3} \qquad \text{(VIII.6a)}$$

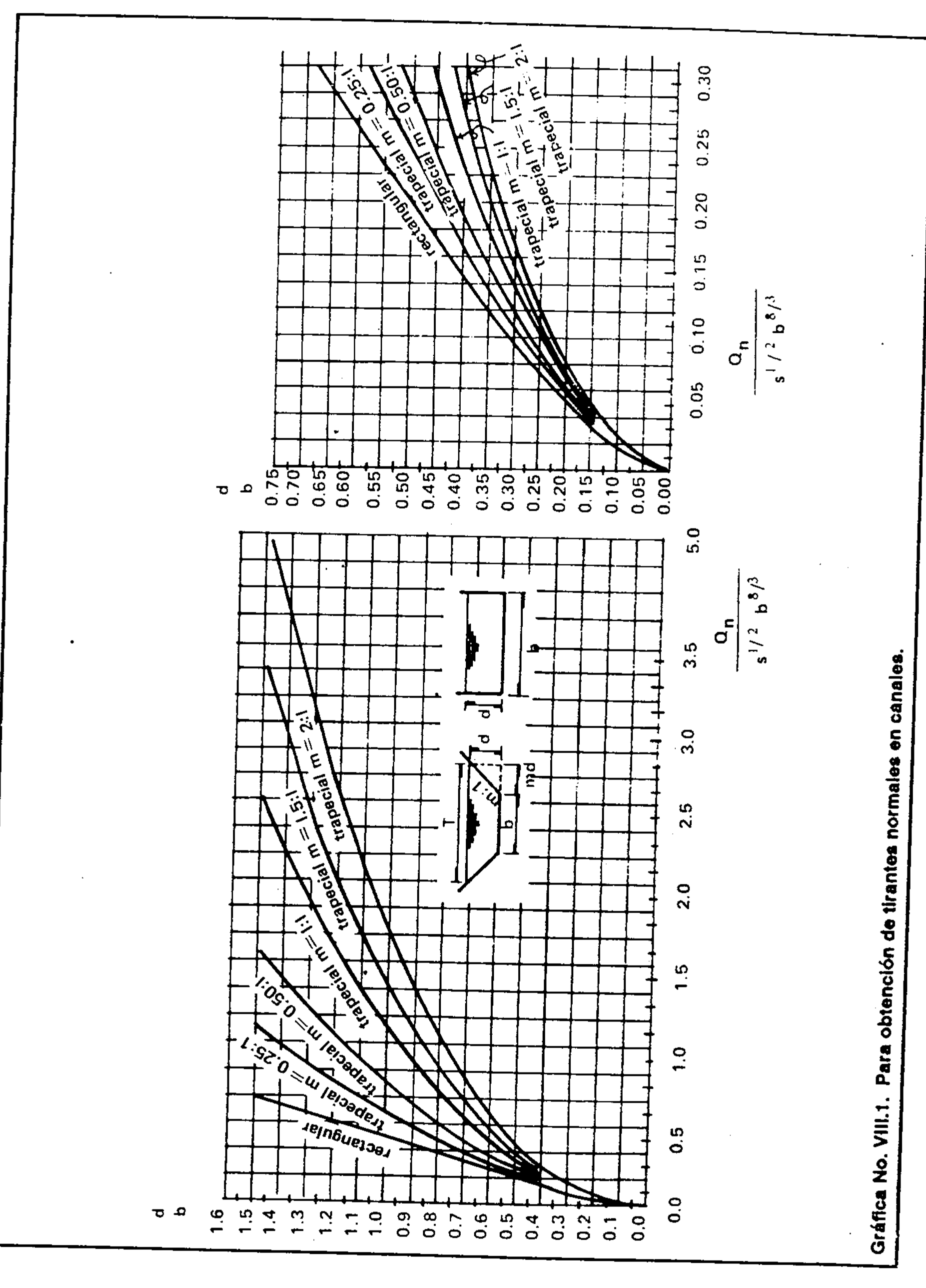
Esta ecuación se resuelve por medio de tanteos en planillas de cálculo, auxiliados por gráficas de tirantes normales en canales (Gráfica VIII.1), las que tienen como argumentos de acceso a una sección determinada y, bajo un valor supuesto de b, al valor de $Qn/(s^{1/2}b^{8/3})$ en las abscisas, para obtener el cociente d/b en el eje de las ordenadas.



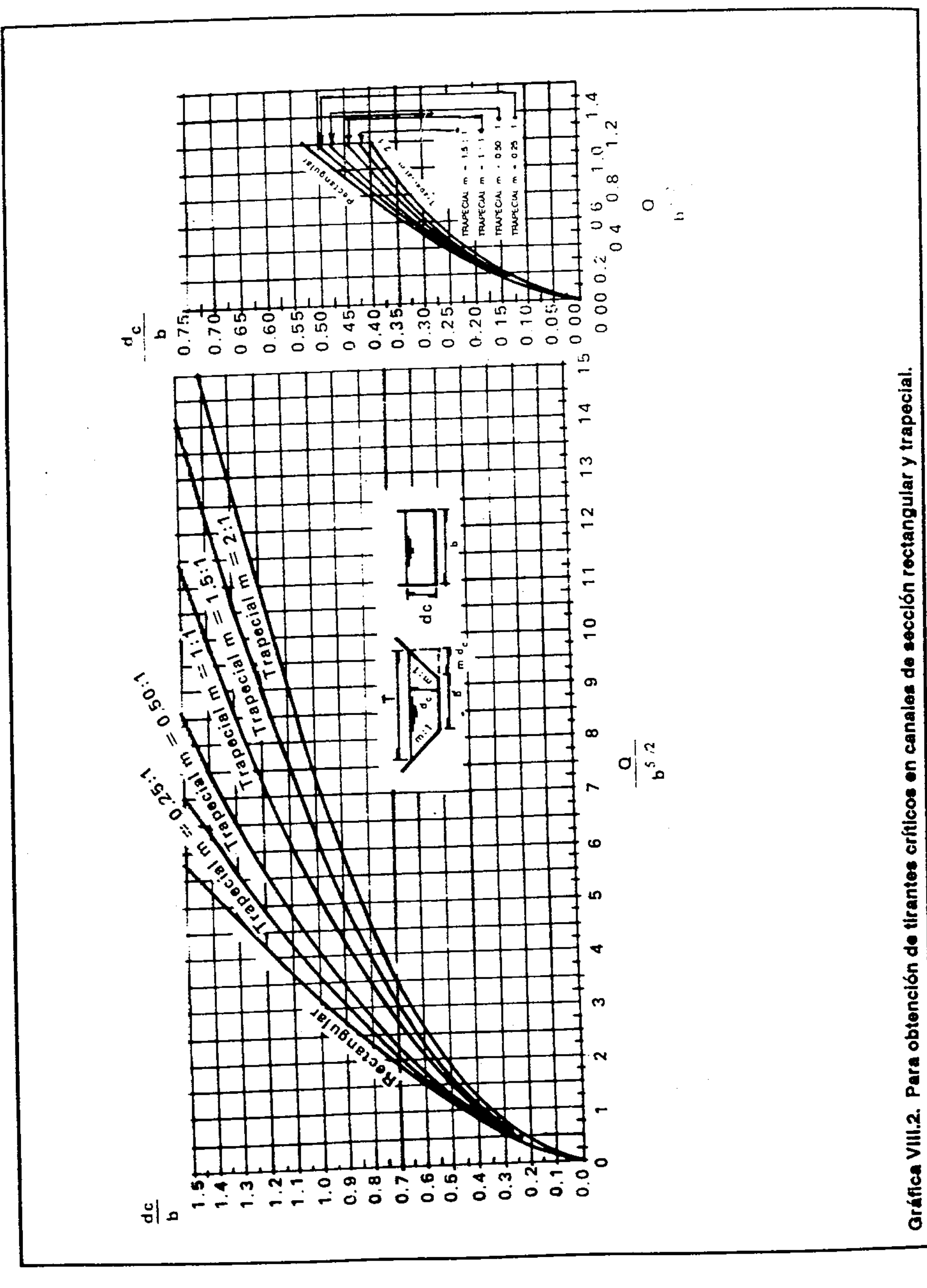
Para definir el régimen, se recurre a gráficas de tirantes críticos (Gráfica VIII.2), las que tienen como argumentos de acceso a una sección determinada y al valor de $Q/b^{5/2}$, en el eje de las abscisas.



Por otro lado, se puede calcular el tirante crítico para sección trapecial, por medio de tanteos en una tabla como se muestra más adelante, suponiendo un primer valor de d_c, como si fuera sección rectangular. Este cálculo se basa considerando la ecuación VIII.3:



Gráfica No. VIII.1. Para obtención de tirantes normales en canales.



Gráfica VIII.2. Para obtención de tirantes críticos en canales de sección rectangular y trapecial.

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T}$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(bd_c + md_c^2)^3}{b + 2md_c}$$

Datos:

$$Q = \text{---}\ m^3/seg \qquad \frac{Q^2}{g} = \text{---} \left(\frac{A^3}{T}\right)$$

m = ---

b = --- m

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
d_c	d_c^2	mdc^2	bd_c	A	A^3	$2md_c$	T	A^3/T	CONCL
sup	$(1)^2$	---x(2)	---x(1)	(3) + (4)	$(5)^3$	2x---x(1)	--- + (7)	(6)/(8).	

a). Resumen del diseño hidráulico de un canal de sección trapecial.

Se conjuntan los datos de campo con sus derivados de Gabinete y una vez completados, se procede al diseño hidráulico. Con las gráficas de tirante normales, para un valor de talud dado se suponen valores fácilmente construibles de ancho de plantilla (b)* para obtener el argumento $Qn/(s^{1/2}b^{8/3})$ y seleccionar una serie de parejas "bd" que satisfagan los requisitos que a continuación se mencionan:

a.1) Relación b/d. Cuando se tenga una sección sin revestimiento que presenta cierto peligro de filtración, y que puede ser disminuida por las características geométricas de ella, se adopta una relación "b/d" cercana a la condición de **Mínima filtración**; si se requiere una sección con revestimiento o construida en roca- sana, se adopta la relación que se acerque a la condición de **Máxima eficiencia**, que arroja menores volúmenes de excavación y mayor capacidad en la sección.

a.2) Régimen uniforme tranquilo ($d > d_c$)

Para gastos mayores de 3 m^3/seg, b se varía de 0.5 en 0.5 m.
Para gastos: $1.5 \le Q \le 3.0$ m/seg,b se puede variar cada 0.2 m.
Para gastos: $Q < 1.5$ m/seg, b se puede variar cada 0.1 m hasta un mínimo de 0.4 m.

a.3) Velocidad media (v), ubicada entre una velocidad que no azolve (v_{min} = 0.4 m/seg), y otra que no erosione y permita operar eficientemente el canal ($v_{máx} \leq v_{adm} \leq 0.8\ v_{crit}$).

Con todo lo anterior se elabora una tabla de selección o alternativas para orden y control de cálculos (**tabla de alternativas**). De las parejas "bd" que satisfagan los requisitos mencionados se adopta la de menor área hidráulica, por ser en principio la alternativa más barata (**menor excavación**).

Posteriormente en una tabla de afine se detalla el tirante que proporcione la velocidad calculada con la fórmula de Manning ($v = (r^{2/3}/n)\ s^{1/2}$), prácticamente igual (± 0.5%- Criterio de convergencia-), a la obtenida con la ecuación de continuidad ($v = Q/A$).

Definida la geometría (diseño hidráulico), de la sección normal del canal se calcula el libre bordo (e = 1/3 d sin revestimiento; e = 1/6 d con revestimiento) y el ancho de la corona del bordo, el cual se rige por necesidades de tránsito en canales excavados y por la línea de saturación en canales en terraplén o postizo, cuando son sin revestimiento.

Para concluir, se dibuja a escala la sección normal y se acompaña con una tabla de características hidráulicas.

b). Ejemplo de canal de sección trapecial.

Diseñar la sección transversal de un canal para riego, excavado en tierra de características permeables, por lo que requiere revestimiento, las condiciones de los bancos de materiales a determinadas distancias, muestran como de mayor economía al concreto. Se trata de un canal principal de una red de distribución que necesita transportar un gasto de 12 m^3/seg para una pendiente en su rasante de 0.0004 (0.4 m por kilómetro).

Solución:

De acuerdo a lo que el problema muestra, se tiene: para revestimiento de concreto simple, por estabilidad y economía en la sección se selecciona una trapecial con un talud de 1:1 (m = 1). Para no azolvar ni erosionar el cauce, la velocidad media de proyecto será mayor de 0.4 m/seg (v_{min}) y menor de 6.0 m/seg (v_{adm} del concreto-según Tabla VIII.2-), pero para garantizar una adecuada operación, esta velocidad no deberá exceder del 80% de la velocidad crítica ($v_{máx} = 0.8\ v_{crit}$). Para tener un régimen uniforme tranquilo, el tirante normal (d) será mayor que el correspondiente crítico (dc). El coeficiente de rugosidad de proyecto para revestimiento de concreto es n = 0.015.

Con estos datos se entra a la Tabla de alternativas para encontrar la plantilla adecuada y posteriormente a la Tabla de afine para detallar el tirante, éstas se muestran más adelante.

Habiendo determinado los elementos geométricos e hidráulicos de la sección del canal se determina el libre bordo.

$$e = \frac{1}{6} d = \frac{2.09}{6} = 0.34 \quad \text{se toma: } e = 0.35 \text{ m}$$

y a continuación el ancho de la corona, que por ser canal principal, se escoge de 4.00 m (**ancho mínimo para circulación de vehículos**), para inspección y mantenimiento.

Tabla de características del canal

Concepto	Cantidad	Unidad
Q	12	m/seg
n	0.015	adim.
s	0.0004	adim.
m	1.0	adim.
b	2.0	m
d	2.09	m
A	8.548	m
v	1.404	m/seg

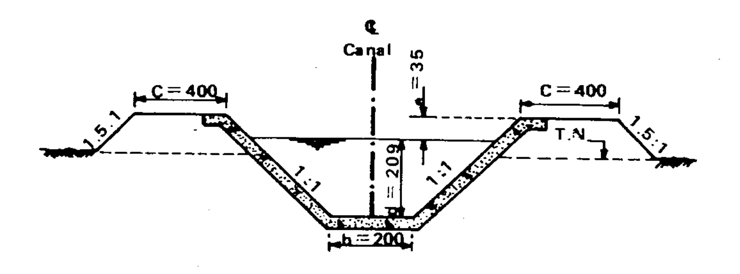


Figura VIII.13. Sección normal del canal (Acot. en cm)

UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO
DEPARTAMENTO DE IRRIGACION
Sección de aprovechamientos hidráulicos
Planilla de cálculo para el Diseño de Canales

TABLA DE ALTERNATIVAS

DATOS:

$Q = 12.0\ m^3/seg$ $S = 0.0004$ $n = 0.015$ (concreto) $m = 1.0$	$\frac{Qn}{S^{1/2}} = \frac{12.0 \times .0151}{0.0004^{1/2}} = 9.0$	v máx = 2.4 m/seg.	$v_{máx.} = v_{adm}\ (6m/seg) \le 0.8 v_{crit}$ $v\ crit = Q/A = \frac{12}{d_c\,(b+mdc)} = 3.0$
	$\frac{b}{d} = \begin{cases} 1.243 (máx.e.f.) \\ 0.828 \end{cases}$	v mín = 0.4 m/seg	$0.8\ v_{crit} = 0.8(3.0) = 2.4$ m/seg

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
b	$b^{8/3}$	$\frac{Q\,n}{S^{1/2}\,b^{8/3}}$	d/b	d	b/d	$b^{5/2}$	$Q/b^{5/2}$	dc/b	dc	b d	md ^{2}	A	V=Q/A	Observ.	Conclus.
Sup.	$1^{2.667}$	9.0 / 2	Grafic.	4 x 1	1 / 5	$1^{2.5}$	12.0 / 7	Grafic.	9 x 1	1 x 5	1.0 x 5^2	11 + 12	12.0 / 13		
4.0	40.319	0.223	0.48	1.92	2.08									No pasa $\frac{b}{d}$	Reduc b
3.0	18.728	0.48	0.60	1.80	1.67									No pasa $\frac{b}{d}$	Reduc b
2.5	11.516	0.78	0.76	1.9	1.316									Ni pasa $\frac{b}{d}$	Reduc b
2.25	8.695	1.035	0.9	2.03	1.108	7.594	1.58	0.53	1.19	4.57	4.12	8.69	1.38	Se acepta	
2.0	6.351	1.42	1.05	2.10	0.952	5.657	2.12	0.62	1.24	4.2	4.41	8.61	1.39	Se acepta	AFINESE
1.5	2.949	3.05	1.52	2.28	0.658									No pasa $\frac{b}{d}$	Se despr.

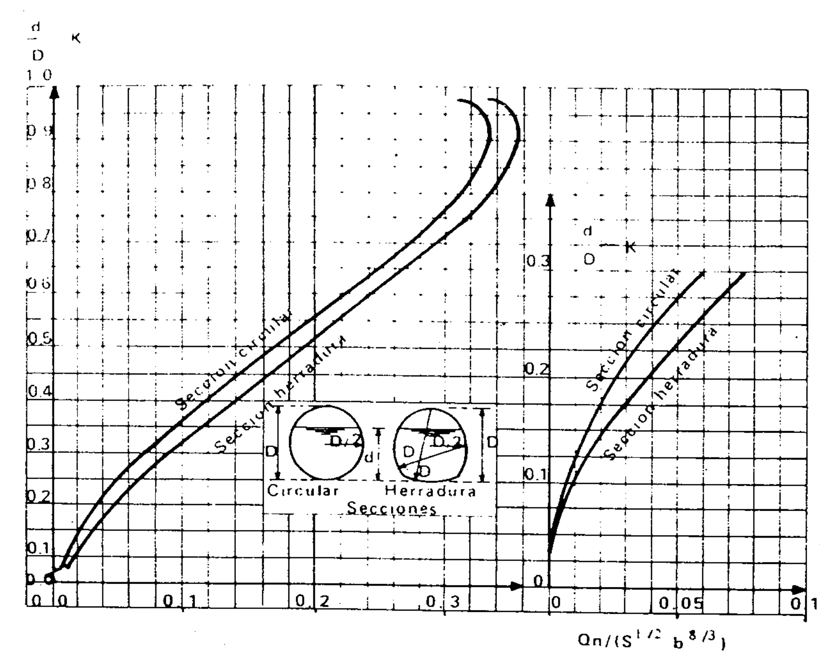
UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO
DEPARTAMENTO DE IRRIGACION
Sección de aprovechamientos hidráulicos
Planilla de cálculo para el Diseño de Canales

TABLA DE AFINE

DATOS:

$Q = 12\ m^3/seg$ $S = 0.0004$ $n = 0.015$ (Concreto) $m = 1.0$	b = 2.0 m d_c = 1.24 m	$2\sqrt{1+m^2} = 2.828$ $\frac{cs^{1/2}}{n} = 1.333$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
d	b/d	b d	d^2	md^2	A	$V = \frac{Q}{A}$	Tol	$2d\sqrt{1+m^2}$	P	$r = \frac{A}{P}$	$r^{2/3}$	$V = \frac{CS^{1/2}}{n} r^{2/3}$	Av	Observ	Conclus
Sup.	2.0 / 1	2.0 , 1	1^2	1 0 . 4	3 + 5	12 / 6	0.005 x 7 x 1000	2 828 x 1	2 0 . 9	6 · 10	11 [illegible]	1 333 . 12	7 · 13 x 1000		
2.10	0 952	4 2	4.41	4.41	8.61	1 393	6 97	5.939	7 939	1 0845	1 056	1 408	14 96	[illegible]	B Tir
2.08	0 962	4.16	4.326	4.326	8.486	1.414	7 07	5 882	7.882	1 077	1 050	1 4	14 0	[illegible]	S Tir
2.09	0 957	4 18	4 368	4 368	8 548	1 404	7 02	5 911	7 911	1 081	1 053	1 404	0	[illegible]	Se acepta

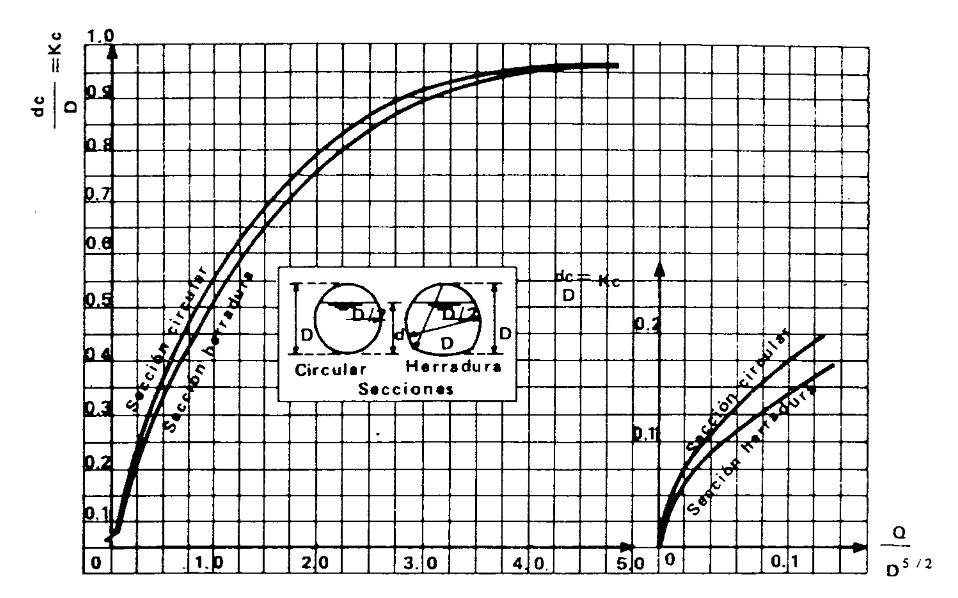


Gráfica VIII.3. Para la obtención de tirantes normales en canales de sección circular y de herradura.

8.8.5. Canales de sección circular y herradura.

Cuando por necesidades del canal en proyecto, se presente la exigencia de utilizar una sección cerrada, ésta podrá ser comúnmente circular o en herradura, aunque también puede ser del tipo ovoide o rectangular. Los casos anteriores, se presentan cuando un canal, se requiere que atraviese una montaña con un túnel (sección herradura); o más comúnmente en problemas de alcantarillado sanitario, que se usan secciones preconstruídas (circulares).

Por la importancia y su uso, sólo se detallan las secciones circulares y herradura. Análogamente a la sección trapecial de canales, para el diseño de este tipo de secciones, se hace uso de la ecuación del módulo de sección (Ec. VIII.6), pero con las expresiones de T, A y p dadas por la tabla VIII.5, según sea el tipo de sección (herradura o circular). La ecuación VIII.6 se resuelve por tanteos en planillas de cálculo, auxiliados por gráficas de tirantes normales en canales de secciones circular o herradura (Gráfica VIII.3), las que tienen como argumentos de acceso al tipo de sección, bajo un valor supuesto del diámetro D, al valor de $Qn/(S^{1/2}D^{8/3})$ en el eje de las abscisas, para ob-



Gráfica VIII.4. Para la obtención de tirantes críticos en canales de sección circula y de herradura.

tener el cociente K (= d/D) en el eje de las ordenadas. Igualmente se hace uso de las Tablas VIII.6 y VIII.7, según sea; sección circular o herradura, respectivamente, para extraer los valores interpolados de A/D^2 y r/D de acuerdo al valor de K.

Para la definición del régimen, se utilizan las gráficas de tirantes críticos (Gráfica VIII.4), las que tienen como argumentos de acceso al tipo de sección y al valor de $Q/D^{5/2}$ en el eje de las abscisas, para obtener el cociente $K_c(= d_c/D)$ en el eje de las ordenadas.

a). Resumen del diseño de canales de sección circular o herradura.

En el diseño de este tipo de conductos, los requisitos a cumplir en la alternativa más eficiente de las secciones circulares o del tipo herradura, se sintetizan en los siguientes puntos, para las posibles alternativas, suponiendo valores de D, ya sean tamaños comerciales, para secciones preconstruidas y los que la magnitud de cimbras indiquen, para secciones construidas *in situ*.

1. Relación $\frac{d}{D}$ (K) entre 0.6 y 0.81 (valor de máxima eficiencia).

2. Escurrimiento tranquilo d > dc, para un régimen de la corriente de fácil control.

Tabla VIII.5. Características geométricas de las secciones circulares y herradura (Ref. 38 y 27).

SECCION	INTERVALO	ANGULO EN RADIANES	ANCHO DE SLA (T)	AREA	PERIMETRO
HERRADURA	$0 \leq \frac{d}{D} < 0{,}0886$	$\beta_0 = ang\cos(1 - \frac{d}{D})$	$2\sqrt{d(2D - d)}$ ó $2D\,Sen\,\beta_0$	$(\beta_0 - \frac{D - d}{D^2}\frac{T}{2})D^2$	$2D\beta_0$
	$0.0886 \leq \frac{d}{D} \leq \frac{1}{2}$	$\beta_1 = ang\,sen\,(\frac{1}{2} - \frac{d}{D})$	$D\left[1 + 8\,sen^2\frac{\beta_1}{2} - 4\,sen^2\beta_1\right]$	$\left[0.4366 - \beta_1 + \frac{1}{2}(1 - \frac{T}{D})\,sen\,\beta_1\right]D^2$	$(1.6962 - 2\beta_1)D$
	$\frac{1}{2} < \frac{d}{D} \leq 1$	$\beta_2 = ang\cos(\frac{2d}{D} - 1)$	$2\sqrt{d(D - d)}$	$\left[0.8293 - \frac{1}{4}\beta_2 + (\frac{d}{D} - \frac{1}{2})\frac{T}{2D}\right]D^2$	$(3.267 - \beta_2)D$
CIRCULAR	$0 \leq \frac{d}{D} \leq 1$	$\theta = 2\,ang\cos(1 - \frac{2d}{D})$	$D\,sen\,\frac{\theta}{2}$ ó $2\sqrt{d(D - d)}$	$\frac{D^2}{8}(\theta - sen\,\theta)$	$\frac{D\theta}{2}$

3. Velocidad media (v) entre una velocidad mínima ($v_{mín}$ = 0.6 m/seg) y una velocidad máxima ($v_{máx}$ = 2.5 m/seg).

Si más de una alternativa satisface los tres requisitos anteriores, se escoge la de menor diámetro (D).

A la alternativa seleccionada se le afina su tirante, que debe satisfacer el requisito de que la velocidad calculada con la fórmula de gasto debe ser prácticamente igual a la calculada con la fórmula de Manning (±0.5% V_c).

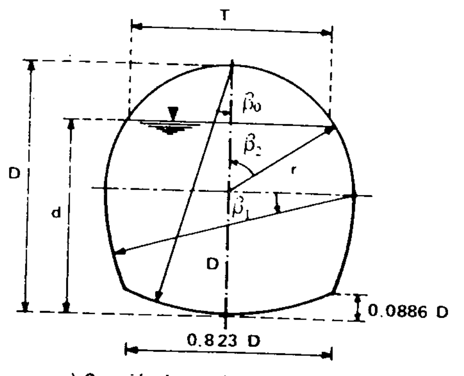
$$V_c = \frac{Q}{A};\ V_M = \frac{1}{n} r^{2/3} S^{1/2}$$

Para concluir, análogamente a los canales de sección trapecial, se dibuja a escala la sección normal y se complementa con una tabla de características hidráulicas.

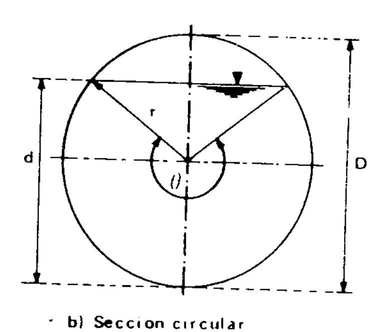
b) Ejemplos

b.1.) De sección circular

Se tiene el conducto principal de un sistema de alcantarillado que sirve para desalojar las aguas negras, de una población. Después de analizar las condiciones de los materiales disponibles en el sitio, se determinó que la sección circular revestida de concreto reforzado es la más adecuada, el gasto máximo esperado por desalojar es de 1.5 m^3/seg, con una pendiente en su rasante de 0.002(s). Diseñar la sección normal más eficiente que permita conformar el conducto principal.



a) Sección herradura

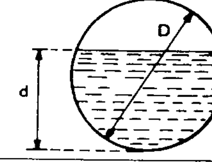


b) Seccion circular

Figuras de la tabla VIII. 5.



Tabla VIII.6. Area, Perímetro Mojado y Radio Hidráulico en conductos circulares, parcialmente llenos.



d/D	A/D²	p/D	r/D	d/D	A/D²	p/D	r/D
.01	.0013	.2003	.0066	.51	.4027	1.5908	.2531
.02	.0037	.2838	.0132	.52	.4127	1.6108	.2561
.03	.0069	.3482	.0197	.53	.4227	1.6308	.2591
.04	.0105	.4027	.0262	.54	.4327	1.6509	.2620
.05	.0147	.4510	.0326	.55	.4426	1.6710	.2649
.06	.0192	.4949	.0389	.56	.4526	1.6911	.2676
.07	.0242	.5355	.0451	.57	.4625	1.7113	.2703
.08	.0294	.5735	.0513	.58	.4723	1.7315	.2728
.09	.0350	.6091	.0574	.59	.4822	1.7518	.2753
.10	.0409	.6435	.0635	.60	.4920	1.7722	.2776
.11	.0470	.6761	.0695	.61	.5018	1.7926	.2797
.12	.0531	.7075	.0754	.62	.5115	1.8132	.2818
.13	.0600	.7377	.0813	.63	.5212	1.8338	.2839
.14	.0668	.7670	.0871	.64	.5308	1.8546	.2860
.15	.0739	.7954	.0929	.65	.5404	1.8755	.2881
.16	.0811	.8230	.0986	.66	.5499	1.8965	.2899
.17	.0885	.8500	.1042	.67	.5594	1.9177	.2917
.18	.0961	.8763	.1097	.68	.5687	1.9391	.2935
.19	.1039	.9020	.1152	.69	.5780	1.9606	.2950
.20	.1118	.9273	.1206	.70	.5872	1.9823	.2962
.21	.1199	.9521	.1259	.71	.5964	2.0042	.2973
.22	.1281	.9764	.1312	.72	.6054	2.0264	.2984
.23	.1365	1.0003	.1364	.73	.6143	2.0488	.2995
.24	.1449	1.0239	.1416	.74	.6231	2.0714	.3006
.25	.1535	1.0472	.1466	.75	.6318	2.0944	.3017
.26	.1623	1.0701	.1516	.76	.6404	2.1176	.3025
.27	.1711	1.0928	.1566	.77	.6489	2.1412	.3032
.28	.1800	1.1152	.1614	.78	.6573	2.1652	.3037
.29	.1890	1.1373	.1662	.79	.6655	2.1895	.3040
.30	.1982	1.1593	.1709	.80	.6736	2.2143	.3042
.31	.2074	1.1810	.1755	.81	.6815	2.2395	.3044
.32	.2167	1.2025	.1801	.82	.6893	2.2653	.3043
.33	.2260	1.2239	.1848	.83	.6969	2.2916	.3041
.34	.2355	1.2451	.1891	.84	.7043	2.3186	.3038
.35	.2450	1.2661	.1935	.85	.7115	2.3462	.3033
.36	.2546	1.2870	.1978	.86	.7186	2.3746	.3026
.37	.2642	1.3078	.2020	.87	.7254	2.4038	.3017
.38	.2739	1.3284	.2061	.88	.7320	2.4341	.3008
.39	.2836	1.3490	.2102	.89	.7384	2.4655	.2996
.40	.2934	1.3694	.2112	.90	.7445	2.4981	.2980
.41	.3032	1.3898	.2181	.91	.7504	2.5322	.2963
.42	.3130	1.4101	.2220	.92	.7560	2.5681	.2944
.43	.3229	1.4303	.2257	.93	.7642	2.6021	.2922
.44	3328	1.4505	.2294	.94	.7662	2.6467	.2896
.45	.3428	1.1706	.2331	.95	.7707	2.6906	.2864
.46	.3527	1.4907	.2366	.96	.7749	2.7389	.2830
.47	.3627	1.5108	.2400	.97	.7785	2.7934	.2787
.48	.3727	1.5308	.2434	.98	.7816	2.8578	.2735
.49	.3827	1.5508	.2467	.99	.7841	2.9412	.2665
.50	.3927	1.5708	.2500	1.00	.7854	3.1416	.2500

Tabla VIII. 7. Area, Perímetro Mojado y Radio Hidráulico en conductos de sección de herradura parcialmente llenos.

0 08860

d/D	A/D²	p/D	r/D	d/D	A/D²	p/D	r/D
.01	.0019	.2830	.0066	.51	.4466	1.7162	2602
.02	.0053	.4006	.0132	.52	.4566	1.7362	2630
.03	.0097	4911	.0198	.53	.4666	1.7562	2657
.04	.0150	5676	.0264	.54	.4766	1.7763	2683
.05	.0209	.6351	.0329	.55	.4865	1.7964	.2707
.06	.0275	6963	.0394	.56	.4965	1.8165	.2733
.07	.0346	7528	0459	.57	.5064	1.8367	.2757
.08	.0421	8054	.0524	.58	.5163	1.8569	.2781
.0886	.0491	3482	.0578	.59	.5261	1.8772	.2804
.09	.0502	.8513	.0590				
.10	.0585	8732	.0670	.60	.5359	1.8976	.2824
.11	.0670	8950	.0748	.61	.5457	1.9180	.2844
.12	.0753	9165	.0823	.62	.5555	1.9386	.2864
.13	.0839	9382	0895	.63	.5651	1.9592	.2884
.14	.0925	9597	.0964	.64	.5748	1.9800	.2902
.15	.1012	9811	.1031	.65	.5843	2.0009	.2920
.16	.1100	1.0024	.1097	.66	.5938	2.0219	.2937
.17	.1188	1.0236	.1161	.67	.6033	2.0431	.2953
.18	.1277	1.0448	.1222	.68	.6126	1.0645	.2967
.19	.1367	1.0658	.1282	.69	.6219	2.0860	.2981
.20	.1457	1.0868	.1341	.70	.6312	2.1077	.2994
.21	.1549	1.1078	.1398	.71	.6403	2.1297	.3006
.22	.1640	1.1286	.1454	.72	.6493	2.1518	.3018
.23	.1733	1.1494	.1508	.73	.6582	2.1742	.3028
.24	.1825	1.1702	.1560	.74	.6671	2.1969	.3036
.25	.1919	1.1909	.1611	.75	.6758	2.2198	.3044
.26	.2013	1.2115	.1662	.76	.6844	2.2431	.3050
.27	.2107	1.2321	.1710	.77	.6929	2.2666	.3055
.28	.2202	1.2526	.1758	.78	.7012	2.2906	.3060
.29	.2297	1.2731	.1804	.79	.7094	2.3149	.3064
.30	.2393	1.2935	.1850	.80	.7175	2.3397	.3067
.31	.2489	1.3139	.1895	.81	.7254	2.3650	.3067
.32	.2586	1.3342	.1938	.82	.7332	2.3907	.3066
.33	.2683	1.3546	.1981	.83	.7408	2.4170	.3064
.34	.2780	1.3748	.2023	.84	.7482	2.4440	.3061
.35	.2878	1.3951	.2063	.85	.7554	2.4716	.3056
.36	.2975	1.4153	.2103	.86	.7625	2.5000	.3050
.37	.3074	1.4355	.2142	.87	.7693	2.5292	.3042
.38	.3172	1.4556	.2181	.88	.7759	2.5595	.3032
.39	3271	1.4758	.2217	.89	7823	2.5909	.3020
.40	.3370	1.4959	.2252	.90	.7884	2.6235	.3005
.41	.3469	1.5160	.2287	.91	.7943	2.6576	.2988
.42	.3568	1.5360	.2322	.92	.7999	2.6935	.2969
.43	.3667	1.5561	.2356	.93	.8052	2.7315	.2947
.44	.3767	1.5761	.2390	.94	.8101	2.7721	.2922
.45	.3887	1.5962	.2422	.95	.8146	2.8160	.2893
.46	.3966	1.6162	.2454	.96	.8188	2.8643	.2856
.47	.4066	1.6362	.2484	.97	.8224	2.9188	.2816
.48	.4166	1.6562	.2514	.98	.8256	2.9832	.2766
.49	.4266	1.6762	.2544	.99	.8280	3.0667	.2696
.50	.4366	1.6962	.2574	1.00	.8293	3.2670	.2538

UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO
DEPARTAMENTO DE IRRIGACION
Sección de aprovechamientos hidráulicos
Planilla de cálculo para el Diseño de Canales de Sección Circular o Herradura

TABLA DE ALTERNATIVAS

DATOS:

$Q = 1.5\ m^3/seg$ $n = 0.014$ (Concreto) $s = 0.002$ Sección CIRCULAR	$\frac{Qn}{S^{1/2}} = \frac{15 \times 014}{0.002^{1/2}} = 0.46957$ $K = \frac{d}{D} = \begin{cases} 0.81 \\ 0.6 \end{cases}$	V máx = 2.5 m/seg V mín = 0.6 m/seg

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	$D^{8/3}$	$\frac{Qn}{S^{1/2} b^{8/3}}$	$K = d/D$	d	$D^{5/2}$	$Q/D^{5/2}$	Kc = dc/D	dc	A/D^2	D^2	A	$V = \frac{Q}{D}$	OBSERV.	CONCLU
Sup.	$1^{2.667}$	0.467/ **2**	GRAFIC.	**4** x **1**	1^{25}	1.5 / **6**	GRAFIC.	**8** x **1**	Tablas	1^2	**11** x **10**	1.5 / **12**		
0.914	0.7868	0.5968											Fuera rango	Aumentar D
1.067	1.1888	0.395	1.050										Fuera rango	Aumentar D
1.219	1.4958	0.2769	0.732	0.892	1.6416	0.9143	0.545	0.664	0.6161	1.486	0.9154	1.64	Se acepta	Afínese

UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO
DEPARTAMENTO DE IRRIGACION
Sección de aprovechamientos hidráulicos
Planilla de cálculo para el Diseño de Canales De Sección Circular o Herradura

TABLA DE AFINE

DATOS:

$Q = 1.5\ m^3/seg.$
$n = 0.014$ (Concreto)
$s = 0.002$
Sección: CIRCULAR

$D = 1.219$ m (48")
$d'_c = 0.664$ m

$D^2 = 1.486\ m^2$
$\frac{cs^{1/2}}{n} = 3.1944$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
K	d	A/D^2	A	$V = \frac{Q}{A}$	Tol	r/D	r	$r^{2/3}$	$V = \frac{CS^{1/2}}{n} r^{2/3}$	ΔV	OBSERVACION	CONCLUSION
Sup	1.219/ **1**	Tablas	**3** x1.486	1.5/ **4**	0.005x **5** x 1000	Tablas	**7** x 1.219	$8^{0.667}$	3.1944 x **9**	**5** - **10** x 1000		
0.732	0.892	0.6161	0.9155	1.6384	8.2	0.2997	0.3654	0.5109	1.632	6.4	D.T.	Se acepta

E.A.T. / 83

Tabla de características del conducto

CONCEPTO	CANTIDAD	UNIDAD
Q	1.5	m^3/seg
n	0.014	Adim
s	0.002	Adim
D	1.219	m
d	0.732	m
A	0.915	m^2
r	0.3654	m
v	1.632	m/seg

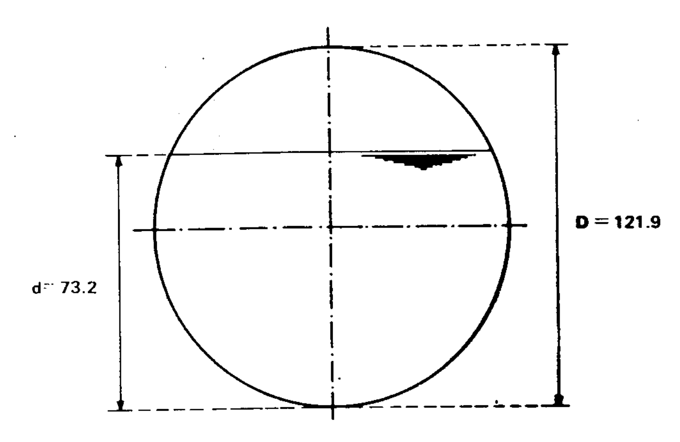


Figura VIII.13. Sección normal del conducto circular de canal (Acotaciones en cm).

b.2) **De sección herradura.**

Se tiene un canal de riego, el cual requiere salvar el obstáculo que representa una montaña, habiendo analizado varias alternativas se concluyó que un túnel era el que significaba la más económica y funcional.

De los materiales estudiados el concreto reforzado, resultó ser el más adecuado para revestir al túnel, así como la sección herradura. El gasto de diseño es 8.5 m^3/seg, para una pendiente de rasante de 0.001 y según el material, el coeficiente de rugosidad n = 0.015; por lo cual, se debe diseñar la sección herradura más eficiente que permita conformar el túnel.

UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO
DEPARTAMENTO DE IRRIGACION
Sección de aprovechamientos hidráulicos
Planilla de cálculo para el Diseño de Canales
De Sección Circular o Herradura

TABLA DE ALTERNATIVAS

DATOS:

Q = 8.5 m^3/seg
n = 0.015 (Concreto)
s = 0.001 Sección HERRADURA

$Q \frac{n}{S^{1/2}} = 8.5x\frac{0.015}{0.001^{1/2}} = 4.0319$

$K = \frac{d}{D} = \begin{cases} 0.81 \\ 0.6 \end{cases}$

V máx. = 2.5 m / seg.
V mín. = 0.6 m / seg.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	$D^{8/3}$	$\frac{Q\ n}{S^{1/2}\ b^{8/3}}$	K = d/D	d	$D^{5/2}$	$Q/_{D}{}^{5/2}$	Kc = dc/D	dc	$A/_{D}{}^{2}$	D^2	A	$V = \frac{Q}{A}$	OBSERV.	CONCLUS
Sup.	$1^{2.667}$	4.032/ 2	GRAFIC.	4 x 1	$1^{2.5}$	8.5 / 6	GRAFIC.	8 x 1	Tablas	1^2	11 x 10	8.5/12		
2.5	11.516	0.3501	0.88										Fuera rango	Aumentar D
2.6	12.786	0.3153	0.77	2.002	10.9002	0.7798	0.455	1.183	0.6989	6.76	4.6846	1.815	Se acepta	Afínese
2.75	14.849	0.2715	0.675	1.856	12.541	0.6778	0.42	1.155	0.6080	7.5625	4.5976	1.85	Se acepta	

UNIVERSIDAD AUTONOMA CHAPINGO
DEPARTAMENTO DE IRRIGACION
Sección de aprovechamientos hidráulicos
Planilla de cálculo para el Diseño de Canales
De Sección Circular o Herradura

TABLA DE AFINE

DATOS:

$Q = 8.5\ m^3/seg.$ $\quad D = 2.6\ m \quad D^2 = 6.76\ m^2$

$n = 0.015$ (Concreto) $\quad s = 0.001 \quad d_c = 1.183\ m \quad \frac{CS^{1/2}}{n} = 2.1082$

Sección: HERRADURA

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
K	d	A/D^2	A	$V = \frac{Q}{A}$	Tol.	r/D	r	$r^{2/3}$	$V = \frac{CS^{1/2}}{n} r^{2/3}$	ΔV	OBSERV.	CONCLUS.
Sup.	2.6/ 1	Tablas	3 x 6.76	8.5 / 4	0.005 x 5 x 1000	Tablas	7 x 2.6	$8^{0.667}$	2.1082 x 9	5 - 10 x 1000		
0.77	2.002	0.6929	4.6846	1.8147	9.1	0.3055	0.7943	0.8576	1.8081	6.6	D. Tol.	Se acepta

Tabla de características del canal.

CONCEPTO	CANTIDAD	UNIDAD
Q	8.5	m^3/seg
η	0.015	Adim
s	0.001	Adim
D	2.6	m
d	2.002	m
A	4.685	m^2
r	0.794	m
v	1.808	m/seg

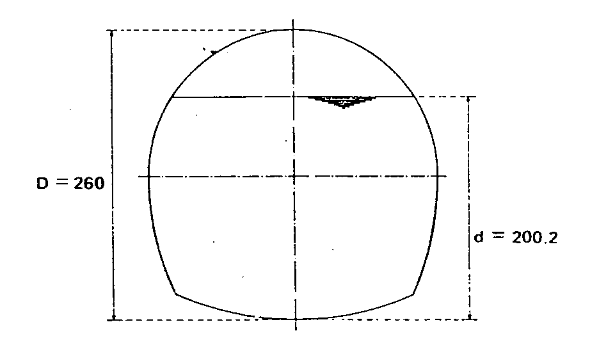


Figura VIII.14. Sección Normal de la Sección Herradura del canal (Acotamiento en cm).

8.8.6 Problemas.

1. Diseñar las secciones normales para un gasto $Q = 10\ m^3/seg$, un coeficiente de rugosidad $n = 0.015$ y una pendiente de rasante $s = 0.0005$, para las siguientes secciones:

a) Rectangular

b) Trapecial, con taludes:

b.1) 1:1

b.2) 1.5:1

c) Circular

d) Herradura

2. Determinar los gastos en los canales de las secciones siguientes para $d = 1.8$ m, $n = 0.016$ y $s = 0.002$:

a) Una sección rectangular de 6.0 m

b) Una sección triangular con un ángulo en el fondo igual a 60°

c) Una sección trapecial de 6.0 m de ancho de plantilla y talud 2:1

d) Una sección circular de 4.5 m de diámetro

e) Una sección herradura de 4.5 m de diámetro

Solución: a) $Q = 32.65$ m^3/seg, b) $Q = 3.07$ m^3/seg, c) $Q = 55.45$ m^3/seg, d) $Q = 16.29$ m^3/seg, e) $Q = 20.38$ m^3/seg.

3. Determinar los tirantes normales en los canales que tienen las siguientes secciones cuando $Q = 3.5$ m^3/seg, $n = 0.017$ y $s = 0.001$:

a) Una sección rectangular de 5.0 m

b) Una sección triangular con un ángulo en el fondo de 90°

c) Una sección trapecial con ancho de plantilla de 5.0 m y taludes 1.5:1

d) Una sección circular de 3.0 m

e) Una sección herradura de 3.0 m

Solución: a) $d = 0.607$ m, b) $d = 1.664$ m, c) $d = 0.546$ m, d) $d = 1.172$ m, e) $d = 1.044$ m.

4. Un canal rectangular de 5.0 m de ancho de plantilla, tiene un coeficiente de rugosidad $n = 0.015$, determinar:

a) La pendiente normal (So) para un tirante normal de 0.35 m cuando el gasto es de 4.5 m^3/seg.

Solución: $S_0 = 0.00718$.

b) La pendiente crítica y el correspondiente tirante normal cuando el gasto es 4.5 m^3/seg.

Solución: $\sigma = 0.0036$, $d_c = 0.435$ m.

c) La pendiente crítica correspondiente al tirante normal de 0.35 m y calcular el gasto para esta condición.

Solución: $\sigma = 0.00373$, $Q = 1315$ m^3/seg.

8.8.7 Casos de revisión de canales.

En problemas de revisión de canales, para una sección dada, lo que se requiere es conocer el tirante normal (d) con el cual el gasto dado escurre con escurrimiento uniforme, por lo cual se hace uso del módulo de sección (Ecuación VIII.6), por lo que para un valor de $Qn/s^{1/2}$, encontrar el tirante que proporcione una $A\,r^{2/3}$ que le iguale; por lo que se puede hacer uso de la tabla de cálculo siguiente:

$Q = ...$m^3/seg $b = ...$m $2\sqrt{1+m^2} = ...$

$n = ...$

$S_0 = ...$ $\dfrac{Qn}{S^{1/2}} = ...$m^3/seg

$m = ...$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
d	d^2	md^2	bd	A	$2d\sqrt{1+m^2}$	P	r	$r^{2/3}$	$Ar^{2/3}$	Conclusión.
sup	$(1)^2$	---x(2)	---x(1)	(4)+(3)	---x(1)	---+(6)	(5)/(7)	$(8)^{0.667}$	(5)x(9)	

8.9. Régimen variado en canales.

Cuando en un canal no se conservan constantes todos los elementos de la sección, de una sección a otra, se dice que dicho canal tiene régimen variado o no uniforme.

El flujo es variado si la velocidad media cambia a lo largo del canal, por lo mismo, posee características opuestas a las de flujo uniforme tal como se muestra en la figura:

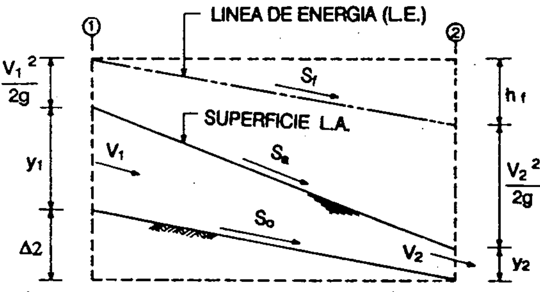


Figura VIII.15. Canal de régimen variado.

$$y_1 \neq y_2;\ A_1 \neq A_2;\ V_1 \neq V_2;\ Q_1 \neq Q_2$$

$$S_f \neq S_a \neq S_o$$

Los cambios de velocidad se pueden producir por una variación en la sección del canal, por un cambio en la pendiente o por una estructura hidráulica, tal como un vertedor o compuerta interpuesta en la línea del flujo.

El **régimen variado** puede clasificarse en:

a) Escurrimiento gradualmente variado

b) Escurrimiento bruscamente variado, y

c) Escurrimiento espacialmente variado

Sólo de los dos primeros se detallan algunas consideraciones.

8.9.1. Escurrimiento gradualmente variado.

El movimiento gradualmente variado es un flujo permanente **(el tirante no cambia con el tiempo)**, cuya profundidad varía gradualmente a lo largo del canal.

Debido a que ese flujo involucra cambios pequeños de tirante, dicho flujo se refiere a longitudes grandes de canal.

En un canal con régimen de escurrimiento gradualmente variado se presentan las siguientes alternativas o curvas de remanso (**perfil del SLA a lo largo del eje del canal**).

De acuerdo con la **pendiente** se clasifican:

a) Para pendientes $S_o > 0$ (positivas)

CURVAS M - cuando la pendiente normal del canal es menor que la crítica ($S_o < \sigma$)

CURVAS S - cuando la pendiente normal del canal es mayor que la crítica ($S_o > \sigma$)

CURVAS C - cuando la pendiente normal del canal equivale a la crítica ($S_o = \sigma$)

b) Para pendiente $S_o = 0$ (nula)

CURVAS H - cuando la pendiente normal es igual a cero (pendiente nula), o sea horizontal.

c) Para pendientes $S_o < 0$ (contra pendiente)

CURVAS A - cuando la pendiente normal es negativa, o sea que se encuentra en contrapendiente. En estas dos últimas, el régimen uniforme no existe posibilidad de que se presente.

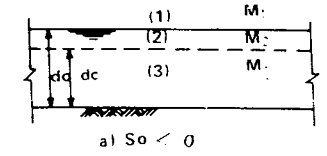
En un canal con régimen gradualmente variado se distinguen tres zonas:

- Arriba del tirante normal (d) y del tirante crítico (d_c)
- Entre los dos tirantes d y d_c
- Abajo de los tirantes d y d_c

La zona en que todos los tirantes (y), son mayores que el tirante normal (d) y el tirante crítico (d_c) se le denomina zona (1).

La zona en que todos los tirantes (y) están comprendidos entre el tirante normal (d) y el tirante crítico (d_c) se le denomina zona (2).

La zona en que todos los tirantes (y) son menores que el tirante normal (d) y el tirante crítico (d_c) se le denomina zona (3).



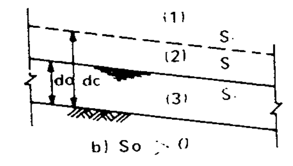


Figura VIII.16. Zonas de régimen gradualmente variado.

Tratándose del régimen crítico en el que $S_o = \sigma$, se presenta el tirante normal igual al crítico (d_o - d_c), en tales condiciones desaparece la zona (2) y sólo hay curvas C_1 y C_3.

Para el caso de los canales con pendientes nula y en contrapendiente, al ser imposible que se presente el tirante normal, la zona (1) no existe; por tanto, sólo hay curvas H_2 y H_3 para las curvas H, A_2 y A_3 para las curvas "A".

La fórmula que resuelve el régimen gradualmente variado, es;

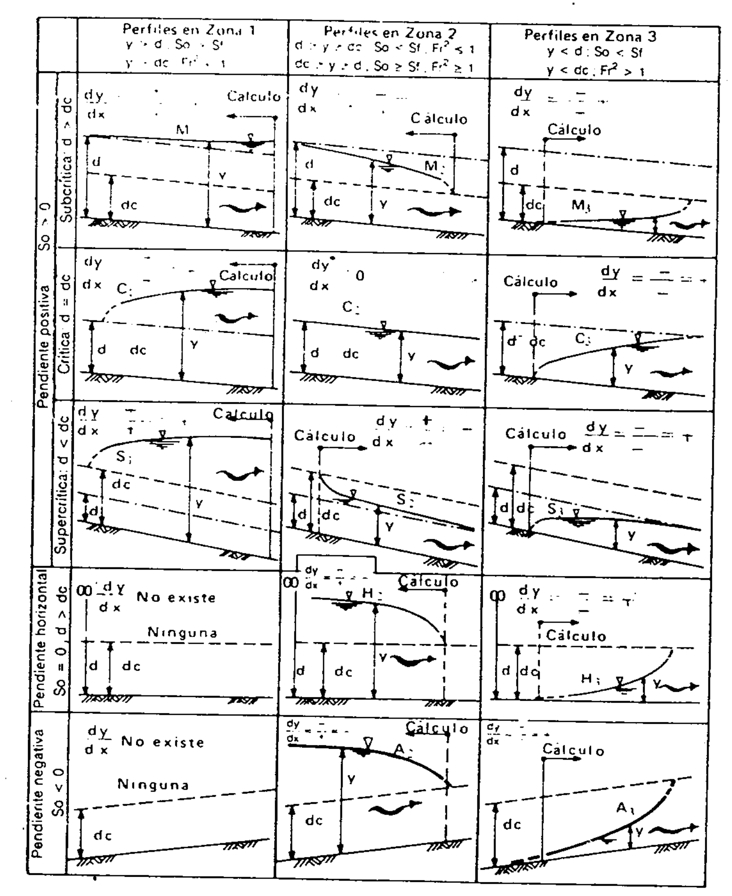


Figura VIII.17. Clasificación de los perfiles de SLA en régimen gradualmente variado (Ref. 27).

$$\frac{dy}{dx} = \frac{So - \frac{v^2 n^2}{r^{4/3}}}{1 - \frac{Q^2 T}{A^3 g}} \qquad \text{(VIII.7)}$$

Ecuación del régimen gradualmente variado o ecuación diferencial del remanso.

El numerador depende del tirante normal y el denominador del tirante crítico.

En la Figura VIII.17 se esquematizan las diferentes posibilidades de perfiles de SLA en el régimen gradualmente variado.

Para el cálculo de las curvas de perfiles de flujo, existen varios procedimientos, entre los cuales están los siguientes:

a). Procedimiento de Breese para secciones rectangulares de gran ancho.

b). Procedimiento de Tolkmit para secciones parabólicas de gran ancho.

c). Procedimiento de Incrementos finitos para cualquier sección.

d). Procedimiento de Bakhmeteff para cualquier sección.

e). Procedimiento de integración gráfica para cualquier sección.

8.9.2. Escurrimiento bruscamente variado.

El escurrimiento es bruscamente variado si las profundidades del agua cambian bruscamente en una distancia relativamente corta. Al fenómeno con el cual se verifica este cambio brusco de régimen se le conoce coo **Salto Hidráulico**, generalmente se forma cuando en una corriente rápida existe algún obstáculo o un cambio brusco de pendiente, sucede por lo general al pie de estructuras hidraúlicas tales como vetedores de demasías, rápidas, caídas, salidas de compuertas con descarga de fondo, etc.

Se puede decir entonces que la corriente posee primero un tirante pequeño d_1 (en régimen rápido) y pasa bruscamente, en una longitud muy pequeña, a uno mayor d_2 (régimen tranquilo), habiendo una considerable pérdida de energía durante ese paso.

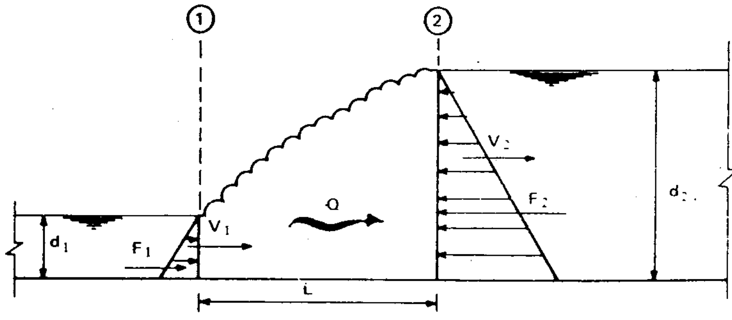


Figura VIII.18 Salto Hidráulico (volumen de control).

Si se considera un tramo horizontal de canal entre dos secciones (1) y (2), donde se presenta el fenómeno del sato hidráulico.

Las secciones (1) y (2) marcan esquemáticamente el principio y el fin del salto, es decir, se supone que después de la zona de expansión del chorro activo que se forma bajo el remolino, desaparece la curvatura de los filamentos de la corriente y vuelve a ser de nuevo paralelo, restaurándose otra vez la forma triangular de la distribución de la presión hidrostática, por lo cual puede calcularse la energía específica con la ecuación VIII.2.

El suponer paralelos los filetes en las secciones (1) y (2) permite calcular las presiones hidrostáticas, cuya diferencia efectúa el cambio de cantidad de movimiento en la masa líquida.

Para la aplicación del Principio de **La Cantidad de Movimiento**, se considera que se satisfacen las siguientes condiciones:

a). El canal es horizontal y de sección constante

b). Se desprecia la resistencia de fricción originada en la pared del canal, debido a la poca longitud del tramo en que se desarrolla el salto

c). Dentro del tramo, no existe ningún obstáculo que pudiera ocasionar una fuerza de empuje dinámico transversal desde el interior

d). Se considera que la distribución de velocidades en (1) y (2) es prácticamente uniforme.

De acuerdo con la ecuación del "Impulso y Cantidad de Movimiento" IV.14, se tiene:

$$t \Sigma F = \Delta M v$$

Donde:

ΣF = suma de fuerzas

t = tiempo

ΔMv = variación en la cantidad de movimiento

M = masas

v = velocidad

$\Sigma F = F_2 - F_1$

Si se llama a $\bar{d}$ la profundidad del centro de gravedad (C.G.) de la sección de la vena líquida, los empujes hidrostáticos (F), en las secciones (1) y (2), son:

$$F_1 = \omega A_1 d_1$$

$$F_2 = \omega A_2 d_2$$

sustituyendo:

$$\Sigma F = \omega A_2 \bar{d}_2 - \omega A_1 \bar{d}_1$$

$$\Delta Mv = M_1 v_1 - M_2 V_2$$

como la corriente es continua:

$$M_1 = M_2 = \frac{W}{g} = \frac{V \omega}{g} \text{; donde } V = \text{volumen}$$

entonces:

$$\Delta Mv = V_1 v_1 \ldots M_2 v_2 = \frac{V_1 \omega}{g} v_1 \quad \frac{V_2 \omega}{g} v_2$$

Aplicando la ecuación de la **cantidad de movimiento**, al volumen de control en estudio, se tiene:

$$t \, (\omega A_2 \bar{d}_2 - \omega A_1 \bar{d}_1) = \frac{\omega}{g} V_1 v_1 - \frac{\omega}{g} V_2 v_2$$

como: $\frac{V_1}{t} = Q_1$ y $\frac{V_2}{t} = Q_2$ y como la corriente es continua:

$Q_1 = Q_2 = Q$, además de considerar a $v_1 = \frac{Q}{A_1}$ y $v_2 = \frac{Q}{A_2}$, por tanto:

$$\omega A_1 \bar{d}_2 - \omega A_1 \bar{d}_1 = \frac{\omega}{g} - \frac{Q^2}{A_1} - \frac{\omega}{g} \frac{Q^2}{A_2} = \frac{\omega}{g} \left(\frac{Q^2}{A_1} - \frac{Q^2}{A_2} \right)$$

Dividiendo todo entre ω, la expresión se puede poner:

$$\frac{Q^2}{g A_1} + A_1 \bar{d}_1 = \frac{Q^2}{g A_2} + A_2 \bar{d}_2 \qquad \text{(VIII.8)}$$

Ecuación dinámica.

En esta ecuación se observa que los términos antes y después del signo igual son análogos, pudiendo expresarlos mediante la función llamada Momentum.

$$M = \frac{Q^2}{g A} + A \bar{d} \qquad \text{(VIII.9)}$$

Función Momentum

El primer término ($Q^2/g\,A$) representa la cantidad de movimiento del flujo que atraviesa la sección del canal en la unidad de tiempo y por unidad de peso del agua; el segundo, el empuje hidrostático por unidad de peso y también el momento estático del área respecto de la SLA. Debido a que ambos términos tienen las dimensiones de una fuerza por unidad de peso, a la función M, se le conoce como **Fuerza específica.**

Para un gasto dado, la función M es únicamente del tirante, de manera similar a la energía específica. Su representación geométrica en un plano M-d, consiste en una curva similar a la E-d, con la única diferencia que es asíntota de la curva en la parte inferior. Para un valor dado de la función M, la curva tiene dos posibles tirantes d_1 y d_2 que reciben el nombre de conjugados y que, de acuerdo con la ecuación (VIII.8), ($M_1 = M_2$) corresponde a los tirantes antes y después del salto.

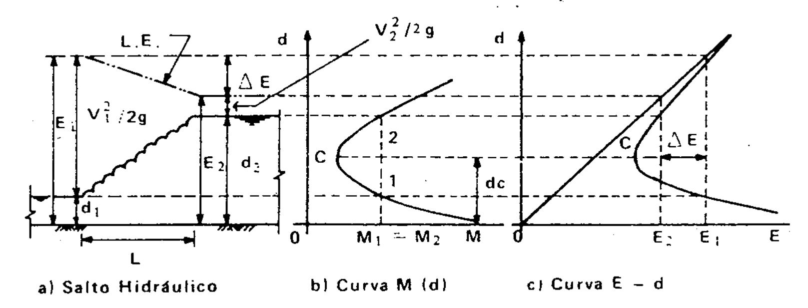


Figura VIII.19. Curvas de Momentum y energía específica para un Salto Hidráulico.

8.9.2.1. *Salto Hidráulico en Canales Rectangulares.*

Para el análisis se considera que el fondo, del sitio donde se presenta el salto, es horizontal o prácticamente horizontal.

De acuerdo con la Figura VIII.20.

$$A_1 = b\,d_1;\quad \bar{d}_1 = \frac{d_1}{2}$$

$$A_2 = b\,d_2;\quad \bar{d}_2 = \frac{d_2}{2}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación dinámica (VIII.8), se tiene:

$$\frac{Q^2}{g\,b\,d_1} + b\,d_1\,\frac{d_1}{2} = \frac{Q^2}{g\,b\,d_2} + b\,d_2\,\frac{d_2}{2}$$

Figura VIII.20 Canal rectangular.

$$\frac{Q^2}{g\,b}\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right) = \frac{b}{2}\left(d_1^2 - d_2^2\right)$$

Como:

$Q^2 = (A_1 v_1)^2 = b^2 d_1^2 v_1^2$, se tiene:

$$\frac{b^2 d_1^2 v_1^2}{g\,b}\left(\frac{d_1 - d_2}{d_1\,d_2}\right) = \frac{b}{2}(d_1 + d_2)(d_1 - d_2)$$

$$\frac{2\,d_1^2 v_1^2}{g} = \left(\frac{d_1\,d_2}{d_1 - d_2}\right)(d_1 + d_2)(d_1 - d_2)$$

Dividiendo todo entre d_1^3, se tiene:

$$\frac{2\,v_1^2}{g\,d_1} = \frac{d_2}{d_1^2} - (d_1 + d_2) = \frac{d_2}{d_1}\left(\frac{d_1 + d_2}{d_1}\right) = \frac{d_2}{d_1}\left(1 + \frac{d_2}{d_1}\right) = \frac{d_2}{d_1} + \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

Ordenándola:

$$\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 + \frac{d_2}{d_1} - \frac{2\,v_1^2}{g\,d_1} = 0$$

que no es más que una ecuación de segundo grado de la forma:

$ax^2 + b\,x + c = 0$ y su resolución, es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,ac}}{2a}$$

En la que:

$$x = \frac{d_2}{d_1},\quad a = 1,\ b = 1\ y\ c = -\frac{2\,v_1^2}{g\,d_1}$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1\left(-\frac{2\,v_1^2}{g\,d_1}\right)}}{2 \times 1} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{1 + 8\,\frac{v_1^2}{g\,d_1}}$$

Como no pueden ser resultados negativos el $\pm$ del segundo término, debe ser positivo (+). Despejando:

$$d_2 = -\frac{d_1}{2} + \frac{d_1}{2}\sqrt{1 + 8\,\frac{v_1^2}{g\,d_1}}$$

o al ser $Fr^2 = \frac{v_1^2}{g d_1}$

$$d_2 = \frac{d_1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8 Fr^2} \right) \qquad (VIII.9)$$

Ecuación del conjugado mayor en salto hidráulico de canal rectangular.

En la que

d_2 = tirante conjugado mayor en salto hidráulico de canal rectangular, en m.

d_1 = tirante conjugado menor en salto hidráulico de canal rectangular, en m.

v_1 = velocidad media en la sección que corresponde al tirante conjugado menor, en m/seg.

Fr = Número de Froude, adimensional.

8.9.2.2. *Salto Hidráulico en Canales Trapeciales.*

Para el análisis, se sigue la misma secuela que en el caso del salto en canal rectangular.

De la ecuación dinámica (VIII.8):

$$\frac{Q^2}{g A_1} + A_1 \bar{d}_1 = \frac{Q^2}{g A_2} + A_2 \bar{d}_2$$

Como:

$$F = A \bar{d} = (bd + md^2)\, \bar{d} = b\, d\, \bar{d} + m d^2 \bar{d}$$

el primer término corresponde a un rectángulo y su centro de gravedad se encuentra a: $\bar{d} = d/2$. El segundo término corresponde a un triángulo y su centro de gravedad se encuentra a: $\bar{d} = d/3$.

$$F = b\, d\, \frac{d}{2} + m d^2 \frac{d}{3} = \frac{3b d^2 + 2 m d^3}{6} = \frac{d^2}{6} (3b + 2md)$$

Haciendo que; $\bar{d}$ = k'd, se tiene;

$$F = A \bar{d} = A k'd = \frac{d^2}{6} (3b + 2md)$$

despejando a k':

$$k' = \frac{d^2 (3b + 2md)}{6 A d} = \frac{d (3b + 2md)}{6A} = \frac{2}{6} md^2 + \frac{3}{6} \frac{bd}{A}$$

Sumando y restando bd en el primer término y reduciendo se llega a;

$$k' = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{bd}{A} \qquad (VIII.9)$$

así para las secciones trapeciales, el empuje hidrostático, en la ecuación dinámica, es:

$$F = A \bar{d} = A k' d = Ad \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{bd}{A} \right) \qquad (VIII.10)$$

Así como;

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

y aplicando la ecuación (VIII.10);

$$F_1 = A_1\, d_1 = A_1\, d_1 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{b d_1}{A_1} \right)$$

$$F_2 = A_2\, \bar{d}_2$$

teniéndose;

$$\frac{Q}{g} v_1 + F_1 = \frac{Q}{g} v_2 + F_2$$

despejando a F_2;

$$F_2 = \frac{Q}{g} (v_1 - v_2) + F_1 \qquad (a)$$

por otro lado;

$$F_2 = A_2 \bar{d}_2 = A_2\, d_2 k_2^1 = A_2 d_2 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{bd_2}{A_2} \right)$$

desarrollando se llega a;

$$F_2 = d_2^2 \left(\frac{3b + 2md_2}{6} \right)$$

sustituyendo en la ecuación (a), se tiene;

$$d_2^2 \left(\frac{3b + 2md_2}{6} \right) = \frac{Q}{g} (v_1 - v_2) + F_1$$

por lo que;

$$d_2 = \sqrt{\frac{6}{3b + 2md_2} \left[\frac{Q}{g} (v_1 - v_2) + F_1 \right]}$$

hac endo;

$$K = 6 \left[\frac{Q}{g} (v_1 - v_2) + F_1 \right]$$

en la que;

F_1 = Empuje hidrostático en la sección donde se presenta el tirante conjugado menor (d_1)

$$(d_1) = \frac{d_1^2}{6} (3b + 2md_1)$$

quedando:

$$d_2 = \sqrt{\frac{k}{3b + 2md_2}} \qquad \text{(VIII.10)}$$

Ecuación del conjugado mayor en salto hidráulico de canales trapeciales.

Esta ecuación se resuelve por tanteos, suponiendo un tirante d_2, hasta llegar a un valor semejante al valor supuesto.

Como se mencionó, el fenómeno del salto hidráulico se presenta cuando hay un cambio de régimen rápido a régimen tranquilo, en este cambio hay una pérdida de energía considerable. Comúnmente para obligar a que este fenómeno (**salto**), se verifique en un determinado sitio sin ocasionar perjuicios de ninguna especie, se recurre a un dispositivo hidráulico llamado **Colchón Hidráulico**, las dimensiones de este dispositivo, son:

La longitud del colchón, es:

$$L = 5 (d_2 - d_1)$$

y para obligar a que el tirante d_1 se presente en el punto de cambio de pendiente (**inicio del colchón**), la profundidad es:

$$p = 1.15\, d_2 - d_o$$

en la que:

d_o = tirante normal en el canal aguas abajo del colchón:

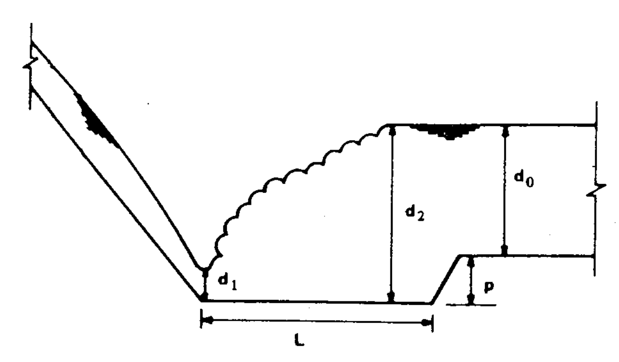


Figura VIII.20. Colchón Hidráulico.

BIBLIOGRAFIA

1. ARTEAGA TOVAR, R.E. 1985. **Normas y Criterios Generales que rigen el Proyecto de un Bordo de Almacenamiento**. Universidad Autónoma Chapingo, Departamento de Irrigación, Chapingo, México.

2. - - - - -.1981-82 **Pequeñas Zonas de Riego: Estudios y Proyecto.** Primera y Segunda Parte. UACh. Departamento de Irrigación. Boletines Técnicos No. 27 y 32. Chapingo, Méx.

3. - - - - -. 1983 **Hidráulica General, Apuntes.** Comité Editorial del Depto. de Irrigación. UACh. Chapingo, Méx.

4. BERTIN, J.J. 1986. **Mecánica de Fluidos para Ingenieros.** Edit. Prentice-Hall Hispanoamérica, S.A. de México.

5. CAMARGO H., G. 1968. **Hidráulica I. Apuntes de Clase.** ENA. Departamento de Irrigación, Chapingo, Méx. Inédito.

6. - - - - - y SALAZAR S., D. 1980. **Elementos de Hidráulica para ingenieros.** Edit. PATUACh. Chapingo, Méx.

7. CHOW, VEN TE 1959. **Open Channel Hydraulics.** International Student Edition (McGraw Hill International Book Company) Tokio, Japan.

8. DAILY, J.W. y HARLEMAN, D.R.F. 1981. **Dinámica de los Fluidos con aplicaciones en ingeniería.** Edit. Trillas. México, D.F.

9. DAVIS, CALVIN V. 1952. **Tratado de Hidráulica Aplicada.** 2a. Edición. Traducción al Español por I. Lana Sarrate. Edic. Revolucionaria. Instituto del Libro. Cuba.

10. DE AZEVEDO N., J.M. y ACOSTA A., G. 1979. **Manual de Hidráulica.** Harper And Row Latinoamericana. Edit. Harla, S.A. de C.V. México, D.F.

11. DE PARRES, J.L. 1977. **Máquinas Hidráulicas.** Edición a cargo de J.L. de Parres. México, D.F.

12. FRENCH, R.H. 1985. **Hidráulica de Canales Abiertos.** 1a. Edición en Español. Edit. McGraw-Hill/Interamericana de México, S.A. de C.V. México, D.F. 1988.

13. FOX, R.W. y McDONALD, A.T. 1983. **Introducción a la Mecánica de Fluidos.** 2a. Edición. Nueva Editorial Interamericana, S.A. de C.V. México, D.F. 1986.

14. GILES, RANALD, V. 1979. **Mecánica de los Fluidos e Hidráulica.** Serie de compendios Schaum. Libros McGraw-Hill. Colombia. México.

15. HUGHES, W.F. y BRIGHTON, J.A. 1982. **Dinámica de Fluidos.** Serie Schaum. Libros McGraw-Hill de México, S.A. de C.V. México.

16. I.I.E.-C.F.E. 1980. **Manual de Diseño de Obras Civiles; Hidrotecnia. A.2.9. Escurrimiento a superficie libre.** Comisión Federal de Electricidad: Instituto de Investigaciones Eléctricas. México.

17. I.I.E. C.F.E. 1981. **Manual de Diseño de Obras Civiles, Hidrotecnia. A.2.3. Conducciones a Presión.** Instituto de Investigaciones Eléctricas. Comisión Federal de Electricidad. México.

18. KING, H.W. y BRATER, R.F. 1962. **Manual de Hidráulica.** Edit. UTEHA. México.

19. KING, WISLER y WOODBURN. 1982. **Hidráulica.** Edit. Trillas. Agosto de 1982. México, D.F.

20. MATAIX, C. 1981. **Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas.** Edit. Harla, S.A. de C.V. Harper and Row Latinoamericana. México, D.F.

21. MAZA A., J.A. y ZAMBRANO P., W. 1971. **Vertedores de Aforo.** Publicación auxiliar de la Revista Ingeniería Hidráulica en México. Vol. XXV. México, D.F.

22. M. McENROE, B. 1989. **Hydraulic Friction Factors for Pipe Flow.** Discussion. Journal of Irrigation and Drainage Engineering. Amer. Society of Civil Engineers. Vol. 115, No. 5 oct. 1989. p.p. 915 - 916, New York, U.S.A.

23. PASHKOV, N.N. y DOLQACHEV, F.M. 1977. **Hidráulica y Máquinas Hidráulicas.** Edit. MIR. MOSCU. Impreso en la U.R.S.S.

24. REYES A., M. 1965. **Cursos de Máquinas Hidráulicas.** Facultad de Ingeniería de la UNAM. Representaciones y Servicios de Ingeniería, S.A. México.

25. RUSSEL, GEORGE E. 1985. **Hidráulica.** Cía. Editorial Continental, S.A. de C.V. Déc masegunda impresión. Abril de 1985. México.

26. SCHLAG, A. 1977. **Hidráulica.** Edit. LIMUSA. Primera reimpresión a la 1a. Edició México.

27. SEARS, F.W. y ZEMANSKY, M.W. 1963. **Física General.** Edit. Aguilar. Cuarta Ed ción. Sexta reimpresión. Agosto de 1963. Madrid, España.

28. SOTELO A., G. 1979. **Hidráulica General. Vol. I. Fundamentos.** Edit. LIMUSA, S./ México.

29. - - - - -. 1984. **Hidráulica II, Apuntes.** Facultad de Ingeniería. Depto. de Hidráulic UNAM. México.

30. SOTO A., L. y MARCH A., C. 1985. **Temas de Ingeniería Hidráulica.** Centro de I vestigaciones Hidráulicas. Facultad Hidráulica-Viales- I.S.P.J.A.E. Min. Educ. Superior. La Habana.

31. STREETER, VICTOR L. y WYLIE, F. BENJAMIN. 1979. **Mecánica de los Fluidos.** bros McGraw-Hill. 6a. Edición. México.

32. TAKEDA I., J. 1969. **El Problema de las Obras de Excedencias en los Bordos Almacenamiento.** E.N.A. Depto. de Irrigación, Chapingo, Méx.

33. TORRES SOTELO, JOSE E. 1983. **Principios Básicos de Hidráulica.** Vol. 2. III C so Internacional de Riego Localizado. Instituto de Investigaciones Ag rias. Tenerife, España.

34. TREJO, OCTAVIO. 1967. **Hidráulica.** Impresiones Salinas. México.

35. TRUEBA C., S. 1978. **Hidráulica.** Edit. CECSA. México.

36. Velasco S.,O. 1976. **Proyectos de Plantas de bombeo.** Modelo México 7. Plan N cional de Obras Hidráulicas para el Desarrollo Rural. S.R.H. Subsecreta de Construcción. México, D.F.

37. - - - - -. 1975. **Presas de Derivación.** Modelo. México 4. Plan Nacional de Obras dráulicas para el Desarrollo Rural. S.R.H. Subsecretaría de Construcci México, D.F.

38. VON BERNUTH and TONYA WILSON. 1989. **Friction Factors for Small Diam Plastic Pipes.** Journal of Hydraulic Engineering. Amer. Society of Civil gineers. Vol. 115. No. 2. Feb. 1989. p.p. 183- 192. Paper No. 23191. N York. U.S.A.

39. WHITE, F.M. 1984. **Mecánica de Fluidos.** Edit. McGraw-Hill. México, D.F.